

ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ДГТУ
Вестник
Донского государственного технического университета
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
Vestnik of Don State Technical University
Том 16
№ 4
2016
Vol. 16
no. 4
2016
ISSN 1992-5980
eISSN 1992-6006
1 Механика
Mechanics
2 Машиностроение и машиноведение
Machine Building and Machine Science
3 Информатика, вычислительная техника и управление
Information Technology, Computer Science, and Management
4 Процессы и машины агроинженерных систем
Processes and Machines of Agro-Engineering Systems
5 Безопасность деятельности человека
Safety of Human Activity
DOI 10.12737 / 1992-5980
vestnik.donstu.ru

ВЕСТНИК

ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 2016

Т. 16, № 4 (87)

Теоретический и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
октябрь-декабрь 2016 г.

Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет
Главный редактор — председатель Редакционного совета Б. Ч. Месхи

Включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук в соответствии с требованиями приказа Минобрнауки России от 25.07.2014 г. №793 с изменениями, внесенными приказом Минобрнауки России от 03.06.2015 г. №560 **(Перечень ВАК)**

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования **(РИНЦ)**, а также в международной базе **EBSCO**

Является членом **Cross Ref**

Над номером работали: И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия)
Подписано в печать 26.12.2016., дата выхода в свет 30.12.2016.
Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman» Печать офсетная.
Усл. печ. л. 22,6. Тираж 1000 экз. Заказ № 28/12 Цена свободная.

Адрес редакции:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес издателя:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес полиграфического предприятия:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.
http://science.donstu.ru

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

VESTNIK of DON STATE TECHNICAL UNIVERSITY 2016

Vol. 16, № 4 (87)

Theoretical and Scientific-Practical Journal

4 issues a year
October — December 2016

Included in the list of peer-reviewed scientific editions where the basic research results of doctoral, candidate's theses should be published in accordance with order of Ministry of Education and Science of RF no. 793, July 25, 2014, as amended by order of the Ministry of Education and Science of RF no.560, June 3, 2015.

The journal is indexed and archived in the Russian Science Citation Index (RSCI), and in EBSCO International Database.

The journal is a member of Cross Ref

The issue is prepared by: Inna V. Boyko, Marina P. Smirnova (English version)
Passed for printing 26.12.2016, imprint date 30.12.2016.
Format 60×84/8. Font «Times New Roman». Offset printing.
C.p.sh. 22.6. Circulation 1000 cop. Order 28/12 Free price.
Editorial Board's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Publisher's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Printery address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.
http://science.donstu.ru

Certificate of mass media registration ПИ № ФС 77-66004 of 06.06.2016. issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

Зеленцов В. Б., Митрин Б. И., Айзикович С. М. Неустойчивость скользящего контакта с покрытием на упругой подложке при наличии трения и разогрева от трения 5

Сахарова Л. В. Автомодельность задачи тепловой конвекции, осредненной по тонкому слою 17

Васильев А. С., Волков С. С., Садырин Е. В., Литвиненко А. Н. Вдавливание сферического штампа с шероховатой поверхностью в упругое трансверсально-изотропное полупространство с функционально-градиентным покрытием 29

Лыков Е. В., Романов В. В., Желонкина Е. С. Проблема критической области теплоотдачи и движения энергии при кипении бинарных смесей жидкостей 36

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Рыжкин А. А., Олейникова Ю. А., Моисеев Д. В., Фоминов Е. В. Технико-экономические и термодинамические аспекты оптимизации лезвийной обработки 41

Тугенгольд А. К., Волошин Р. Н. Гибкий мониторинг мехатронных технологических машин 51

Домбровский Ю. М., Степанов М. С., Давидян Л. В. О положительном опыте применения ферросплавов при микродуговой химико-термической обработке 59

Елисеев А. В., Кашуба В. Б., Кинаш Н. Ж., Елисеев С. В. Особенности динамических свойств рабочих органов технологических машин при инерционном возбуждении колебания 63

Мирошниченко И. П., Сизов В. П. Модифицированный помехозащищенный микроакустомеханический гироскоп 72

Голосной С. В., Чукарин А. Н. Экспериментальные исследования спектров шума и вибрации копировально-фрезерных станков 79

Маньшин Ю. П., Маньшина Е. Ю. К проектированию червячных передач с цилиндрическими червяками .. 86

Дударев К. Г., Бондарь И. М. Измеритель напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля 92

Полетаев Ю. В., Полетаев В. Ю. Влияние термического цикла сварки и повторного нагрева на структурно-фазовые изменения низколегированной *Cr-Ni-Mo-V* стали 96

Подуст С. Ф. Исследования шумообразования на рабочих местах локомотивных бригад от воздействия акустического излучения внутренних источников 104

Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Солоп К. С. Расчетная модель радиального подшипника повышенной несущей способности, работающего на микрополярной смазке с учетом ее вязкостных характеристик от температуры 110

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Князев С. Ю., Щербакова Е. Е. Применение численных фундаментальных решений в методе точечных источников поля 118

Борисова Л. В., Димитрова Л. А., Нурутдинова И. Н. Информационная поддержка мониторинга состояния организации 126

Галимова Е. Ю., Коваленко А. Н. Метод выбора между ручным и автоматизированным тестированием, основанный на свойствах программного продукта 134

Седых И. А., Аникеев Е. С. Применение раскрашенных временных сетей Петри для моделирования цементного производства 140

Белова Ю. В., Чистяков А. Е., Проценко Е. А. О четырехслойной итерационной схеме........ 146

Сафарьян О. А. Моделирование процесса стабилизации частоты генераторов в инфокоммуникационных системах 150

ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ

Антибас И. Р., Дьяченко А. Г. Использование метода подачи воздуха под давлением в почву для определения силы сопротивления проникновению при различной влажности 155

Сведения об авторах 164

CONTENT

MECHANICS

Zelentsov V. B., Mitrin B. I., Aizikovich S. M. Instability of sliding contact with coating on elastic substrate under friction and frictional heating 5
Sakharova L. V. Self-similarity problem of thermal convection averaged over a thin layer 17
Vasiliev A. S., Volkov S. S., Sadyrin E. V., Litvinenko A. N. Indentation of rough-surfaced spherical punch into elastic transversely isotropic half-space with functionally-graded coating 29
Lykov E. V., Romanov V. V., Zhelonkina E. S. Problem of critical area of heat transfer and energy motion under liquid binary mixtures boiling 36

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

Ryzhkin A. A., Oleynikova Y. A., Moiseev D. V., Fominov E. V Technoeconomic and thermodynamic aspects of the edge cutting machining optimization 41
Tugengold A. K., Voloshin R. N. Flexible monitoring of mechatronic technological machines 51
Dombrovsky Yu. M., Stepanov M. S., Davidyan L. V. On positive experience in application of ferroalloys under microarc thermochemical treatment 59
Eliseev A. V., Kashuba V. B., Kinash N. Zh., Eliseev S. V. Features of the dynamic properties of the working bodies of technological machines with inertial excitation of vibrations 63
Miroshnichenko I. P., Sizov V. P. Modified microacoustomechanical noise-immune gyroscope 72
Golosnoy S. V., Chukarin A. N. Experimental studies on noise and vibration spectra of copy milling machines ... 79
Manshin Y. P., Manshina E. Y. On design of worm gears with cylindrical worms 86
Dudarev K. G., Bondar I. M. Measuring the magnetic component of the electromagnetic field 92
Poletaev Yu. V., Poletaev V. Yu. Effect of thermal cycle of welding and reheating on structural-constitutional changes of low-alloyed *Cr-Ni-Mo-V* steel 96
Podust S. F. Studies on noise generation in workplaces of locomotive crews from acoustic radiation effects of the internal sources 104
Akhverdiev K. S., Lagunova E. O., Solop K. S. Design model of heavy-duty radial bearing running on micropolar grease with account of its viscosity-temperature characteristics 110

INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT

Knyazev S. Yu., Shcherbakova E. E. Application of the numerically obtained fundamental solutions in the field point-source method 118
Borisova L.V., Dimitrova L. A., Nurutdinova I. N. Information support for monitoring of the organization state.. 126
Galimova E. Y., Kovalenko A. N. Method of selecting between manual and automated testing based on the software product features 134
Sedykh I. A., Anikeev E. S. Application of colored timed Petri nets for cement production simulation 140
Belova Y. V., Chistyakov A. E., Protsenko E. A. On four-layer iterative scheme 146
Safaryan O. A. Simulation of generator frequency stabilization in infocommunication systems 150

PROCESSES AND MACHINES OF AGRO-ENGINEERING SYSTEMS

Antypas I. R., Dyachenko A. G. Using the technique of air injection into soil to determine penetration resistance force at different humidity 155

Index 167

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 : 531.44 DOI 10.12737/22148

Неустойчивость скользящего контакта с покрытием на упругой подложке при наличии трения и разогрева от трения*

В. Б. Зеленцов[1], Б. И. Митрин[2], С. М. Айзикович[3] **
[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Instability of sliding contact with coating on elastic substrate under friction and frictional heating ***

V. B. Zelentsov[1], B. I. Mitrin[2], S. M. Aizikovich[3]**
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Рассматривается нестационарная динамическая контактная задача термоупругости о скольжении с трением и разогревом от трения жёсткой полуплоскости по поверхности упругого покрытия, сцепленного с упругой подложкой из другого материала. Решение сформулированной начально-краевой задачи записывается в виде контурных интегралов обратного преобразования Лапласа. После изучения изолированных особых точек подынтегральных функций в комплексной плоскости переменной интегрирования решение задачи строится в виде бесконечных рядов по полюсам с добавлением интегралов по берегам разреза. Определяются границы областей устойчивых и неустойчивых решений задачи на множестве её безразмерных параметров. Изучается влияние упругости подложки на границу области неустойчивых решений задачи, а также на развитие температуры и напряжений на скользящем термофрикционном контакте.

A nonstationary dynamic contact thermoelasticity problem on sliding with friction and frictional heating of the rigid half-elastic coating surface bonded to an elastic substrate made of another material is considered. The solution to the formulated initial boundary value problem is obtained in the form of contour integrals of the inverse Laplace transform. The investigation of the isolated singularities of the subintegral functions in the complex plane of the integration variable is carried out, and then the problem solution is constructed in the form of infinite series over the poles of integrands with the addition of the integrals over the banks of cut. Boundaries of the stable and unstable problem solutions are determined on its dimensionless parameter set. The influence of the compliance of the substrate on the instability boundary, and also on the development of temperature and pressure at the thermoelastic frictional sliding contact is investigated.
.

Ключевые слова: скольжение, контакт, трение, фрикционный разогрев, упругая подложка, динамика, термоупругая неустойчивость

Keywords: sliding, contact, friction, frictional heating, elastic substrate, dynamics, thermoelastic instability

Введение. Для защиты рабочих поверхностей деталей механизмов и машин широко применяются защитные покрытия — антифрикционные, антикоррозийные, противоизносные и другие. Замечено, что при увеличении скорости функционирования механизмов и машин на скользящем контакте их поверхностей достаточно часто возникает неконтролируемый рост температур и давлений, который может привести к возникновению нештатных ситуаций, предаварийному и аварийному состоянию оборудования. В связи с этим изучение скользящего контакта рабочих поверхностей при наличии покрытий представляет как теоретический, так и практический интерес. Математическому моделированию и решению задач о скользящем контакте с учетом сил трения и разогрева от трения уделялось достаточно много внимания [1–17]. Для определения области неустойчивых решений контактной задачи — области термоупругой неустойчивости (ТУН) скользящего контакта часто применяется метод малых возмущений [1–8], а для определения решения задач — численные методы [9, 10]. Метод интегрального преобразования Лапласа оказался наиболее универсальным методом аналитического решения задач этого класса [11–17], который не только позволяет построить точное решение задачи, но и определить область устойчивых решений задачи, совпадающую с областью ТУН скользящего контакта. В [1–5, 11–13] исследовались области устойчивых решений квазистатических задач термоупругости о скользящем контакте, а в [6, 7, 14, 17] было показано, что область устойчивых решений динамических задач является подобластью области устойчивых решений квазистатических задач. В настоящем

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00271-а, 16-07-00929-а) и Стипендии Президента РФ СП-137.2015.1
** E-mail: bmitrin@dstu.edu.ru, vbzelen@gmail.com, saizikovich@gmail.com
*** The research is done with the financial support from RFFI (grants nos. 14-07-00271-a, 16-07-00929-a) and the Russian Presidential Scholarship SP-137.2015.1.

исследовании изучается влияние упругих свойств подложки покрытия на динамику контактных напряжений и температуры при скольжении жёсткой полуплоскости по поверхности покрытия.

Постановка задачи. Рассматривается динамическая задача термоупругости в рамках плоской деформации о скольжении с постоянной скоростью V жесткой полуплоскости I $(h \le x < \infty)$ по поверхности $x = h$ упругого покрытия $(0 \le x \le h)$, нижняя грань $x = 0$ которого сцеплена с подложкой (основанием) в виде упругой полуплоскости II $(-\infty < x \le 0)$ из другого материала (рис. 1). Скольжение недеформируемой полуплоскости I по поверхности упругого покрытия происходит с учетом кулоновского трения и разогрева от трения. В начальный период времени полуплоскость I деформирует упругое покрытие, смещаясь вдоль вертикали в направлении, противоположном оси x, по закону $\Delta(t)$. Движущаяся полуплоскость I теплоизолирована, а поток тепла, образующийся за счет трения, направлен в упругое покрытие. Кроме того, на границе покрытия и полуплоскости II выполняются условия идеального теплового контакта. Начальная температура полуплоскости II, как и покрытия, равна нулю. В начальный момент покрытие и полуплоскость II находятся в покое. На бесконечности $(x \to -\infty)$ в полуплоскости II смещения и напряжения исчезают.

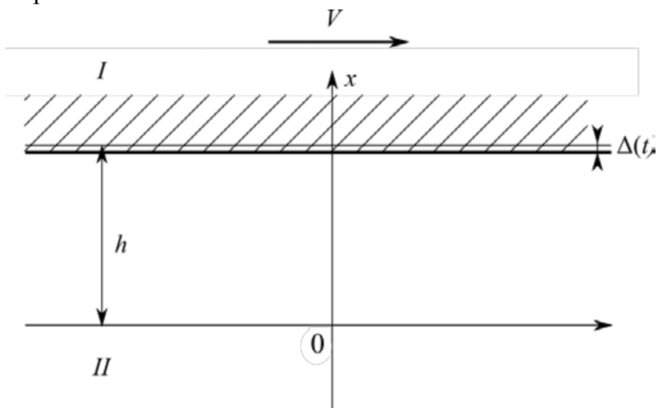


Рис. 1. К постановке задачи термоупругости
о скользящем термофрикционном контакте

Представленная задача сводится к решению дифференциальных уравнений термоупругости для покрытия $(0 < x < h)$ и подложки $(-\infty < x < 0)$ совместно с уравнениями теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\frac{\partial T}{\partial x}\ ,0 < x < h,\ t > 0 \quad (0.1)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\kappa}\frac{\partial T}{\partial t} = 0,\ 0 < x < h,\ t > 0 \quad (0.2)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{1}{a_1^2}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{1+\nu_1}{1-\nu_1}\alpha_1\frac{\partial T_1}{\partial x}\ \ -\infty < x < 0,\ t > 0 \quad (0.3)$$

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\kappa_1}\frac{\partial T_1}{\partial t} = 0\ -\infty < x < 0,\ t > 0 \quad (0.4)$$

$$a = \sqrt{\frac{2\mu(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)}},\quad a_1 = \sqrt{\frac{2\mu_1(1-\nu_1)}{\rho_1(1-2\nu_1)}} \quad (0.5)$$

где μ — модуль сдвига, ρ — плотность, ν — коэффициент Пуассона, α — коэффициент линейного теплового расширения, κ — коэффициент температуропроводности, a — скорость продольной упругой волны, $u(x,t)$, $T(x,t)$ — функции распределения смещений и температуры в покрытии (без индекса). Индексом 1 отмечены соответствующие параметры μ_1, ρ_1, ν_1, α_1, κ_1, a_1, $u_1(x,t)$, $T_1(x,t)$ подложки.

Граничные условия для дифференциальных уравнений (0.1), (0.2) на верхней поверхности покрытия $x = h$ принимаются в форме:

механическое: $$u(h,t) = -\Delta(t)\ \ t > 0 \quad (0.6)$$

температурное: $$K\frac{\partial T(h,t)}{\partial x} = -fV\sigma(h,t)\ \ t>0 \tag{0.7}$$

Условие (0.7) означает, что величина потока тепла в покрытие пропорциональна работе сил трения на контакте $V\tau$, где $\tau = f\sigma(h,t)$ — касательные напряжения на поверхности покрытия, $\Delta(t)$ — закон внедрения, K — коэффициент теплопроводности материала упругого покрытия, f — коэффициент трения, $\sigma(x,t)$ — нормальные напряжения в покрытии.

На нижней поверхности $x=0$ покрытия выполняются механические условия сцепления покрытия с упругой полуплоскостью *II* и температурные условия их идеального теплового контакта

механические: $$u(0,t) = u_1(0,t)\ \ \sigma(0,t) = \sigma_1(0,t)\ \ t>0 \tag{0.8}$$

температурные: $$T(0,t) = T_1(0,t)\ \ K\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = K_1\frac{\partial T_1(0,t)}{\partial x}\ \ t>0 \tag{0.9}$$

где K_1 — коэффициент теплопроводности материала полуплоскости *II*,

$\sigma_1(x,t)$ — нормальные напряжения в полуплоскости *II*.

На бесконечности в упругой полуплоскости *II* смещения $u_1(x,t)$ и напряжения $\sigma_1(x,t)$ исчезают, также как и температура, то есть выполняются условия

механические: $u_1(-\infty,t)=0$, $\sigma_1(-\infty,t)=0$, $t>0$ (0.10)

температурные: $T_1(-\infty,t)=0$ $t>0$ (0.11)

Связь между напряжениями, смещениями и температурой в покрытии и подложке определяется соотношениями Дюамеля-Неймана [18]

$$\sigma(x,t) = \frac{2\mu(1-\nu)}{1-2\nu}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2\mu(1+\nu)}{1-2\nu}\alpha T(x,t) \tag{0.12}$$

$$\sigma_1(x,t) = \frac{2\mu_1(1-\nu_1)}{1-2\nu_1}\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2\mu_1(1+\nu_1)}{1-2\nu_1}\alpha_1 T_1(x,t) \tag{0.13}$$

Начальные условия задачи на смещения, их скорости и температура нулевые:

$$u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x,0) = \frac{\partial u_1(x,0)}{\partial t} = T(x,0) = T_1(x,0) = 0\ ,\ \Delta(0)=0 \tag{0.14}$$

Закон внедрения полуплоскости *I* в поверхность покрытия $\Delta(t)$ имеет активную фазу внедрения на $0<t<t_\varepsilon$ и пассивную на $t_\varepsilon < t < \infty$ и принимается в виде

$$\Delta(t) = \Delta_0[(-1+e^{\varepsilon t})H(t)H(t_\varepsilon - t) + H(t-t_\varepsilon)] \tag{0.15}$$

где Δ_0, $0<\Delta_0<h$ — глубина максимального внедрения жесткой полуплоскости *I* в упругое покрытие, $t_\varepsilon = \varepsilon^{-1}\ln 2$ ($\varepsilon>0$) — время активной фазы внедрения, ε — параметр закона внедрения, $H(t)$ — функция Хэвисайда.

Таким образом, решение рассматриваемой нестационарной динамической контактной задачи термоупругости о скольжении с учетом трения и разогрева от трения жёсткой полуплоскости *I* по поверхности покрытия на упругой подложке в виде полуплоскости *II* сводится к совместному решению дифференциальных уравнений термоупругости (0.1), (0.3) совместно с уравнениями теплопроводности (0.2), (0.4) с граничными условиями (0.6)–(0.9), условиями на бесконечности (0.10)–(0.11) и начальными условиями (0.14).

Решение задачи в контурных квадратурах. Применив преобразование Лапласа к дифференциальным уравнениям (0.1)–(0.4) с учётом начальных условий (0.14), к формулам Дюамеля-Неймана (0.12)–(0.13) и граничным условиям (0.6)–(0.9), получим систему четырёх линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами относительно трансформант Лапласа искомых функций $u(x,t)$, $T(x,t)$. После решения системы дифференциальных уравнений относительно трансформант с учётом граничных (0.6)–(0.9) условий в трансформантах и условий на бесконечности (0.10)–(0.11) и применения к ним обратного преобразования Лапласа, получим решение задачи в виде контурных квадратур [19]

$$T(x,t)=\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\gamma\hat{V}}{\alpha h}\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}D(z)N_T(x,z)R^{-1}(z)e^{z\tilde{t}}\,dz\;\; t>0\,,\;\; 0\le x\le h \tag{0.1}$$

$$N_T(x,z)=\sqrt{z}\omega(z)\omega_1(z)\left(a_*\operatorname{ch}\gamma z+\mu_*\operatorname{sh}\gamma z\right)\times \\ \times\left(\sqrt{\kappa_*}\operatorname{sh}(\sqrt{z}xh^{-1})+K_*\operatorname{ch}(\sqrt{z}xh^{-1})\right) \tag{0.2}$$

$$R(z)=\left(a_*\operatorname{sh}\gamma z+\mu_*\operatorname{ch}\gamma z\right)\omega_1(z)\Omega_1(z)-\gamma\hat{V}\Omega_2(z) \tag{0.3}$$

$$\Omega_1(z)=\omega(z)\left(K_*\operatorname{sh}\sqrt{z}+\sqrt{\kappa_*}\operatorname{ch}\sqrt{z}\right)+\gamma^2\hat{V}\sqrt{z}\left(K_*\operatorname{ch}\sqrt{z}+\sqrt{\kappa_*}\operatorname{sh}\sqrt{z}\right)$$

$$\Omega_2(z)=\frac{a_*K_*}{\nu_*\alpha_*\sqrt{\kappa_*}}\omega(z)\omega_1^-(z)+\omega_1(z)\Big(K_*\gamma\mu_*\sqrt{z}+\left(K_*\operatorname{sh}\sqrt{z}+\sqrt{\kappa_*}\operatorname{ch}\sqrt{z}\right)\times \\ \times\left(a_*\operatorname{ch}\gamma z+\mu_*\operatorname{sh}\gamma z\right)-\sqrt{\kappa_*a_*}\Big)$$

$$\omega(z)=1-\gamma^2 z\,,\quad \omega_1(z)=1-\gamma_1^2\kappa_* z\,,\;\omega_1^{\pm}(z)=1\pm\gamma_1\sqrt{\kappa_*}\sqrt{z}$$

$$a_*=\frac{a}{a_1},\;\alpha_*=\frac{\alpha}{\alpha_1}\,,\;\kappa_*=\frac{\kappa}{\kappa_1},\;\gamma_1=\frac{\kappa_1}{a_1h}\,,\;\gamma=\kappa/(ah)\,,\;\hat{V}=\frac{fV\alpha}{K}\frac{2\mu(1+\nu)h}{1-2\nu}$$

$$\mu_*=\frac{2\mu(1-\nu)/(1-2\nu)}{2\mu_1(1-\nu_1)/(1-2\nu_1)}\,,\;\nu_*=\frac{(1+\nu)/(1-\nu)}{(1+\nu_1)/(1-\nu_1)}\,,\;K_*=\frac{K}{K_1}\,,\;t_\kappa=\frac{h^2}{\kappa}\,,\;\tilde{t}=\frac{t}{t_\kappa}$$

$$\sigma(x,t)=-\frac{2\mu(1-\nu)}{(1-2\nu)h}\left[\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}D(z)\frac{N_\sigma^0(x,z)}{R(z)}e^{z\tilde{t}}\,dz\right]\;\; 0\le x\le h\,,\; t>0 \tag{0.4}$$

$$N_\sigma^0(x,z)=\gamma z\left[\omega_1(z)\sum_{k=1}^{2}G_k(x,z)+\omega_1^-(z)G_3(x,z)\right] \tag{0.5}$$

$$G_1(x,z)=-\gamma^2\hat{V}\sqrt{z}\left(a_*\operatorname{ch}\gamma z+\mu_*\operatorname{sh}\gamma z\right)\left(\sqrt{\kappa_*}\operatorname{sh}\left(\sqrt{z}xh^{-1}\right)+K_*\operatorname{ch}\left(\sqrt{z}xh^{-1}\right)\right)$$

$$G_2(x,z)=\left(a_*\operatorname{ch}\left(\gamma zxh^{-1}\right)+\mu_*\operatorname{sh}\left(\gamma zxh^{-1}\right)\right)\Big(\omega(z)\left(\sqrt{\kappa_*}\operatorname{ch}\sqrt{z}+K_*\operatorname{sh}\sqrt{z}\right)+ \\ +\gamma^2\hat{V}\sqrt{z}\left(\sqrt{\kappa_*}\operatorname{sh}\sqrt{z}+K_*\operatorname{ch}\sqrt{z}\right)\Big)$$

$$G_3(x,z)=\gamma\hat{V}\left[\frac{a_*K_*}{\nu_*\alpha_*\sqrt{\kappa_*}}\omega(z)+\left(\gamma\mu_*K_*\sqrt{z}-\sqrt{\kappa_*a_*}\right)\omega_1^+(z)\right]\operatorname{sh}\left(\gamma z(h-x)h^{-1}\right)$$

где $\Gamma=\{z:-i\infty+dt_\kappa, i\infty+dt_\kappa\}$ — контур интегрирования в комплексной плоскости z, который представляет собой прямую линию, параллельную мнимой оси и отнесенную от нее вправо на величину dt_κ, в которой d подбирается таким образом, чтобы все полюсы подынтегральных функций в (0.1), (0.4) были бы левее dt_κ. Функция $D(z)$ определяется через трансформанту Лапласа закона внедрения (0.15) и имеет вид

$$D(z)=\Delta_0\left[\frac{2e^{-zt_{\varepsilon\kappa}}-1}{z}+\frac{1-e^{-(z-\varepsilon t_\kappa)t_{\varepsilon\kappa}}}{z-\varepsilon t_\kappa}\right]\;\;\operatorname{Re}z>\varepsilon t_\kappa\;\; t_{\varepsilon\kappa}=\frac{t_\varepsilon}{t_\kappa} \tag{0.6}$$

Исследование подынтегральных функций контурных квадратур в (2.1) и (2.4) показывает, что

$$D(z)N_T(x,z)R^{-1}(z)=O(z^{-1/2})\;\text{ при }\;|z|\to\infty$$

$$D(z)N_\sigma(x,z)R^{-1}(z)=O(1)\;\text{при}\;|z|\to\infty \tag{0.7}$$

Это означает, что интеграл в (0.4) понимается в обобщенном смысле [20, 21] и для получения его регулярной части необходима регуляризация подынтегральной функции на бесконечности при $|z|\to\infty$. Регуляризация подынтегральной функции в (0.4) производится с помощью выражения

$$D(z)\left(\operatorname{ch}\gamma zxh^{-1}+\left(\mu_*/a_*\right)\operatorname{sh}\gamma zxh^{-1}\right)\left(\operatorname{sh}\gamma z+\left(\mu_*/a_*\right)\operatorname{ch}\gamma z\right)^{-1}\gamma z \tag{0.8}$$

после чего формула (0.4) для $\sigma(x,t)$ принимает вид

$$\sigma(x,t)=-\frac{2\mu(1-\nu)}{(1-2\nu)h}\left[\Omega(x,t)+\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}D(z)\frac{N_\sigma(x,z)}{R_\sigma(z)}e^{z\tilde{t}}\,dz\right]\;\; 0\le x\le h\,,\; t>0 \tag{0.9}$$

$$\Omega(x,t)=\Delta_0^{-1}t_a\sum_{n=1}^{[at/2h]}q^n\left[\dot{\Delta}\left(\omega_n^-(x,t)\right)+q\dot{\Delta}\left(\omega_n^+(x,t)\right)\right] \qquad (0.10)$$

$$\omega_n^{\pm}(x,t)=a^{-1}\left[at-(2n-1)h\pm x\right]$$

$$N_\sigma(x,z)=N_\sigma^0(x,z)\left(\operatorname{sh}\gamma z+\frac{\mu_*}{a_*}\operatorname{ch}\gamma z\right)-\gamma zR(z)\left(\operatorname{ch}\left(\gamma z\frac{x}{h}\right)+\frac{\mu_*}{a_*}\operatorname{sh}\left(\gamma z\frac{x}{h}\right)\right) \qquad (0.11)$$

$$R_\sigma(z)=\left(\operatorname{sh}\gamma z+\frac{\mu_*}{a_*}\operatorname{ch}\gamma z\right)R(z)\,,\ q=\frac{1-\mu_*/a_*}{1+\mu_*/a_*} \qquad (0.12)$$

Изолированные особые точки подынтегральных функций квадратур решения. Подынтегральные функции полученных квадратур (0.1), (0.9) удовлетворяют лемме Жордана-Гаусса [19], так как имеют алгебраическое убывание на бесконечности. Кроме того, подынтегральные функции в (0.1), (0.9) являются многозначными с точкой ветвления алгебраического типа $z=0$. Для получения области однозначного представления подынтегральных функций в комплексной плоскости переменной интегрирования $z=\xi+i\eta$ проводится разрез от точки $z=0$ до точки $z=-\infty$ вдоль отрицательной части действительной оси. Для вычисления квадратур методами теории функций комплексного переменного необходимо изучение всех изолированных особых точек в комплексной плоскости интегрирования. Полюсы и устранимые особые точки, если такие есть, определяются из трансцендентного уравнения

$$R(z)=0 \qquad (0.1)$$

где $R(z)$ определена в (0.3). При определении нулей $R(z)$ численными методами в комплексной плоскости $z=\xi+i\eta$ необходимо хорошее нулевое приближение. Анализ уравнения (0.1) производится с помощью содержащихся в $R(z)$ основных безразмерных параметров γ и $\hat{V}$. При произвольном γ, положив $\hat{V}=0$, из (0.1) получим упрощенное уравнение

$$\omega(z)\omega_1(z)\Omega_0^s(z)\Omega_1^c(z)=0, \qquad (0.2)$$

где $\Omega_0^s(z)=a_*\operatorname{sh}\gamma z+\mu_*\operatorname{ch}\gamma z$, $\Omega_1^c(z)=\sqrt{\kappa_*}\operatorname{ch}\sqrt{z}+K_*\operatorname{sh}\sqrt{z}$.

Нулями $\omega(z)$ и $\omega_1(z)$ в (0.2), а значит и в (0.1) при $\hat{V}=0$ являются $z=\gamma^{-2}$ и $z=\gamma_1^{-2}\kappa_*^{-1}$ соответственно, которые, однако, не являются полюсами подынтегральных функций, а являются устранимыми особыми точками, так как являются нулями числителей — функций $N_T(x,z)$ (0.2), $N_\sigma(x,z)$ (0.11).

Комплексные корни уравнения $\Omega_0^s(z)=0$ определяются формулой

$$z_{0n}^{\pm}=\frac{1}{2\gamma}\ln|q|\pm i\begin{cases}\pi n/\gamma & q>0\\ \pi(n+1/2)/\gamma & q<0\end{cases}\qquad q=\frac{1-\mu_*/a_*}{1+\mu_*/a_*},\ \ n=0,1,2,\ldots \qquad (0.3)$$

и так как $0<|q|<1$, то $z_{0n}^{\pm}$ располагаются в комплексной плоскости слева от мнимой оси, а при $q=1$ — на мнимой оси.

При решении уравнения $\Omega_1^c(z)=0$ в комплексной плоскости z с разрезом вдоль отрицательной части действительной оси $\arg(z)$ на верхнем листе римановой поверхности изменяется от $-\pi$ до π: $-\pi<\arg(z)<\pi$. На промежуточном этапе решения получается равенство

$$\sqrt{z_k}=\frac{1}{2}\ln|\lambda|+i\pi\begin{cases}k & \lambda>0\\ k+1/2 & \lambda<0\end{cases}\qquad \lambda=\frac{1-\sqrt{\kappa_*}/K_*}{1+\sqrt{\kappa_*}/K_*},\quad k=0,\pm1,\pm2,\ldots \qquad (0.4)$$

при этом $\operatorname{Re}\left(\sqrt{z}\right)=\frac{1}{2}\ln|\lambda|<0$ при $\sqrt{\kappa_*}/K_*<1$, а $\operatorname{Re}\left(\sqrt{z}\right)=\frac{1}{2}\ln|\lambda|>0$ ни при каких $\sqrt{\kappa_*}/K_*$. Таким образом, $\sqrt{z}$ имеет $\operatorname{Re}\left(\sqrt{z}\right)<0$ и находится во 2-ом квадранте с $\pi/2<\arg\left(\sqrt{z}\right)\le\pi$ или в 3-ем квадранте с $-\pi<\arg\left(\sqrt{z}\right)<-\pi/2$. При возведении в квадрат $\sqrt{z}$ его $\arg(z)$ должен увеличиться в 2 раза, после чего z попадает на другой лист римановой поверхности с $\pi<\arg(z)<2\pi$ или с $-2\pi<\arg(z)<-\pi$. Ветвь $\sqrt{z}$ выбирается на верхнем листе выполнением равенства $\sqrt{1}=1$. Отсюда следует, что уравнение $\Omega_1^c(z)=0$ на верхнем листе римановой поверхности корней не имеет.

Таким образом, $z_{0n}^{\pm}$ являются нулевыми приближениями для определения множества нулей $z_n^{\pm}(\hat{V})$ $\hat{V} \in [0,\infty)$ при фиксированных значениях γ при численном решении уравнения (0.1). При $\hat{V} > 0$ на верхнем листе римановой поверхности присутствуют также множества нулей $\zeta_k^{\pm}(\hat{V})$ $k = 0,1,2,\dots$, $\hat{V} \in \left[\hat{V}_k^{+}, \hat{V}_k^{-}\right]$, где $\hat{V}_k^{+}, \hat{V}_k^{-}$ — значения $\hat{V}$, при котором $\zeta_k^{\pm}(\hat{V})$ выходят с нижнего листа римановой поверхности на верхний лист (+) и обратно (–) (при фиксированных остальных параметрах уравнения).

Исходя из физического смысла величин κ, a, h, параметр $\gamma = \kappa\,(ah)^{-1}$ может принимать только положительные действительные значения. Отношение κ/a имеет размерность длины и для большинства материалов составляет величину порядка 1–30 нм. Поэтому практический интерес представляют значения $0 < \gamma < 1$.

Расположение нулей функции $R(z)$ (0.3) при $\hat{V} \in [0,\infty)$ и фиксированном $\gamma = 10^{-2}$ иллюстрирует рис. 2. Цвет траектории отражает значение μ_*, которому соответствует траектория (значения приведены на рисунке). Множества $z_n^{\pm}(\hat{V})$ $n = 1, 2, 3$ представляются траекториями, похожими на незаконченные эллипсы (рис. 2). Начальные точки траектории $z_{0n}^{\pm} = z_n^{\pm}(0)$ определяются формулой (0.3). Стрелки на траекториях показывают направление перемещения ${}_m z_n^{\pm}(\hat{V})$ по траектории при изменении $\hat{V}$ от 0 до ∞ и указывают на точку сгущения, к которой стремится $z_n^{\pm}(\hat{V})$ $n = 1, 2, 3$ при $\hat{V} \to \infty$. При увеличении μ_*, что соответствует уменьшению жесткости подложки относительно покрытия, $z_{0n}^{\pm}$ перемещаются влево, а вместе с ними смещаются и множества $z_n^{\pm}(\hat{V})$, что приводит к увеличению величины $\hat{V}$, при которой $z_n^{\pm}(\hat{V})$ приобретает положительную действительную часть. Следует отметить, что множества $z_n^{\pm}$ начинаются слева от мнимой оси, а заканчиваются в точке сгущения $c_k^{\pm} = \lim\limits_{\hat{V}\to\infty} z_n^{\pm}(\hat{V})$ справа ($\mu_* = 10^{-5}$) или слева ($\mu_* =$ 1, 2,1, 2,3). Дальнейшее увеличение μ_* приводит к тому, что траектории нулей $z_n^{\pm}(\hat{V})$ оказываются полностью в левой полуплоскости, и $\mathrm{Re}(z_n^{\pm}(\hat{V})) < 0$ при любых значениях $\hat{V} \in [0,\infty)$.

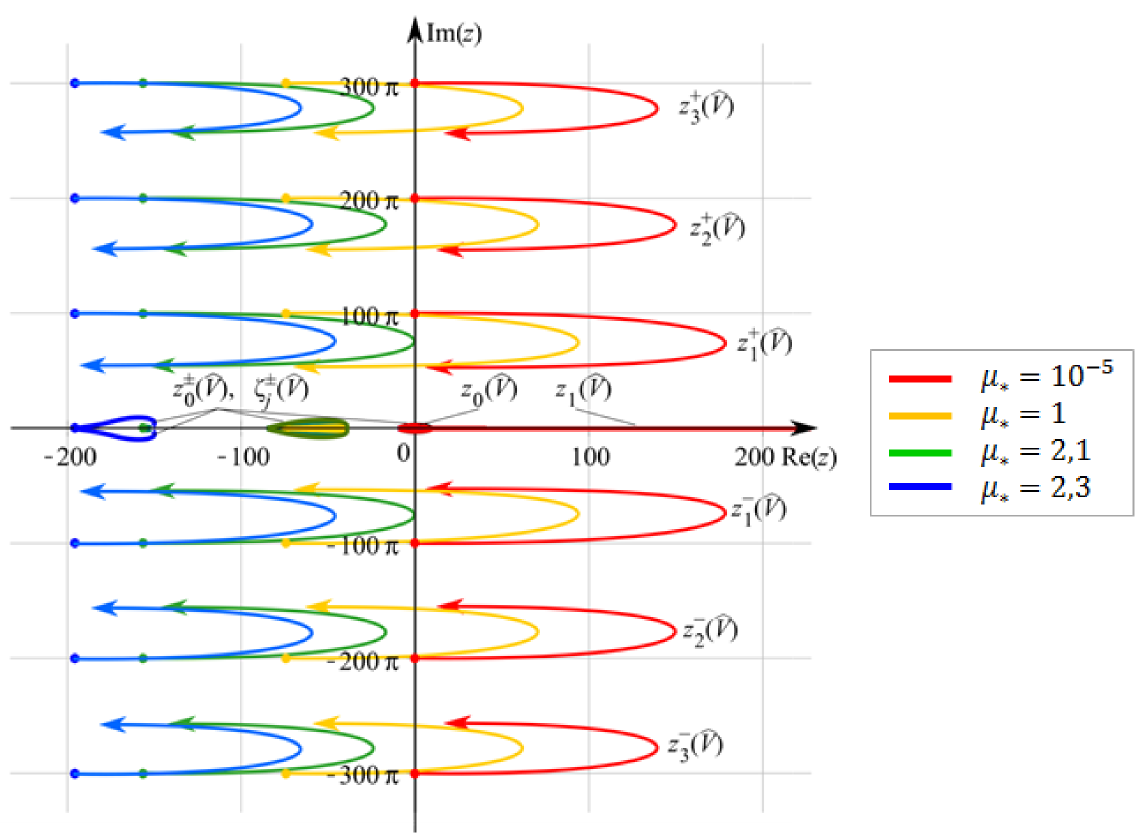


Рис. 2. Расположение нулей функции $R(z)$ (0.3) в комплексной плоскости при $\hat{V} \in [0,\infty)$ и различных значениях μ_* (обозначены цветом)

Пары нулей $z_0^+(\hat{V}) = \overline{z_0^-}(\hat{V})$ располагаются вблизи действительной оси и при изменении $\hat{V}$ от 0 до ∞ сначала отдаляются от нее, находясь слева от мнимой оси, затем пересекают мнимую ось, после чего вновь приближаются к действительной оси уже справа от мнимой оси и при некотором $\hat{V}$ переходят на действительную ось, превращаясь в нули $z_0(\hat{V})$ и $z_1(\hat{V})$. Первый из них при дальнейшем увеличении $\hat{V}$ устремляется по действительной оси в точку ветвления, располагающуюся в начале координат, и покидает верхний лист римановой поверхности, в то время как второй устремляется по действительной оси в положительном направлении. При этом, чем значение μ_* ближе к 0, тем более «стянутой» к началу координат оказывается вся траектория $z_0(\hat{V})$. Таким образом, после того, как $z_0^{\pm}(\hat{V})$ в первый раз пересекает действительную ось, в правой полуплоскости всегда присутствует нуль, являющийся полюсом подынтегральных функций в (0.1), (0.9) для $T(x,t)$, $\sigma(x,t)$.

Заметим, что для $z_n^{\pm}$ и $\zeta_k^{\pm}$ выполняются соотношения сопряженности

$$z_n^+ = \overline{z_n^-}, \quad \zeta_k^+ = \overline{\zeta_k^-} \qquad n,k = 0,1,2,\ldots \tag{0.5}$$

Таким образом, нули характеристического уравнения или определителя системы (0.1), с одной стороны, являются собственными значениями начально-краевой задачи (0.1)–(0.14), а с другой — полюсами подынтегральных функций контурных квадратур решения задачи в (0.1), (0.9).

Решение задачи. Полученные сведения об изолированных особых точках подынтегральных функций в (0.1), (0.9) позволяют вычислить эти интегралы методами теории функций комплексного переменного [22] и представить решения задачи — температуру и напряжения в виде функциональных рядов по полюсам подынтегральных функций и несобственных интегралов по берегам разреза

$$T(x,t) = \frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\gamma\hat{V}}{\alpha h}\Delta_0 \sum_{k=1}^{2} S_k\left(x,\tilde{t}\right) H\left((-1)^k\left(\tilde{t} - t_{\varepsilon\kappa}\right)\right) \; 0 \le x \le h,\ t > 0 \tag{0.1}$$

$$\sigma(x,t) = -\frac{2\mu(1-\nu)}{(1-2\nu)h}\Delta_0\left[\Omega(x,t) + \sum_{k=1}^{2} S_k\left(x,\tilde{t}\right) H\left((-1)^k\left(\tilde{t} - t_{\varepsilon\kappa}\right)\right)\right] \; 0 \le x \le h,\ t > 0 \tag{0.2}$$

в которых $\tilde{t}$, $\Omega(x,t)$ из (0.3), (0.10). Функции $S_k(x,t)$ $k = 1, 2$ вычисляются по формулам

$$S_1(x,t) = G(x,t) + s_1(x,t), \quad S_2(x,t) = G(x,t) - 2G\left(x, t - t_{\varepsilon\kappa}\right) + s_2(x,t) \tag{0.3}$$

$$\begin{gathered} G(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left[\theta^-\left(z_k^+\right)K'\left(z_k^+,x,t\right) + \theta^-\left(z_k^-\right)K'\left(z_k^-,x,t\right)\right] + \\ + \sum_{k=0}^{\infty}\left[\theta^-\left(\zeta_k^+\right)K'\left(\zeta_k^+,x,t\right) + \theta^-\left(\zeta_k^-\right)K'\left(\zeta_k^-,x,t\right)\right] \end{gathered} \tag{0.4}$$

$$\begin{gathered} s_1(x,t) = K\left(\varepsilon t_\kappa, x, t\right) - K(0,x,0) + J_1(x,t), \quad s_2(x,t) = K(0,x,0) + J_2(x,t) \\ J_1(x,t) = \frac{1}{2\pi i}\int_0^{\infty}\theta^+(\xi)Q(x,\xi)d\xi,\ Q(x,\xi) = \frac{N(x,-i\xi,-\xi)}{R\left(-i\sqrt{\xi},-\xi\right)} - \frac{N\left(x,i\sqrt{\xi},-\xi\right)}{R\left(i\sqrt{\xi},-\xi\right)} \\ K(z,x,t) = \frac{N(x,z)}{R(z)}\exp(zt), \quad K'(z,x,t) = \frac{N(x,z)}{R'(z)}\exp(zt) \\ K(0,x,0) = \lim_{z\to 0}\frac{N(x,z)}{R(z)}, \quad \theta^{\pm}(z) = \frac{\varepsilon t_\kappa}{z\left(z \pm \varepsilon t_\kappa\right)} \end{gathered} \tag{0.5}$$

В формулах (0.5) введены обозначения

$$N(x,z) = N\left(x,\sqrt{z},z\right), \quad R(z) = R\left(\sqrt{z},z\right)$$

для отслеживания поведения этих функций на берегах разреза.

Области устойчивых и неустойчивых решений. Функция $G(x,t)$ (0.4) из $S_k(x,t)$ (0.3) содержит два бесконечных ряда — по z_k^+ и по ζ_k^+

$$G(x,t) = S^+(x,t) + S^-(x,t) \tag{0.1}$$

$$S^+(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} b\left(x,z_k^+\right)e^{z_k^+ t}, \quad S^-(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} b\left(x,\zeta_k^+\right)e^{\zeta_k^+ t}$$

$$b(x,z)=\theta(z)\frac{N(x,z)}{R(z)}$$

Если все $\mathrm{Re}\left(z_n^+\right)<0$ и $\mathrm{Re}\left(\zeta_k^+\right)<0$ $n,k=0,1,2,\ldots$ для $0<\hat{V}<\hat{V}_0$, то есть все z_n^+ и ζ_k^+ находятся левее мнимой оси рис. 2, а при $\hat{V}>\hat{V}_0$ хотя бы один из них – z_{n*}^+ или ζ_{k*}^+ – находится справа – $\mathrm{Re}\left(z_{n*}^+\right)>0$ или $\mathrm{Re}\left(\zeta_{k*}^+\right)>0$, то область $\hat{V}_S\in\left[0,\hat{V}_0\right]$ при фиксированных других параметрах $\mu_*,\gamma,a_*,\ldots$ называется областью устойчивых решений задачи, а $\hat{V}_U\in\left(\hat{V}_0,\infty\right)$ называется областью неустойчивых решений задачи. Если у одного из полюсов z_{n*}^+ (или ζ_{k*}^+) $\mathrm{Re}\left(z_{n*}^+\right)>0$ или $\mathrm{Re}\left(\zeta_{k*}^+\right)>0$, то один из рядов в (0.1) становится расходящимся, а решение его содержащее — неустойчивым. Чтобы показать это, достаточно перестроить ряд $S^+(x,t)$ в (0.1) для z_{n*}^+, у которого $\mathrm{Re}\left(z_{n*}^+\right)>0$, по формуле

$$S^+(x,t)=b\left(x,z_{n*}^+\right)\left(1+\sum_{k=1}B_n\left(x,z_k^+\right)\exp\left(-\left(z_{n*}^+-z_k^+\right)t\right)\right)\exp\left(z_{n*}^+t\right),\quad B_n(x,z)=\frac{b(x,z)}{b\left(x,z_n\right)}$$

из которой видно, что ряд в скобках сходится, но за счет множителя $\exp\left(z_{n*}^+t\right)$ $\lim\limits_{t\to\infty}S^+(x,t)=\infty$ и такое решение, содержащее z_{n*}^+, неустойчиво.

При анализе траекторий полюсов z_n^+ и ζ_k^+ $n,k=0,1,2,\ldots$, изображенных на рис. 2, при изменении $\hat{V}$ от 0 до ∞ следует отметить, что полюса движутся по своим траекториям с разной скоростью: наибольшей скоростью среди них обладает z_1^+, z_0^+ или ζ_0^+. С увеличением $\hat{V}$ один из этих полюсов первым пересекает мнимую ось, пусть, например, при $\hat{V}=\hat{V}_{\mathrm{crit}}$, после чего при $\hat{V}>\hat{V}_{\mathrm{crit}}$ $\mathrm{Re}\left(z_n^+\right)>0$ и решение задачи неустойчиво, независимо от того, пересекли или нет мнимую ось другие полюса. Вывод заключается в том, что область устойчивых решений задачи $\hat{V}\in\left[0,\hat{V}_{\mathrm{crit}}\right]$, область неустойчивых решений задачи — $\hat{V}\in\left(\hat{V}_{\mathrm{crit}},\infty\right)$ при фиксированных других параметрах задачи: $\gamma,\mu_*,a_*,\ldots$. Полюсы $\zeta_k^{\pm}$ $k=1,2,\ldots$ имеют $\mathrm{Re}\left(\zeta_k^{\pm}\left(\hat{V}\right)\right)<0$ при $\hat{V}\in\left[0,\infty\right)$ и не образуют неустойчивых решений.

На рис. 3 представлены графики изменения границы между областью устойчивых решений (ОУР) и неустойчивых решений (ОНР) в зависимости от параметров $\tilde{V}=\gamma\hat{V}$, μ_*, γ при $K_*=6{,}5$, $\kappa_*=5$, $\nu_*=1{,}2$, $\alpha_*=2{,}2$, $\rho_*=0{,}4$, $a_*=\sqrt{\mu_*/\rho_*}$. При $\mu_*\to 0$ и $\mu_*\to\infty$ решения задачи II неустойчивы при сколь угодно малых $\tilde{V}>0$ или $\hat{V}>0$.

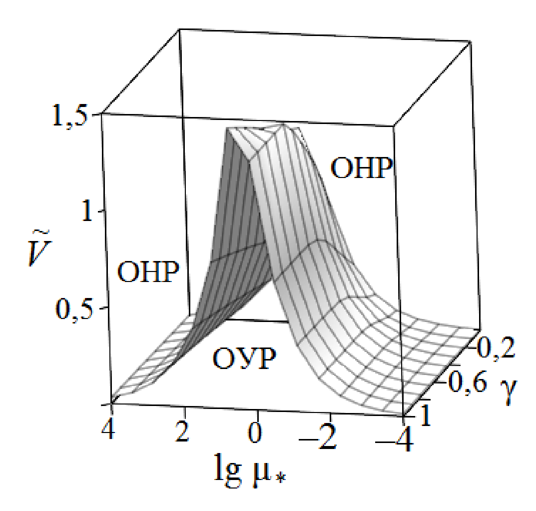


Рис. 3. Граница области устойчивых и неустойчивых решений задачи в пространстве (lg μ_*, γ, $\tilde{V}$)

Численный анализ решения задачи. Чтобы проиллюстрировать влияние упругих и теплопроводных свойств подложки на решение задачи, на рис. 4 *а*,*б* приведены графики температуры (*а*) и напряжений (*б*) на контакте. Графики получены при значениях параметров задачи, соответствующих покрытию из алюминия толщиной $h=2$ мм. Принимались следующие значения параметров материала покрытия: $\mu=25{,}5\cdot10^9$ ГПа, $\rho=2{,}7\cdot10^3$ кг/м^3, $a=6{,}24\cdot10^3$ м/с, $\nu=0{,}34$, $K=0{,}21\cdot10^3$ Вт/(м · К), $\alpha=22{,}9\cdot10^{-6}$ 1/К, $\kappa=87{,}4\cdot10^{-6}$ м/с^2. Скольжение осуществляется со скоростью $V=0{,}15$ м/с при коэффициенте трения $f=0{,}15$. Параметры закона внедрения $\Delta(t)$ (0.15): $\Delta_0=0{,}01h$, $v_0=$

0,05 мм/с, ε = 10 1/с, t_ε = 6,93 · 10^{-2} с. Безразмерные величины γ, $\hat{V}$ принимают следующие значения: γ = 7 · 10^{-6}, $\hat{V}$ = 1,052. При этом значения параметров подложки вычисляются через μ_*, a_*, K_*, κ_*, значения которых указаны в таблице 1. Значения остальных безразмерных параметров задачи принимаются следующими: ρ_* = 0,346, ν_* = 1,192, α_* = 1,924 (что соответствует покрытию из алюминия на подложке из углеродистой стали).

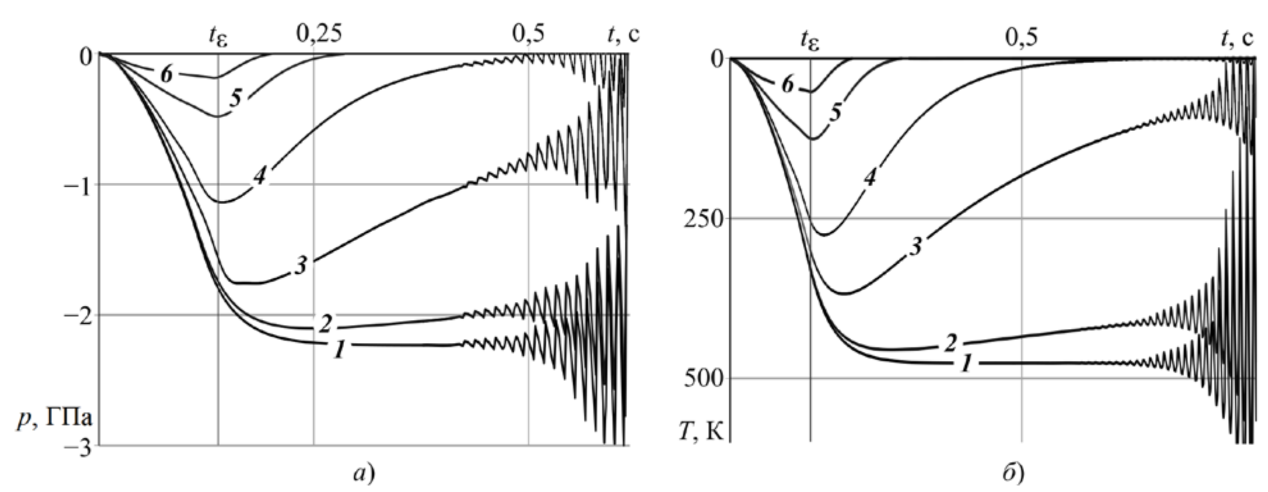


Рис. 4. Графики напряжений $p(t) = -\sigma(h,t)$ и температуры $T(h,t)$ на скользящем термофрикционном контакте при различных значениях параметров μ_*, a_*, K_*, κ_*

Таблица 1

Значения безразмерных параметров μ_*, a_*, K_*, κ_*, использовавшиеся для построения графиков на рис. 4

Номер графика	μ_*	a_*	K_*	κ_*
1	4,264 · 10^{-19}	1,110 · 10^{-9}	4,610 · 10^{-18}	6,906 · 10^{-18}
2	4,264 · 10^{-15}	1,110 · 10^{-7}	4,610 · 10^{-14}	6,906 · 10^{-14}
3	4,264 · 10^{-13}	1,110 · 10^{-6}	4,610 · 10^{-12}	6,906 · 10^{-12}
4	4,264 · 10^{-12}	3,510 · 10^{-6}	4,610 · 10^{-11}	6,906 · 10^{-11}
5	8,529 · 10^{-12}	4,964 · 10^{-6}	9,220 · 10^{-11}	1,381 · 10^{-11}
6	4,264 · 10^{-11}	1,110 · 10^{-5}	4,610 · 10^{-10}	6,906 · 10^{-10}
–*	4,264 · 10^{-1}	1,110 · 10^{0}	4,610 · 10^{0}	6,906 · 10^{0}

* В последней строке таблицы приведены данные для основания из углеродистой стали (для сравнения).

Графики 1 решений динамической задачи, изображенные на рис. 4 *а*, *б*, совпадают с соответствующими графиками решений задачи для полосы на жестком основании [14]. С уменьшением жесткости основания (увеличением μ_*) величина напряжений и температуры на контакте стремительно падает, несмотря на ослабление теплопроводных качеств основания (увеличение K_*), что демонстрируют графики *2–6* рис. 4. Заметим, что на графиках *2–6* рост температуры и напряжений сменяется их убыванием сразу (*5*, *6*) или спустя некоторое время (*2*, *3*, *4*) после момента t_ε окончания активной фазы внедрения жёсткой полуплоскости *I* в покрытие.

Графики *1–4* демонстрируют термоупругодинамически неустойчивое решение задачи, на графиках *5–6* изображено устойчивое решение. Заметим, что рост амплитуды напряжений $\sigma(h,t)$ несколько опережает рост температуры на контакте $T(h,t)$.

Заключение. Исследование решения нестационарной динамической контактной задачи термоупругости о скользящем контакте с учётом трения и разогрева от трения жёсткой полуплоскости с поверхностью упругого покрытия на упругой подложке из другого материала показывает, что основное влияние на напряжения и температуру на контакте в первую очередь оказывают механические характеристики покрытия и подложки, и только во вторую очередь — температурные.Границы области устойчивости также наиболее существенным образом зависят от механических характеристик контакта и в первую очередь от отношения жёсткостей покрытия и подложки — параметра μ_*. При приближении μ_* к единице ($\mu_* \to 1$) ширина области устойчивых решений в плоскости $\mu_*, \hat{V}$ принимает наибольшее значение, тогда как при $\mu_* \to 0$ или $\mu_* \to \infty$ ширина области уменьшается до сколь угодно малой величины.

Правильный подбор материалов покрытия и подложки на этапе конструирования триботехнических устройств позволяет улучшить их эксплуатационные характеристики, практически исключить возможность возникновения термоупругодинамической неустойчивости и обеспечить безаварийную эксплуатацию триботехнических устройств.

Библиографический список

1. Dow, T. A. Thermoelastic instability of sliding contact in the absence of wear / T. A. Dow, R. A. Burton // Wear. — 1972. — Vol. 19, no. 3. — P. 315–328.

2. Burton, R. A. Thermoelastic instability in a seal-like configuration / R. A. Burton, V. Nerlikar, S. R. Kilaparti // Wear. — 1973. — Vol. 24, no. 2. — P. 177–188.

3. Barber, J. R. Stability of Thermoelastic Contact for the Aldo Model / J. R. Barber // J. Appl. Mech. — 1981. — Vol. 48, no. 3. — P. 555–558.

4. Моров, В. А. Термоупругая неустойчивость фрикционного контакта штампов с полупространством / В. А. Моров, И. Н. Черский // Трение и износ. — 1985. — Т. 6, № 1. — С. 27–38.

5. Ciavarella, M. Interaction of thermal contact resistance and frictional heating in thermoelastic instability / M. Ciavarella [et al.] // Int. J. Solids Struct. — 2003. — Vol. 40, no. 21. — P. 5583–5597.

6. Afferrante, L. Sliding thermoelastodynamic instability / L. Afferrante, M. Ciavarella, J. R. Barber // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. — 2006. — Vol. 462, no. 2071. — P. 2161–2176.

7. Afferrante, L. A note on thermoelastodynamic instability (TEDI) for a 1D elastic layer: Force control / L. Afferrante, M. Ciavarella // Int. J. Solids Struct. — 2007. — Vol. 44, no. 5. — P. 1380–1390.

8. Mao, J.-J. Thermoelastic contact instability of a functionally graded layer and a homogeneous half-plane / J.-J. Mao, L.-L. Ke, Y.-S. Wang // Int. J. Solids Struct. — 2014. — Vol. 51, no. 23–24. — P. 3962–3972.

9. Yi, Y.-B. Effect of convective cooling on frictionally excited thermoelastic instability / Y.-B. Yi, A. Bendawi // Wear. — 2012. — Vol. 296, no. 1–2. — P. 583–589.

10. Yi, Y.-B. Finite element analysis of thermoelastic instability in intermittent sliding contact / Y.-B. Yi [et al.] // J. Therm. Stress. — 2014. — Vol. 37, no. 7. — P. 870–883.

11. Слоновский, Н. В. О термоупругой устойчивости при трении скольжения / Н. В. Слоновский // Прикладная математика и механика. — 1969. — Т. 33, № 1. — С. 117–121.

12. Пырьев, Ю. А. Анализ устойчивости термоупругого контакта в трибосистеме типа радиальных уплотнений цилиндра / Ю. А. Пырьев, Ю. И. Мандзик // Трение и износ. — 1996. — Т. 17, № 5. — С. 621–628.

13. Евтушенко, А. А. Влияние изнашивания на развитие термоупругой неустойчивости фрикционного контакта / А. А. Евтушенко, Ю. А. Пырьев // Известия РАН. Механика твердого тела. — 1997. — № 1. — С. 114–121.

14. Зеленцов, В. Б. Термоупругодинамическая неустойчивость решения контактной задачи для покрытия с учетом тепловыделения от трения / В. Б. Зеленцов [и др.] // Вестник ДГТУ. — 2014. — Т. 14, № 4. — С. 17–29.

15. Zelentsov, V. B. Instability of solution of the dynamic sliding frictional contact problem of coupled thermoelasticity / V. B. Zelentsov [et al.] // Mater. Phys. Mech. — 2015. — Vol. 23. — P. 14–19.

16. Зеленцов, В. Б. Неустойчивость скользящего термофрикционного контакта жесткого тела с упругим покрытием, содержащим пьезокерамическую прослойку / В. Б. Зеленцов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2015. — № 4. — С. 52–60.

17. Зеленцов, В. Б. Динамическая и квазистатическая неустойчивость скользящего термофрикционного контакта / В. Б. Зеленцов, Б. И. Митрин, С. М. Айзикович // Трение и износ. — 2016. — Т. 37, № 3. — С. 280–289.

18. Новацкий, В. Вопросы термоупругости / В. Новацкий. — Москва : Изд-во АН СССР, 1962. — 363 с.

19. Диткин, В. А. Интегральные преобразования и операционные исчисления / В. А. Диткин, А. П. Прудников. — Москва : Физматлит, 1961. — 524 с.

20. Виленкин, Н. Я. Функциональный анализ / Н. Я. Виленкин [и др.] ; под ред. С. Г. Крейна. — Москва : Наука, 1964. — 425 с.

21. Брычков, Ю. А. Интегральные преобразования обобщенных функций / Ю. А. Брычков, А. П. Прудников. — Москва : Наука, 1977. — 288 с.

22. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — Москва : Наука, 1977. — 735 с.

References

1. Dow, T. A. Burton, R.A. Thermoelastic instability of sliding contact in the absence of wear. Wear, 1972, vol. 19, no. 3, pp. 315–328.

2. Burton, R.A., Nerlikar, V., Kilaparti, S.R. Thermoelastic instability in a seal-like configuration. Wear, 1973, vol. 24, no. 2, pp. 177–188.

3. Barber, J. R. Stability of Thermoelastic Contact for the Aldo Model. J. Appl. Mech., 1981, vol. 48, no. 3, pp. 555–558.

4. Morov, V.A., Cherskiy, I.N. Termouprugaya neustoychivost' friktsionnogo kontakta shtampov s poluprostranstvom. [Thermoelastic instability of frictional contact between dies and half-space.] Journal of Friction and Wear, 1985, vol. 6, no. 1, pp. 27–38 (in Russian).

5. Ciavarella, M., et al. Interaction of thermal contact resistance and frictional heating in thermoelastic instability. Int. J. Solids Struct, 2003, vol. 40, no. 21, pp. 5583–5597.

6. Afferrante, L., Ciavarella, M., Barber, J. R.Sliding thermoelastodynamic instability. Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., 2006, vol. 462, no. 2071, pp. 2161–2176.

7. Afferrante, L ., Ciavarella, M. A note on thermoelastodynamic instability (TEDI) for a 1D elastic layer: Force control. Int. J. Solids Struct., 2007, vol. 44, no. 5, pp. 1380–1390.

8. Mao, J.-J., Ke, L.-L., Wang, Y.-S. Thermoelastic contact instability of a functionally graded layer and a homogeneous half-plane. Int. J. Solids Struct., 2014, vol. 51, no. 23–24, pp. 3962–3972.

9. Yi, Y.-B,. Bendawi, A. Effect of convective cooling on frictionally excited thermoelastic instability . Wear, 2012, vol. 296, no. 1–2, pp. 583–589.

10. Yi, Y.-B., et al. Finite element analysis of thermoelastic instability in intermittent sliding contact. J. Therm. Stress, 2014, vol. 37, no. 7, pp. 870–883.

11. Slonovskiy, N.V. O termouprugoy ustoychivosti pri trenii skol'zheniya. [On thermoelastic stability under sliding friction.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1969, vol. 33, no. 1, pp. 117–121 (in Russian).

12. Pyryev, Y.A., Mandzik, Y.I. Analiz ustoychivosti termouprugogo kontakta v tribosisteme tipa radial'nykh uplotneniy tsilindra. [An analysis of thermoelastic contact stability of a cylinder radial seal.] Journal of Friction and Wear, 1996, vol. 17, no. 5, pp. 621–628 (in Russian).

13. Yevtushenko, A.A., Pyryev, Y.A. Vliyanie iznashivaniya na razvitie termouprugoy neustoychivosti friktsionnogo kontakta. [Effect of wear on the development of thermoelastic instability of frictional contact.] Izvestia: Mechanics of Solids, 1997, no. 1, pp. 114–121 (in Russian).

14. Zelentsov, V.B., et al. Termouprugodinamicheskaya neustoychivost' resheniya kontaktnoy zadachi dlya pokrytiya s uchetom teplovydeleniya ot treniya [Thermoelastodynamic instability of contact problem solution for coating considering frictional heat generation.] Vestnik of DSTU, 2014, vol. 14, no. 4, pp. 17–29 (in Russian).

15. Zelentsov, V. B., et al. Instability of solution of the dynamic sliding frictional contact problem of coupled thermoelasticity. Mater. Phys. Mech., 2015, vol. 23, pp. 14–19.

16. Zelentsov, V.B., et al. Neustoychivost' skol'zyashchego termofriktsionnogo kontakta zhestkogo tela s uprugim pokrytiem, soderzhashchim p'yezokeramicheskuyu prosloyku. [Instability of Sliding Thermoelastic Contact of a Rigid Body with an Elastic Coating Containing a Piezoceramic Interlayer.] Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Natural Sciences, 2015, no. 4, pp. 52–60 (in Russian).

17. Zelentsov, V.B, Mitrin, B.I., Aizikovich, S.M. Dinamicheskaya i kvazistaticheskaya neustoychivost' skol'zyashchego termofriktsionnogo kontakta.[Dynamic and Quasi-Static Instability of Sliding Thermoelastic Frictional Contact.] Journal of Friction and Wear, 2016, vol. 37, no. 3, pp. 280–289 (in Russian).

18. Novatskiy, V. Voprosy termouprugosti. [Issues of thermoelasticity.] Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1962, 363 p. (in Russian).

19. Ditkin, V.A., Prudnikov, A.P. Integral'nye preobrazovaniya i operatsionnye ischisleniya. [Integral transformations and operational calculus.] Moscow: Fizmatlit, 1961, 524 p. (in Russian).

20. Vilenkin, N.Y., et al. Krein, S,G., ed. Funktsional'nyy analiz. [Functional analysis.] Moscow: Nauka, 1964, 425 p. (in Russian).

21. Brychkov, Y.A., Prudnikov, A.P. Integral'nye preobrazovaniya obobshchennykh funktsiy. [Integral transformations of generalized functions.] Moscow: Nauka, 1977, 288 p. (in Russian).

22. Tikhonov, A.N., Samarskiy, A.A. Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of mathematical physics.] Moscow: Nauka, 1977, 735 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 15.09.2016
Сдана в редакцию 15.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 004.942 DOI 10.12737/22161

Автомодельность задачи тепловой конвекции, осредненной по тонкому слою*

Л. В. Сахарова**
Ростовский государственный экономический университет, г. Ростов–на-Дону, Российская Федерация

Self-similarity problem of thermal convection averaged over a thin layer ***

L. V. Sakharova**
Rostov State University of Economics, Rostov-on-Don, Russian Federation

В работе получены три типа автомодельных замен для задачи тепловой конвекции, осредненной по тонкому слою испаряющейся жидкости и являющейся моделью высыхания невязкой, нетемпературопроводной протяженной капли. Для построения автомодельных решений в работе выполнен переход к инвариантам Римана. Автомодельные решения представляют собой функции времени и координаты, определяющие высоту капли, а также скорость массопереноса и тепловой поток, осредненные по толщине капли. Осуществлена классификация найденных автомодельных решений на основании поведения функции, описывающей высоту капли в процессе испарения-конденсации. Выявлена область применимости различных автомодельных решений к моделированию различных ситуаций высыхания капель и пленок.

Three types of self-simulated replacements for the problem of thermal convection averaged over a thin layer of the vaporizing liquid are presented. It is a model of the drying non-viscous extended droplet specified by the non-thermal diffusivity. For the construction of self-simulated solutions, a transition to the Riemann invariants is performed. Self-simulated solutions are functions of time and position determining the drop height, the mass-transfer rate and the heat flow averaged over the drop thickness. The found self-simulated solutions are classified on the basis of the behavior of the function that describes the drop height under the evaporation-condensation. The domains of applicability of various self-simulated solutions to the simulation of different situations of drying drops and films are identified.

Ключевые слова: математическая модель, автомодельные решения, капля, испарение-конденсация.

Keywords: mathematical model, self-simulated solutions, drop, evaporation- condensation.

Введение. Математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса при испарении-конденсации капель жидкостей применимо в настоящее время во множестве современных технологий: медицинской диагностике [1], фармакологических исследованиях [2], кристаллографии белка [3], для растягивания ДНК и РНК [4], полиграфии [5], создании структурированных поверхностей [6], производстве наноструктур [7], микроматриц, в том числе однокристальных лабораторий (labs-on-a-chip) [8]. В связи с этим в последние годы разработано большое количество моделей, описывающих высыхание капель, либо пленок жидкостей. Для математического моделирования процессов в испаряющейся капле применяются различные подходы: в первую очередь, те или иные следствия системы уравнений Навье-Стокса, а также метод осреднения трехмерных задач по высоте пленки, либо капли испаряющейся жидкости.

Метод осреднений (аналог уравнений мелкой воды) для моделирования высыхающих капель и пленок использован в работах [9–12]. Несмотря на существенные успехи при моделировании конкретных ситуаций в физике, медицине и биологии, используемый подход имеет ряд дефектов, таких как необходимость задания плотности пара на поверхности капли (на основе эмпирических предположений), потребность во множестве локальных допущений, понижающих уровень общности модели, а также преимущественно численный подход к исследованию получающихся начально-краевых задач. Процесс осреднения, используемый в перечисленных работах также проводится на основе упрощающих предположений и при отсутствии четких математических обоснований.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: sakharova@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

В работе [13] разработан универсальный математический аппарат для исследования процессов тепло- и массопереноса в испаряющихся каплях и жидкостях. Введен в рассмотрение оператор осреднения, на основании свойств которого осуществлено осреднение и замыкание приближения Обербека-Буссинеска, наиболее часто используемого для описания гравитационной конвекции в жидкости. Построен ряд математически корректных моделей высокого уровня общности, среди которых наиболее существенной является задача тепловой конвекции, осредненная по тонкому слою испаряющейся жидкости:

$$h_t + div(h^2 s) = -V_0 \varphi; \quad (1)$$

$$s_t - \frac{2}{3} hsdivs + \frac{4}{3} hs\nabla s = 0; \quad (2)$$

$$\varphi_t - \frac{2}{3} h\varphi divs + \frac{4}{3} hs\nabla \varphi = 0; \quad (3)$$

$$c_t + hs\nabla c = D\Delta c. \quad (4)$$

Здесь: h — переменная во времени высота капли, зависящая от координат; s, φ и c — осредненные по толщине капли скорость массопереноса, тепловой поток и концентрация твердой примеси в капле. Величина V_0 — безразмерный параметр. Система (1)–(4), описывающая процесс испарения в общем случае, должна быть дополнена начально-краевыми условиями, определяемыми из физических допущений для каждого конкретного случая. Начальные условия могут определять начальную форму либо высоту капли, а также осредненные значения скорости массопереноса, теплового потока и концентрации примеси в начальный момент времени. Выбор краевых условий существенно зависит от физических предположений, положенных в основу конкретной модели. В зависимости от степени гладкости основания, может иметь место пиннинг границы трехфазного контакта (ее фиксация на шероховатом основании), либо депиннинг (ее отрыв на гладком основании — например, слюде, тефлоне). Угол смачивания поверхности будет острым для смачиваемой (гидрофильной) поверхности и тупым — для несмачиваемой (гидрофобной); кроме того, во втором случае изначально будет иметь место «опрокидывание» профиля капли, что существенно усложняет решение задачи. В случае, когда капля примыкает к жесткой стенке, на ней также необходимо задать угол смачивания или (и) условия теплоизолированности и непроницаемости для потока жидкости.

Как отмечается в работе [13], одним из вариантов упрощения процедуры получения решений является рассмотрение пространственно-одномерных моделей — для вращательно-симметричной капли или «протяженной капли», бесконечно вытянутой в одном из горизонтальных направлений. Оба случая соответствуют общепринятым упрощениям при моделировании капель и тонких пленок. Вращательно-симметричная модель капли отвечает случаю небольших по размеру капель (то есть радиус капли соразмерим с ее тощиной), принимающих под влиянием сил поверхностного натяжения осесимметричную форму. В этом случае в уравнениях модели отсутствует зависимость функций от полярного угла и размерность задачи понижается. Это позволяет построить аналитические решения задачи для осевого сечения капли. Модель «протяженной» капли соответствует случаю тонкой пленки, обладающей относительно большой протяженностью и однородностью в одном из направлений (например, в направлении оси Oy). Предполагается, что все физические и геометрические характеристики капли зависят только от переменной x, а решения рассматриваются в сечении капли, перпендикулярном оси Oy. Следует отметить, что все краевые эффекты на линии трехфазного контакта (жидкость-воздух-твердое основание), возникающие при испарении капли, должны иметь качественное соответствие для обоих моделей.

В работе осуществлено решение задачи (1)–(4) для вращательно-симметричной капли методом характеристик в сочетании с численными методами. Установлен ряд интересных эффектов, в том числе зависимость от времени формы профиля поверхности капли в окрестности точки трехфазного контакта. Установлено, что в начальный момент

времени форма профиля близка к линейной; однако с течением времени наблюдается ее искривление, а в некоторый фиксированный момент времени происходит «опрокидывание» профиля капли. В работе [13] показано также, что сингулярности решений, возникающих при $h \to 0$ для осредненных решений, являются мнимыми и устраняются предельным переходом.

Соответственно, актуальной проблемой является получение аналитических решений для задачи (1)–(4), в первую очередь, ее автомодельных решений [14–15]. В соответствии с [14], явление рассматривается как автомодельное, если распределения его характеристик в различные моменты времени получаются друг из друга преобразованием подобия. Обнаружение автомодельности упрощает вычисления и представление характеристик явления, развивающегося во времени.

Целью настоящей работы является построение автомодельных решений задачи тепловой конвекции и их исследования с точки зрения применимости к моделированию различных ситуаций испарения-конденсации жидкости. Для построения автомодельных решений в работе выполнен переход к инвариантам Римана. Получены определяющие соотношения, позволившие построить три типа автомодельных замен, понижающих размерность задачи и сводящих ее к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Для каждой из систем ОДУ найдены различные аналитические решения, определяющие высоту капли h, осредненные по толщине капли скорость массопереноса s и тепловой поток φ как функции времени t и координаты x. Классификация найденных автомодельных решений осуществлена на основании поведения функции h, описывающей поведение поверхности капли в процессе испарения-конденсации. Выявлена область применимость различных автомодельных решений к моделированию различных ситуаций, таких как пиннинг (закрепленние границы трехфазного контакта, вызванное шероховатостью основания) либо депиннинг (отрыв границы на идеально гладком основании, на котором располагается капля), различная геометрическая форма поверхности капли (линейная, выпуклая, вогнутая) и т.п.

Задача для протяженной волны в инвариантах Римана. Для протяженной капли, то есть бесконечно вытянутой в одном из горизонтальных направлений, задача тепловой конвекции (1)–(4), принимает одномерный вид:

$$h_t + 2hsh_x + h^2 s_x = -V_0\varphi; \tag{5}$$

$$s_t + \frac{2}{3} hss_x = 0; \tag{6}$$

$$\varphi_t - \frac{2}{3} h\varphi s_x + \frac{4}{3} hs\varphi_x = 0. \tag{7}$$

Осуществим переход к инвариантам Римана R, P, Q, связанным со старыми переменными соотношениями:

$$h = RP^{-3/4}; \qquad s = P; \qquad \varphi = QP. \tag{8}$$

В результате система (5)–(7) принимает следующий вид:

$$R_t + 2RP^{1/4} R_x = -V_0 PQ; \tag{9}$$

$$P_t + \frac{2}{3} RP^{1/4} P_x = 0; \tag{10}$$

$$Q_t + \frac{4}{3} RP^{1/4} Q_x = 0. \tag{11}$$

Для построения автомодельных замен выполним переход к функциям $\overline{R}$, $\overline{P}$, $\overline{Q}$:

$$R = \alpha\overline{R}, \qquad P = \beta\overline{P}, \qquad Q = \gamma\overline{Q}, \qquad t = \delta\overline{t}, \qquad x = \varepsilon\overline{x}, \tag{12}$$

где α, β, γ, δ, ε — параметры. При подстановке соотношений (12) в систему (9)–(11) она приводится кследующему виду:

$$\frac{\alpha}{\delta}\overline{R}_t + 2\frac{\alpha^2\beta^{1/4}}{\varepsilon}\overline{R}\cdot\overline{P}^{1/4}\cdot\overline{R}_x = -V_0\beta\gamma\overline{P}\cdot\overline{Q}; \qquad (13)$$

$$\frac{\beta}{\delta}\overline{P}_t + \frac{2}{3}\frac{\alpha\beta^{5/4}}{\varepsilon}\overline{R}\cdot\overline{P}^{1/4}\cdot\overline{P}_x = 0; \qquad (14)$$

$$\frac{\gamma}{\delta}\overline{Q}_t + \frac{4}{3}\frac{\alpha\beta^{1/4}\gamma}{\varepsilon}\overline{R}\cdot\overline{P}^{1/4}\cdot\overline{Q}_x = 0. \qquad (15)$$

Инвариантность системы (13)–(15) по отношению к (9)–(11) обеспечивается выполнением равенств:

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{\alpha^2\beta^{1/4}}{\varepsilon} = \beta\gamma; \qquad \frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha\beta^{5/4}}{\varepsilon}; \qquad \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\beta^{1/4}\gamma}{\varepsilon}, \qquad (16)$$

На основании (16) получим два определяющих соотношения:

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\alpha\beta^{1/4}}; \qquad \alpha = \beta\gamma\delta. \qquad (17)$$

Соотношения (17) позволяют получить автомодельные замены, понижающие размерность исходной задачи (5)–(7) и приводящие ее к системам ОДУ. Рассмотрим основные три типа автомодельных замен и соответствующих им автомодельных решений задачи тепловой конвекции.

Автомодельная замена 1. Полагая $\alpha = \beta = 1$, из уравнений (17) получим:

$$\delta = \varepsilon, \qquad \gamma = \frac{1}{\delta}. \qquad (18)$$

Соотношения (18) указывают на существование автомодельных замен задачи:

$$\frac{x}{t} = z, \qquad Qt = u, \qquad (19)$$

где u и t — новые переменные. Действительно, применение (19) к (9)–(11) сводит систему дифференциальных уравнений в частных производных к следующей системе ОДУ:

$$R_z\left(2RP^{1/4} - z\right) = -V_0Pu; \qquad (20)$$

$$P_z\left(\frac{2}{3}RP^{1/4} - z\right) = 0; \qquad (21)$$

$$-u + u_z\left(-z + \frac{4}{3}RP^{1/4}\right) = 0; \qquad (22)$$

Система (20)–(22) имеет два решения, определяемых уравнением (21).

Решение 1.1. Пусть

$$RP^{1/4} = \frac{3}{2}z. \qquad (23)$$

Подстановка (23) в уравнение (22) приводит к решению вида:

$$u = C_1z, \qquad (24)$$

C_1 — константа интегрирования, а подстановка (24) в (20) позволяет получить решение системы в инвариантах Римана:

$$R = \left(C_2 - \frac{81}{32}C_1V_0z^5\right)^{1/5}, \qquad (25)$$

$$P = \frac{81}{16}z^4\left(C_2 - \frac{81}{32}C_1V_0z^5\right)^{-4/5}, \qquad (26)$$

$$Q = C_1 \frac{z}{t}. \quad (27)$$

Вернемся от инвариантов к обычным переменным, и на основании (25)–(27) получим решение исходной системы (5)–(7):

$$h = \frac{8}{27tx^3}\left(C_2 t^5 - \frac{81}{16} C_1 V_0 x^5\right)^{4/5}, \quad (28)$$

$$s = \frac{81}{16} x^4 \left(C_2 t^5 - \frac{81}{16} C_1 V_0 x^5\right)^{-4/5}, \quad (29)$$

$$\varphi = \frac{81}{16} C_1 \frac{x^5}{t^2}\left(C_2 t^5 - \frac{81}{16} C_1 V_0 x^5\right)^{-4/5}. \quad (30)$$

Функция h, определяющая тощину капли, ведет себя по-разному в зависимости от знаков констант C_1, C_2. Пусть $C_1, C_2 > 0$ ($V_0 > 0$). Тогда из (28) видно, что функция h обращается в ноль при

$$x_k = \frac{2}{3}\sqrt[5]{\frac{3C_2}{2V_0 C_1}}t. \quad (31)$$

Точка (31) соответствует краю капли, причем это значение увеличивается с возрастанием t. Из формулы (28) следует, что при $C_1, C_2 > 0$, если $0 < x < x_k$, то $h'_x < 0$, $h'_t > 0$ то есть имеет место убывание функции по x и возрастание t (конденсация). Если $x > x_k$, то $h'_x > 0$, $h'_t < 0$, что означает возрастание функции по x и убывание t (испарение). Таким образом, решение (28)–(30) может быть использовано непосредственно для описания испаряющейся капли, если в качестве начального момента времени положить $t = t_0 > 0$. Предполагается, что левый край капли (стенка, к которой примыкает капля) находится в точке $x = x_0 > x_k$. Тогда константы C_1, C_2 можно определить, например, задавая значения $h(x_0) = h_0$, $s(x_0) = s_0$ при $t = t_0$. Если в качестве левого края капли взять точку $x = 0$, то формулы (28)–(30) определяют конденсацию капли. Однако их нельзя использовать целиком из-за сингулярности. Используем сшивку полученного решения с константой (рис.1):

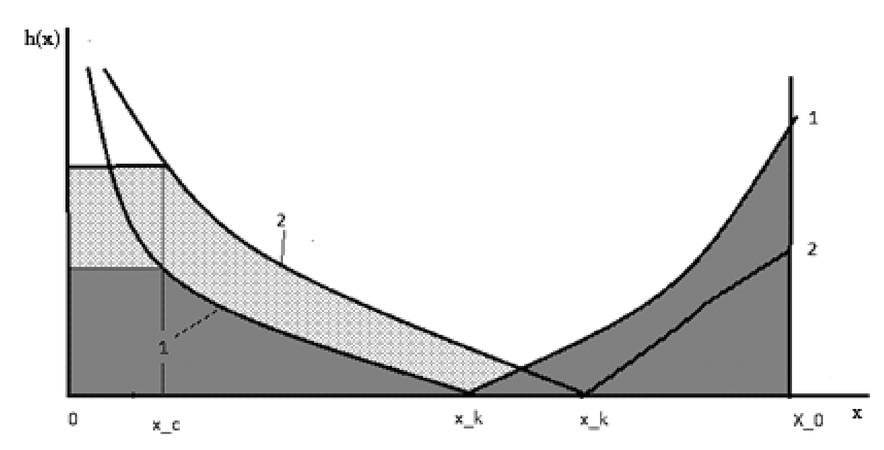


Рис.1. Поверхность капли, описываемая Решением 1.1, $C_1, C_2 > 0$ ($V_0 > 0$).
x_k — точка трехфазного контакта. Левая область — конденсация капли; $x = 0$ (начало кооординат) соответствует жесткой стенке, к которой примыкает капля. Правая область — испарение; $x = x_0$ — жесткая стенка.
Кривые (1) и (2) соответствуют различным моментам времени $t_1 < t_2$;

$$h=\begin{cases}\dfrac{8}{27tx_c^3}\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x_c^5\right)^{4/5}, & 0<x<x_c,\\ \dfrac{8}{27tx^3}\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x^5\right)^{4/5}, & x_c\le x<x_k.\end{cases} \tag{32}$$

$$s=\begin{cases}\dfrac{81}{16}x_c^4\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x_c^5\right)^{-4/5}, & 0<x<x_c,\\ \dfrac{81}{16}x^4\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x^5\right)^{-4/5}, & x_c\le x<x_k.\end{cases} \tag{33}$$

$$\varphi=\begin{cases}\dfrac{81}{16}C_1\dfrac{x_c^5}{t^2}\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x_c^5\right)^{-4/5}, & 0<x<x_c,\\ \dfrac{81}{16}C_1\dfrac{x^5}{t^2}\left(C_2t^5-\dfrac{81}{16}C_1V_0x^5\right)^{-4/5}, & x_c\le x<x_k.\end{cases} \tag{34}$$

Таким образом, при $0<x<x_c$ функции h, s, ϕ представляют собой константы, зависящие от времени. Соотношения между константами, входящими в (32)–(34) можно получить, задавая $h(0,t_0)=h_0$, $s(0,t_0)=s_0$, $\phi(0,t_0)=\phi_0$. Следовательно, *Решение 1.1* при $C_1, C_2>0$, определяемое формулами (32)–(34), в различных областях задания может быть использовано для описания как конденсирующейся, так и испаряющейся капли.

Если же $C_1, C_2<0$, то, области при $x<x_k$ и $x>x_k$ меняются ролями: левая часть отвечает за испарение, а правая — за конденсацию. Если $C_1>0$, $C_2<0$ (либо $C_1>0$, $C_2<0$), то подкоренная функция в ноль не обращается. Однако у функции h имеется минимум в точке $x_{ext}=-\dfrac{2}{3}\sqrt[5]{\dfrac{9C_2}{2V_0C_1}}t$. Можно предположить, что функция h в этом случае описывает испарение (конденсацию) пленки жидкости, расположенной неравномерным слоем между двумя твердыми стенками.

Решение 1.2. Рассмотрим второе решение уравнения (21), соответствующее $P_z=0$:

$$P=D_1^4, \tag{35}$$

где D_1 — константа интегрирования. Тогда оставшиеся уравнения системы преобразуются к виду:

$$R_z(2RD_1-z)=-V_0D_1^4u; \tag{36}$$

$$-u+u_z\left(-z+\frac{4}{3}RD_1\right)=0. \tag{37}$$

Система (36)–(37) допускает построение асимптотического решения в виде рядов. Возвращение к исходным переменным приводит к квадратичной асимптотике автомодельного решение системы (5)–(7):

$$h-\left(R_0+\frac{2D_1^4V_0}{R_1}\right)=-2V_0D_1^2u_0(R_1)\left(\frac{x}{t}+\frac{D_1R_0}{R_1}\right)^2, \qquad R_1=5R_0+2V_0D_1^4u_0. \tag{38}$$

$$s=D_1^4, \tag{39}$$

$$\varphi=\frac{D_1^4}{t}\left(u_0+\frac{3u_0}{4R_0D_1}\frac{x}{t}+\frac{9}{8}R_0^{-2}D_1^{-2}\left(u_0+\frac{V_0D_1^4u_0}{3R_0}\right)\frac{x^2}{t^2}\right). \tag{40}$$

Исходя из требования неотрицательности функции толщины капли h в начальный момент времени, будем считать, что $D_1R_0>0$. Предположим для определенности: $D_1>0$, $R_0>0$. Парабола (38) имеет вершину в точке $B\left(-tD_1R_0/R_1; R_0+2D_1^4V_0/R_1\right)$, и пересечение с осью OX в точке $x_k=t/R_1\left(-D_1R_0\pm\sqrt{\dfrac{R_0R_1+2V_0D_1^4}{V_0D_1^2u_0}}\right)$.

Таким образом, с течением времени высота капли, описываемой (38)–(40) возрастает, а площадь ее увеличивается. Следовательно, автомодельное Решение 1.2 соответствует конденсации капли (Рис.2). Неизвестные константы u_0 и R_0 могут быть найдены, например, из задания углов смачивания в начальный момент времени $t=t_0>0$ точках $x=0$ и $x=x_k$: $h'_x(x=0)=tg\alpha_1$, $h'_x(x=x_k)=tg\alpha_2$.

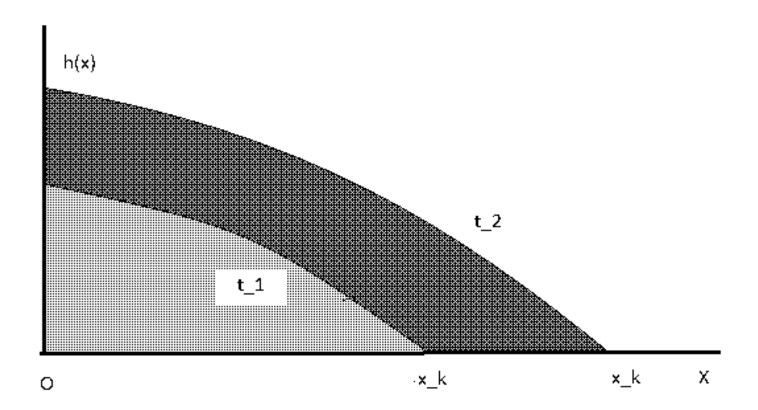


Рис.2. Поверхность капли, описываемая Решением 1.2, конденсация, $D_1 > 0$, $R_0 > 0$; $x = 0$ — жесткая стенка, к которой примыкает капля, $x = x_k$ — точка трехфазного контакта.

Автомодельная замена 2. Пусть $\beta = \gamma = 1$. Тогда из (17) следует, что

$$\delta = \alpha, \qquad \varepsilon = \delta^2. \tag{41}$$

Следовательно, на основании (41) применимы автомодельные замены:

$$z = \frac{x}{t^2}, \qquad R = tV, \tag{42}$$

приводящие систему (9)–(11) к виду:

$$V + 2V_z\left(-z + VP^{1/4}\right) = -V_0 PQ; \tag{43}$$

$$P_z\left(-2z + \frac{2}{3}VP^{1/4}\right) = 0; \tag{44}$$

$$Q_z\left(-2z + \frac{4}{3}VP^{1/4}\right) = 0. \tag{45}$$

Из уравнения (44) следует, что

$$P_z = 0, \tag{46}$$

или

$$VP^{1/4} = 3z, \tag{47}$$

а из уравнения (45) — что

$$Q_z = 0, \tag{48}$$

либо

$$VP^{1/4} = \frac{3}{2}z. \tag{49}$$

Рассмотрим решения, соответствующие различным комбинациям (46) – (49).

Решение 2.1. Пусть выполняются (46) и (48), следовательно,

$$P = P_1^4, \tag{50}$$

$$Q = Q_1, \tag{51}$$

где P_1, Q_1 — константы. Тогда решение системы (43)–(45) имеет вид:

$$x + t^2\left(V_0 P_1^5 Q_1 + \frac{P_1}{V_1}\right) = P_1 V_1\left(hP_1^3 + t\left(V_0 P_1^4 Q_1 + \frac{1}{V_1}\right)\right)^2, \tag{52}$$

$$s = P_1^4, \tag{53}$$

$$Q = Q_1 P_1^4, \tag{54}$$

где P_1, Q_1, V_1 — константы. Кривая (52) есть парабола с вершиной в точке

$$B\left(-t^2 P_1 K; -\frac{Kt}{P_1^3}\right), \qquad K = \frac{V_0 P_1^5 Q_1 + 1}{V_1}, \tag{55}$$

и пересечением с осью OX в точке $C(t^2 P_1^6 K V_0 Q_1; 0)$. Если, например, $P_1 K < 0$, то вершина расположена в первой координатной четверти, а ветви параболы повернуты влево. Таким образом, в соответствии с (55), в начальный

момент времени $t = 0$ получаем параболу с вершиной в начале координат: $x = P_1^7 V_1 h^2$. При увеличении времени вершина парболы смещается вправо и вверх. Таким образом, наблюдается опрокидывание профиля капли, а затем высота капли увеличивается. Следовательно, Решение 2.1, определяемое формулами (52)–(54), соответствует конденсации капли на вертикальной стенке, совпадающей с осью ординат (рис. 3).

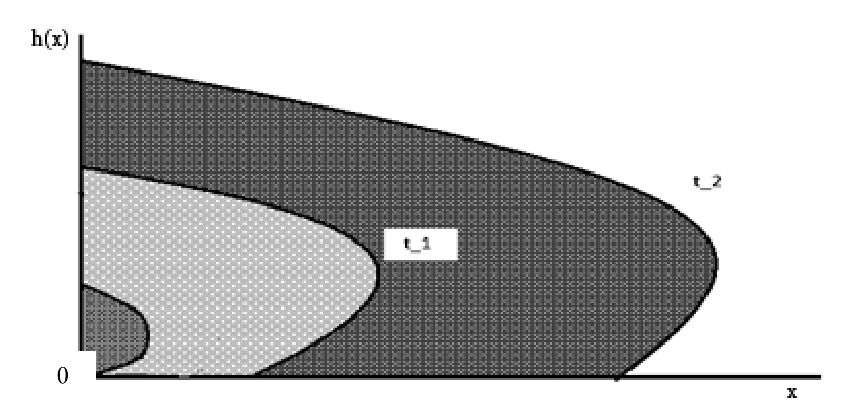


Рис. 3. Поверхность капли, описываемая Решением 2.1, конденсация капли на вертикальной стенке. Линии соответствуют различным моментам времени $t_1 < t_2$

Решение 2.2. Пусть теперь выполняются (46) и (49). Следовательно, $P = P_1^4$, $V = \dfrac{3z}{2P_1}$, где P_1 — константа.

В этом случае получим второе решение системы (43)–(45):

$$h = \frac{3x}{2P_1^4 t}, \qquad s = P_1^4, \qquad \varphi = -\frac{3x}{V_0 P_1 t^2}. \tag{56}$$

Решение 2.2., определяемое уравнениями (56) соответствует случаю испарения, когда поверхность капли линейна, жидкость уменьшается со временем. В данном решении по смыслу задачи $D_1 > 0$; в противном случае формула (56) описывает «перевернутую» каплю.

Решение 2.3. Пусть теперь выполняются (47) и (48), $Q = Q_1$; $P = \dfrac{81z^4}{V^4}$. В этом случае уравнение (43) приобретает линейную форму:

$$\frac{dV}{dz} + \frac{V}{4z} = -V_0 \frac{81 Q_1 z^3}{4V^4}. \tag{57}$$

Решив (57), получим третье решение системы (43)–(45):

$$R = t z^{-1/4} q, \qquad q = 5\left(A_1 - \frac{27}{7} V_0 Q_1 z^{21/4}\right)^{1/5}, \tag{58}$$

$$P = 81 z^5 q^{-4}, \tag{59}$$

$$Q = Q_1. \tag{60}$$

После возвращения к исходным переменным (8) в (58)–(59), имеем автомодельное решение исходной задачи:

$$h = \frac{t^{4/5} x^{1/5}}{27} 5^{4/5} \left(A_1 t^{21/2} - \frac{27}{7} V_0 Q_1 x^{21/4}\right)^{4/5}, \tag{61}$$

$$s = \frac{81 x^{4/5}}{t^{9/5}} 5^{-4/5} \left(A_1 t^{21/2} - \frac{27}{7} V_0 Q_1 x^{21/4}\right)^{-4/5}, \tag{62}$$

$$\varphi = Q_1 \frac{81 x^{9/5}}{t^{4/5}} 5^{-4/5} \left(A_1 t^{21/2} - \frac{27}{7} V_0 Q_1 x^{21/4}\right)^{-4/5}. \tag{63}$$

Функция h, определяемая формулой (61) не имеет сингулярностей ни по x, ни по t. При фиксированном t функция имеет пересечения с осью OX в точках $x_n = 0$, и $x_k = \left(\dfrac{7A_1}{27 V_0 Q_1}\right)^{4/21} t^2$ и максимум в точке

$$x_m = \left(\frac{28 A_1}{675 V_0 Q_1}\right)^{4/21} t^2, \ (0 < x_m < x_k).$$

Рис.4. Поверхность капли, описываемая Решением 2.3. x_k — точка трехфазного контакта. Левая область — конденсация капли; $x = 0$ — фиксированный левый край капли; $x = x_k$ — движущийся правый край. Правая область — испарение; $x = x_0$ — жесткая стенка, к которой примыкает капля. Кривые (1) и (2) соответствуют различным моментам времени $t_1 < t_2$

Таким образом, решение (61)–(63) может быть использовано в области $x_0 < x < x_k$ для описания конденсирующейся капли в условиях пиннинга ее левого края, а в области $x_k < x < x_0$ — испаряющейся капли (x_0 — жесткая стенка, к которой примыкает капля) (рис.7). Соотношения между константами, входящими в (61)–(63) можно получить, задавая $h(x_m, t_0) = h_0$, $s(x_m, t_0) = s_0$. Следовательно, *Решение 2.3* в различных областях задания может быть использовано для описания как конденсирующейся, так и испаряющейся капли.

Автомодельная замена 3. Пусть $\alpha = \gamma = 1$. Тогда из (17) следует, что

$$\beta = \frac{1}{\delta}, \qquad \varepsilon = \delta^{3/4}. \tag{64}$$

Следовательно, на основании (64) применимы автомодельные замены:

$$z = \frac{x}{t^{3/4}}, \qquad P = W/t, \tag{65}$$

где z и W — новые неизвестные переменные. Применение формул (65) к системе (13)–(15) приводит ее виду:

$$R_z\left(-\frac{3}{4}z + 2RW^{1/4}\right) = -V_0 WQ; \tag{66}$$

$$-W + W_z\left(-\frac{3}{4}z + \frac{2}{3}RW^{1/4}\right) = 0; \tag{67}$$

$$Q_z\left(-\frac{3}{4}z + \frac{4}{3}RW^{1/4}\right) = 0. \tag{68}$$

Из (68) следует, что

$$Q_z = 0, \tag{69}$$

или

$$RW^{1/4} = \frac{9}{16}z. \tag{70}$$

Система (66)–(68) имеет два решения, определяемых уравнениями (69) и (70).

Решение 3.1. Рассмотрим вначале случай (70). Система сводится к виду:

$$R_z \frac{3}{8}z = -V_0 WQ; \tag{71}$$

$$W_z\left(-\frac{3}{8}z\right) = W. \tag{72}$$

Решение уравнения (72) имеет вид:

$$W = B_1 \exp\left(-\frac{4}{3}z^2\right), \tag{73}$$

B_1 — константа интегрирования. Тогда из уравнений (70), (71) и (73) получим:

$$R = \frac{9z}{16B_1}\exp\left(\frac{1}{3}z^2\right); \tag{74}$$

$$Q = -\frac{27z}{144B_1^{5/4}V_0}\left(1+\frac{2}{3}z^2\right)\exp\left(\frac{5}{3}z^2\right). \tag{75}$$

Вернемся в (74)–(75) от инвариантов к обычным переменным (8), получим:

$$h = \frac{9x}{16B_1}\exp\left(\frac{4x^2}{3\sqrt{t^3}}\right), \tag{76}$$

$$s = \frac{B_1}{t}\exp\left(-\frac{4x^2}{3\sqrt{t^3}}\right), \tag{77}$$

$$\varphi = -\frac{27z}{144B_1^{1/4}V_0 t}\left(1+\frac{2x^2}{3\sqrt{t^3}}\right)\exp\left(\frac{x^2}{3\sqrt{t^3}}\right). \tag{78}$$

Из формул (76)–(78) следует, что функция h возрастает по x, убывает по t; функция s убывает по x, убывает по t; функция φ возрастает по x, убывает по t (рис.5). Константа B_1 может быть найдена из задания, например, угла смачивания при $x = 0$.

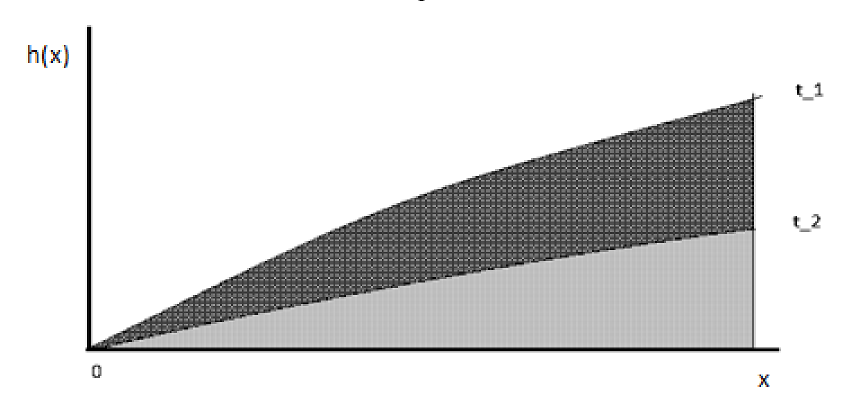


Рис. 5. Поверхность капли, описываемая Решением 3.1, конденсация капли в условиях пиннинга. Линии соответствуют различным моментам времени $t_1 < t_2$

Таким образом, Решение 3.1. соответствует испарению в условиях пиннинга, то есть неподвижной границы трехфазного контакта в точке $x = 0$.

Решение 3.2. Наконец, на основании (69) получим частное решение задачи:

$$h = \frac{3}{B^4}x^{1/5}t^{3/5}, \qquad s = B^4\frac{x^{4/5}}{t^{8/5}}, \qquad \varphi = -\frac{63}{5V_0 B}\frac{x^{4/5}}{t^{8/5}}, \tag{79}$$

где B есть произвольная постоянная. Решение 3.2, определяемое (79), соответствует конденсации капли в условиях пиннинга (рис.5).

Заключение. Как следует из представленного материала, задача тепловой конвекции обладает большим количеством автомодельных решений, получаемых при переходе к инвариантам Римана. С помощью подбора констант, соответствующих краевым условиям, данные автомодельные решения можно применять для моделирования различных практических ситуаций, таких как испарение капли и ее конденсация в различных геометрических конфигурациях: пиннинг-депиннинг (в том числе только на части границы); задание различных форм поверхности капли и начальных точек трехфазного контакта; задания начального угла смачивания и т.д.

Библиографический список

1. Гольбрайх, Е. О. формировании узора трещины в свободно высыхающей пленке водного раствора белка / Е. Гольбрайх, Е. Г. Рапис, С. С. Моисеев // Журнал технической физики, 2003. — Т. 73, вып. 10. — С. 116–121.

2. Способ оценки общетоксического действия лекарственных средств на организм : патент 2232387 Рос. Федерация : G01N33/15, G01N33/49 / А. А. Ющенко, А. Д. Даудова, А. К. Аюпова, Н. Г. Урляпова , С. Н. Шатохина. — № 2002129685/15 ; заявл. 04.11.2002 ; опубл. 10.07.2004. — 7 с.

3. Рапис, Е. Белок и жизнь (самосборка и симметрия наноструктур белка) / Е. Рапис. — Иерусалим; Москва : ЗЛ. Милта-ПКП ГИТ, 2002. — 257 с.

4. Abramchuk S.S., Khokhlov A.R., Iwataki T., Oana H., Yoshikawa K. Direct observation of DNA molecules in a convection flow of a drying droplet // Europhys. Lett. 2001. – Vol. 55. P. 294–300.

5. Harris D. J., Hu H., Conrad J. C., Lewis J. A. Patterning Colloidal Films via Evaporative Lithography // Physical Review Letters. 2007. – Apr. Vol. 98, no. 14. P. 148301.

6. Xu J., Xia J., Hong S. W. et al. Self-Assembly of Gradient Concentric Rings via Solvent Evaporation from a Capillary Bridge // Physical Review Letters. 2006.–Feb. Vol. 96, no. 6. P. 066104.

7. Helseth L. E., Fischer T. M. Particle interactions near the contact line in liquid drops // Physical Review E. 2003.–Oct. Vol. 68, no. 4. P. 042601.

8. Rieger B., van den Doel L. R., van Vliet L. J. Ring formation in nanoliter cups: Quantitative measurements of flow in micromachined wells // Physical Review E. 2003.–Sep. Vol. 68, no. 3. P. 036312.

9. Deegan R.D., Bakajin O., Dupont T.F., Huber G., Nagel S.R., Witten T.A. Contact line deposits in an evaporating drop // Physical Review E. – 2000. – vol. 62. – P. 756–765.

10. Maki K. L., Kumar S. Fast Evaporation of Spreading Droplets of Colloidal Suspensions // Langmuir. 2011. Vol. 27, no. 18. P. 11347– 11363.

11. Widjaja E., Harris M. Particle deposition study during sessile drop evaporation // AIChE J. 2008.–September. Vol. 54, no. 9. P. 2250– 2260.

12. Tarasevich Y. Y., Vodolazskaya I.V., Sakharova L.V. Mathematical modeling of pattern formation caused by drying of colloidal film under a mask // Eur. Phys. J. E. – 2016. – Vol. 39, no. 2.

13. Жуков, М. Ю. Моделирование испарения капли жидкости / М. Ю. Жуков, Е. В. Ширяева, Н. М. Полякова. — Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. — 208 с.

14. Баренблатт, Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Теория и приложения к геофизической гидродинамике / Г. И. Баренблатт. — Ленинград : Гидрометиоиздат. — 1982. — 257 с.

15. Рождественский, Б. Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко. — Москва : Наука — 1978.— 687 с.

References

1. Golbraykh, E.O., Rapis, E.G., Moiseev, S.S. O formirovanii uzora treshchiny v svobodno vysykhayushchey plenke vodnogo rastvora belka. [On the formation of the crack pattern in a free drying film of aqueous protein solution.] Technical Physics, 2003, vol. 73, iss. 10, pp. 116–121 (in Russian).

2. Yushchenko, A.A., Daudova, A.D., Ayupova, A.K., Urlyapova, N.G., Shatokhina, S.N. Sposob otsenki obshchetoksicheskogo deystviya lekarstvennykh sredstv na organizm: patent 2232387 Ros. Federatsiya : G01N33/15, G01N33/49. [A method of estimating general toxical action of drugs on the body.] Patent RF, no. 2232387, 2004 (in Russian).

3. Rapis, E. Belok i zhizn' (samosborka i simmetriya nanostruktur belka). [Protein and life (self-assembly and symmetry of protein nanostructures.)] Jerusalem; Moscow: ZL. Milta-PKP GIT, 2002, 257 p. (in Russian).

4. Abramchuk, S.S., Khokhlov, A.R., Iwataki, T., Oana, H., Yoshikawa, K. Direct observation of DNA molecules in a convection flow of a drying droplet. Europhys. Lett., 2001, vol. 55, pp. 294–300.

5. Harris, D. J., Hu, H., Conrad, J. C., Lewis, J. A. Patterning Colloidal Films via Evaporative Lithography. Physical Review Letters, 2007, vol. 98, no. 14, p. 148301.

6. Xu J., Xia J., Hong S.W., et al. Self-Assembly of Gradient Concentric Rings via Solvent Evaporation from a Capillary Bridge. Physical Review Letters, 2006, vol. 96, no. 6, p. 066104.

7. Helseth, L. E., Fischer, T. M. Particle interactions near the contact line in liquid drops. Physical Review E, 2003, vol. 68, no. 4, p. 042601.

8. Rieger, B., van den Doel, L. R., van Vliet, L. J. Ring formation in nanoliter cups: Quantitative measurements of flow in micromachined wells. Physical Review E, 2003, vol. 68, no. 3, p. 036312.

9. Deegan, R.D., Bakajin, O., Dupont, T.F., Huber, G., Nagel, S.R., Witten, T.A. Contact line deposits in an evaporating drop. Physical Review E, 2000, vol. 62,pp. 756–765.

10. Maki, K. L., Kumar, S. Fast Evaporation of Spreading Droplets of Colloidal Suspensions. Langmuir, 2011, vol. 27, no. 18, pp. 11347– 11363.

11. Widjaja, E., Harris, M. Particle deposition study during sessile drop evaporation. AIChE J., 2008, vol. 54, no. 9, pp. 2250– 2260.

12. Tarasevich, Y. Y., Vodolazskaya, I.V., Sakharova, L.V. Mathematical modeling of pattern formation caused by

drying of colloidal film under a mask. Eur. Phys. J. E, 2016, vol. 39, no. 2.

13. Zhukov, M.Y., Shiryaeva, E.V., Polyakova, N.M. Modelirovanie ispareniya kapli zhidkosti. [Simulation of the liquid drop evaporation.] Rostov-on-Don: SFU Press, 2015, 208 p. (in Russian).

14. Barenblatt, G.I. Podobie, avtomodel'nost', promezhutochnaya asimptotika. Teoriya i prilozheniya k geofizicheskoy gidrodinamike. [Similarity, self-similarity, intermediate asymptotics. Theory and applications to geophysical hydrodynamics .] Leningrad: Gidrometioizdat, 1982, 257 с. (in Russian).

15. Rozhdenstvenskiy, B.L., Yanenko, N.N. Sistemy kvazilineynykh uravneniy i ikh prilozheniya k gazovoy dinamike. [Systems of quasilinear equations and their applications to gas dynamics.] Moscow: Nauka, 1978, 687 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 15.06.2016
Сдана в редакцию 16.06.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.06.2016
Submitted 16.06.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 DOI 10.12737/22147

Вдавливание сферического штампа с шероховатой поверхностью в упругое трансверсально-изотропное полупространство с функционально-градиентным покрытием *

А. С. Васильев[1], С. С. Волков[2], Е. В. Садырин[3], А. Н. Литвиненко[4]**

[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[1,2] Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Российская Федерация
[4] Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Indentation of rough-surfaced spherical punch into elastic transversely isotropic half-space with functionally-graded coating ***

A. S. Vasiliev [1], S. S. Volkov[2], E. V. Sadyrin[3], A. N. Litvinenko[4]**

[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[1,2] N.I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation
[4] Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

В работе рассматривается осесимметричная контактная задача теории упругости о вдавливании жесткого сферического штампа с неровной формой поверхности в трансверсально изотропное полупространство с функционально градиентным трансверсально изотропным покрытием. Модули упругости в покрытии изменяются с глубиной по произвольным непрерывным или кусочно-постоянным независимым друг от друга законам. Решение задачи сведено к решению парного интегрального уравнения, шероховатая структура штампа моделируется отрезком ряда Фурье-Бесселя. Трансформанта ядра аппроксимируется произведением дробно-квадратичных функций, для которых получены замкнутые аналитические решения парных интегральных уравнений. Полученные решения асимптотически точны для малых и больших значений относительной толщины покрытия. Разработана схема численного построения функций податливости для случая одновременного действия произвольных осесимметричных нормальной и касательной нагрузок.

An axisymmetric contact problem of the elasticity theory of the rigid rough-surfaced spherical punch indentation into an elastic transversely isotropic half-space with the functionally-graded transversely isotropic coating is considered. Elastic moduli of the coating vary with depth according to the arbitrary continuous or piecewise constant independent functions. The technique based on the integral transformations is used to reduce the problem to the integral equation. The punch roughness is modeled by the Fourier-Bessel series. Special approximation for the kernel transform is used to obtain the approximated analytical solution to the integral equation. The resulting solution is asymptotically exact for both small and large values of the relative thickness of the coating. A method of construction of the compliance functions is presented for the case of the simultaneous action of the arbitrary axisymmetric normal and tangential loadings.

Ключевые слова: контакт, упругость, сферический штамп, шероховатость, покрытие, неоднородность, функционально градиентные и слоистые материалы.

Keywords: contact, elasticity, spherical punch, roughness, coating, inhomogeneity, functionally-graded and layered materials.

Введение. Контактным задачам для функционально-градиентных материалов и покрытий посвящено большое количество современных исследований. Однако, большинство известных в литературе результатов получены лишь для частных случаев изменения упругих свойств в покрытии. Возникающие при этом интегральные уравнения решаются в основном численно и полученные решения эффективны лишь в некотором ограниченном диапазоне значений геометрического параметра задачи (относительная толщина покрытия) [1–3].

При проведении эксперимента по наноиндентированию используют штампы с различной формой наконечника. Наиболее распространены штампы сферической, пирамидальной или конической формы. Однако, в процессе изготовления штампа не удаётся добиться идеальной формы наконечника, кроме того форма штампа может изменяться в процессе эксплуатации [4]. Перед проведением экспериментов форма наконечника индентора обычно отдельно изуча-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 16-07-00958-а, 15-38-20790-мол_а_вед, 15-07-05820-а) и гранта Президента Российской Федерации МК-5342.2016.1.

** E-mail: andre.vasiliev@gmail.com, fenix_rsu@mail.ru, evgeniy.sadyrin@gmail.com, litva@sfedu.ru

*** The research is supported by RFFI (grants nos.16-07-00958-а, 15-38-20790- mol_a_ved, 15-07-05820-a) and by the grant of President of the Russian Federation (no. МК-5342.2016.1.).

ется с помощью, например, растрового электронного микроскопа [5, 6]. Однако, математическое моделирование, позволяющее учесть отличие формы штампа от идеальной, изучено очень слабо.

В настоящей работе разработана модель, позволяющая учесть неровности поверхности штампа и непрерывно-неоднородную или кусочно-однородную анизотропную структуру покрытия. Рассмотрена контактная задача о вдавливании недеформируемого штампа в трансверсально-изотропное полупространство с функционально-градиентным покрытием. Основное отличие от аналогичной задачи для изотропных материалов состоит в схеме построения трансформанты ядра интегрального уравнения (функции податливости среды). В работе предложена схема построения функций податливости при действии произвольных осесимметричной нормальной и касательной нагрузок. Считается, что форма штампа неидеальна, неровности поверхности модулируются отрезком ряда Фурье-Бесселя. Построено приближенное аналитическое решение контактной задачи, асимптотически точное для малых и больших значений относительной толщины покрытия и обладающее высокой точностью для покрытий средней толщины.

Построение функций податливости. Рассмотрим упругое неоднородное полупространство Ω с верхней гранью Г. С полупространством связана цилиндрическая система координат r, φ, z. Ось z нормальна поверхности Г и совпадает с осью анизотропии. Модули упругости полупространства изменяются по законам:

$$c_{kj}=\begin{cases} c_{kj}^{(c)}(z) & -H\le z\le 0 \\ c_{kj}^{(s)}=const & -\infty<z<-H \end{cases},\ (kj)=11,12,13,33,44,$$

где $c_{kj}^{(c)}(z)$ — непрерывно-дифференцируемые функции, определяющие закон изменения упругих модулей в покрытии ($-H\le z\le 0$), $c_{kj}^{(s)}(z)$ — постоянные, определяющие значения упругих модулей подложки. Здесь и далее индексы (c) и (s) соответствуют покрытию и подложке соответственно. Покрытие и подложка жестко сцеплены между собой:

$$z=-H:\quad w^{(c)}=w^{(s)},\ u^{(c)}=u^{(s)},\ \sigma_z^{(c)}=\sigma_z^{(s)},\ \tau_{rz}^{(c)}=\tau_{rz}^{(s)}. \tag{1}$$

Рассмотрим действие произвольной осесимметричной нормальной и касательной нагрузок в круговой области $0\le r\le a$ покрытия. Вне этой области поверхность не нагружена:

$$\sigma_z\big|_{z=0}=\begin{cases}-p(r), r\le a\\ 0,\quad r>a\end{cases},\ \tau_{rz}\big|_{z=0}=\begin{cases}\tau(r), r\le a\\ 0,\quad r>a\end{cases}. \tag{2}$$

Определяющие соотношения для трансверсально-изотропного материала имеют вид:

$$\sigma_r=c_{11}\frac{\partial u}{\partial r}+c_{12}\frac{u}{r}+c_{13}\frac{\partial w}{\partial z},\ \sigma_\varphi=c_{12}\frac{\partial u}{\partial r}+c_{11}\frac{u}{r}+c_{13}\frac{\partial w}{\partial z},$$
$$\sigma_z=c_{13}\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}\right)+c_{33}\frac{\partial w}{\partial z},\quad \tau_{rz}=c_{44}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}\right). \tag{3}$$

Уравнения равновесия ввиду симметричности относительно координаты φ принимают вид:

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}=0,\quad \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{rz}}{r}=0. \tag{4}$$

Используя преобразование Ханкеля

$$u(r,z)=-\int_0^\infty \bar u(\gamma,z)\,\mathrm{J}_1(\gamma r)\gamma d\gamma,\ \{w(r,z),p(r),\tau(r)\}=\int_0^\infty\{\bar w(\gamma,z),\bar p(\gamma),\bar\tau(\gamma)\}\,\mathrm{J}_0(\gamma r)\gamma d\gamma \tag{5}$$

и соотношения (3), уравнения (4) можно преобразовать в систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами:

$$\begin{cases}\bar w'(c_{13}+c_{44})\gamma+\bar w c_{44}'\gamma+\bar u''c_{44}+\bar u'c_{44}'-\bar u c_{11}\gamma^2=0,\\ \bar w''c_{33}+\bar w'c_{33}'-\bar w c_{44}\gamma^2-\bar u'(c_{13}+c_{44})\gamma-\bar u c_{13}'\gamma=0.\end{cases} \tag{6}$$

Граничные условия (1) и (2), используя (5), принимают вид:

$$z=-H:\bar w^{(c)}=\bar w^{(s)},\ \bar u^{(c)}=\bar u^{(s)}, \tag{7}$$

$$z=-H:c_{33}^{(c)}\bar w'^{(c)}-c_{13}^{(c)}\gamma\bar u^{(c)}=c_{33}^{(s)}\bar w'^{(s)}-c_{13}^{(s)}\gamma\bar u^{(s)}, \tag{8}$$

$$z=-H:c_{44}^{(c)}(\bar u'^{(c)}+\gamma\bar w^{(c)})=c_{44}^{(s)}(\bar u'^{(s)}+\gamma\bar w^{(s)}), \tag{9}$$

$$z=0:\quad c_{33}^{(c)}\bar w'^{(c)}-c_{13}^{(c)}\gamma\bar u^{(c)}=-\bar p(\gamma),\ c_{44}^{(c)}(\bar u'^{(c)}+\gamma\bar w^{(c)})=\bar\tau(\gamma). \tag{10}$$

Перепишем систему (6) в матричном виде:

$$x'=A^{(c)}\cdot x,\ -H\le z\le 0, \tag{11}$$

$$A^{(c)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \gamma^2\dfrac{c_{11}^{(c)}}{c_{44}^{(c)}} & -\dfrac{c_{44}'^{(c)}}{c_{44}^{(c)}} & -\gamma\dfrac{c_{44}'^{(c)}}{c_{44}^{(c)}} & -\gamma\dfrac{c_{13}^{(c)}+c_{44}^{(c)}}{c_{44}^{(c)}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma\dfrac{c_{13}'^{(c)}}{c_{33}^{(c)}} & \gamma\dfrac{c_{13}^{(c)}+c_{44}^{(c)}}{c_{33}^{(c)}} & \gamma^2\dfrac{c_{44}^{(c)}}{c_{33}^{(c)}} & \dfrac{c_{33}'^{(c)}}{c_{33}^{(c)}} \end{pmatrix},\quad x=\begin{pmatrix}\overline{u}\\ \overline{u}'\\ \overline{w}\\ \overline{w}'\end{pmatrix}.$$

Для однородной подложки ($z\le -H$) система (11) упрощается до системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$x'=A^{(s)}\cdot x,\ z\le -H, \tag{12}$$

$$A^{(s)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \gamma^2\dfrac{c_{11}^{(s)}}{c_{44}^{(s)}} & 0 & 0 & -\gamma\dfrac{c_{13}^{(s)}+c_{44}^{(s)}}{c_{44}^{(s)}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \gamma\dfrac{c_{13}^{(s)}+c_{44}^{(s)}}{c_{33}^{(s)}} & \gamma^2\dfrac{c_{44}^{(s)}}{c_{33}^{(s)}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Помимо граничных условий (7)–(10) полагаем, что выполнены условия затухания смещений на бесконечности:

$$u(r,z)\underset{z\to-\infty}{\to}0,\ w(r,z)\underset{z\to-\infty}{\to}0. \tag{13}$$

Будем искать решение систем (11) и (12) в виде:

$$\begin{aligned} x^{(c)}(\gamma,z)&=-\overline{p}(\gamma)\gamma^{-1}a_1^{(c)}(\gamma,z)+\overline{\tau}(\gamma)\gamma^{-1}a_2^{(c)}(\gamma,z),\\ x^{(s)}(\gamma,z)&=-\overline{p}(\gamma)\gamma^{-1}a_1^{(s)}(\gamma,z)+\overline{\tau}(\gamma)\gamma^{-1}a_2^{(s)}(\gamma,z). \end{aligned} \tag{14}$$

Тогда, ввиду линейности, получаем системы для определения векторов $\mathbf{a}_j^{(c)},\mathbf{a}_j^{(s)}$:

$$a_j'^{(c)}=A^{(c)}\cdot a_j^{(c)},\ j=1{,}2, \tag{15}$$

$$a_j'^{(s)}=A^{(s)}\cdot a_j^{(s)},\ j=1{,}2. \tag{16}$$

Общее решение системы (16), соответствующей подложке, имеет вид:

$$a_j^{(s)}(\gamma,z)=\sum_{k=1}^{4}D_{jk}(\gamma)k_{jk}e^{\alpha_k\gamma z}. \tag{17}$$

Здесь $k_{jk}\in R,(j=1{,}2;\ k=1{,}2{,}3{,}4)$ — известные постоянные, зависящие от упругих модулей подложки, их значения не приводятся ввиду громоздкости; α_k — корни биквадратного характеристического уравнения:

$$\alpha_k=\pm\sqrt{\frac{(c_{11}c_{33}-c_{13}^2-2c_{13}c_{44})\pm\sqrt{(c_{13}^2-c_{11}c_{33})(4c_{44}(c_{13}+c_{44})+c_{13}^2-c_{11}c_{33})}}{2c_{33}c_{44}}}.$$

В общем случае α_k различны. Кратные корни возникают, если выполнено одно из условий: $c_{13}^2=c_{11}c_{33}$ или $(c_{13}+2c_{44})^2=c_{11}c_{33}$, например, в случае изотропного материала. Подробно процесс построения функций податливости для случая кратных корней описан в работе [7], поэтому далее будем полагать, что α_k различны. Параметры $D_{jk}(\gamma)$ подлежат определению из граничных условий. Из (13) следует, что коэффициенты при слагаемых, соответствующих α_k с отрицательной вещественной частью, равны нулю. Обозначим корни с неотрицательной вещественной частью через α_1 и α_2. Тогда (17) принимает вид:

$$a_j^{(s)}(\gamma,z)=D_{j1}(\gamma)k_{j1}e^{\alpha_1\gamma z}+D_{j2}(\gamma)k_{j2}e^{\alpha_2\gamma z}.$$

Граничные условия относительно векторов $a_j^{(c)},a_j^{(s)}$ принимают вид:

$$z=-H:\ a_j^{(c)}=a_j^{(s)},\ j=1{,}2, \tag{18}$$

$$z=-H:\ c_{33}^{(c)}a_{j4}^{(c)}-c_{13}^{(c)}\gamma a_{j1}^{(c)}=c_{33}^{(s)}a_{j4}^{(s)}-c_{13}^{(s)}\gamma a_{j1}^{(s)}, \tag{19}$$

$$z=-H:\ c_{44}^{(c)}(a_{j2}^{(c)}+\gamma a_{j3}^{(c)})=c_{44}^{(s)}(a_{j2}^{(s)}+\gamma a_{j3}^{(s)}), \tag{20}$$

$$z=0:\ \begin{pmatrix} c_{33}^{(c)}a_{j4}^{(c)}-c_{13}^{(c)}\gamma a_{j1}^{(c)} \\ c_{44}^{(c)}(a_{j2}^{(c)}+\gamma a_{j3}^{(c)}) \end{pmatrix}=\gamma\cdot e_j,\ e_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},e_2=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}. \tag{21}$$

Таким образом, для вычисления неизвестных $a_j^{(c)} = \left(a_{j1}^{(c)}, a_{j2}^{(c)}, a_{j3}^{(c)}, a_{j4}^{(c)}\right)^T$ получены две краевые двухточечные задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (15) и граничными условиями (19)–(21). Неизвестные $D_{jk}(\gamma)$, j,k=1,2, находятся из условия (18). Введем функции эффективных упругих модулей:

$$\Theta_{21}(z) = \frac{\sqrt{c_{44}}}{\sqrt{c_{33}}}\left(\sqrt{c_{11}c_{33}} + c_{13}\right)\sqrt{\frac{\sqrt{c_{11}c_{33}} - c_{13}}{\sqrt{c_{11}c_{33}} + c_{13} + 2c_{44}}},$$

$$\Theta_{13}(z) = \frac{\sqrt{c_{44}}}{\sqrt{c_{11}}}\left(\sqrt{c_{11}c_{33}} + c_{13}\right)\sqrt{\frac{\sqrt{c_{11}c_{33}} - c_{13}}{\sqrt{c_{11}c_{33}} + c_{13} + 2c_{44}}},$$

$$\Theta_{23}(z) = \Theta_{11}(z) = -\sqrt{c_{11}c_{33}} - c_{13}$$

и отдельно введём обозначения для их значений, соответствующих подложке и поверхности покрытия: $\Theta_{kj}^{(c)} = \Theta_{kj}(0), \Theta_{kj}^{(s)} = \Theta_{kj}(-H-0)$. Наконец, введём функции податливости аналогично терминологии А.К. Приварникова [8]:

$$L_{kj}(\gamma, z) = \Theta_{kj}^{(c)} a_{jk}(\gamma, z).$$

Функции $L_{kj}(\gamma, z)$, k=1,2, j=1,3 не зависят от приложенной нагрузки. В общем случае они могут быть вычислены лишь численно при фиксированном значении γ. При z=0 функции податливости положительны для любого γ, и выполнено $\lim\limits_{\gamma\to\infty} L_{kj}(\gamma,0) = 1$ и $\lim\limits_{\gamma\to 0} L_{kj}(\gamma,0) = \Theta_{kj}^{(c)} / \Theta_{kj}^{(s)}$. Таким образом, значение функции податливости в нуле — есть отношение значений эффективных упругих модулей, соответствующих поверхности покрытия и подложке.

Из (14) получим формулы для смещений точек покрытия в виде линейной комбинации образов преобразования Ханкеля от действующих на поверхности нормальной и касательной нагрузок:

$$\overline{u}^{(c)}(\gamma, z) = -\frac{L_{11}(\gamma, z)}{\gamma\Theta_{11}^{(c)}}\overline{p}(\gamma) + \frac{L_{21}(\gamma, z)}{\gamma\Theta_{21}^{(c)}}\overline{\tau}(\gamma),$$

$$\overline{w}^{(c)}(\gamma, z) = -\frac{L_{13}(\gamma, z)}{\gamma\Theta_{13}^{(c)}}\overline{p}(\gamma) + \frac{L_{23}(\gamma, z)}{\gamma\Theta_{23}^{(c)}}\overline{\tau}(\gamma). \quad (22)$$

Описанная выше схема построения функций податливости может быть использована для сведения смешанных задач теории упругости к решению интегральных уравнений, при этом $L_{kj}(\gamma, 0)$ будут являться трансформантами ядер этих интегральных уравнений.

Задача о вдавливании штампа. Пусть недеформируемый сферический штамп с неровной поверхностью контактирует с верхней гранью Γ полупространства Ω по области $z = 0, r \le a$. К штампу приложена вдавливающая сила P, ось которой совпадает с осью z. Силы трения предполагаются отсутствующими [рис. 1]. Под действием силы P штамп переместится в направлении оси z на величину -δ. Считаем, что распределение неровностей (шероховатости) штампа не зависит от угловой координаты и может быть смоделировано отрезком ряда Фурье-Бесселя. Требуется определить распределение контактных нормальных напряжений под штампом: $\sigma_z\big|_{z=0} = -p_a(r),\ r \le a$.

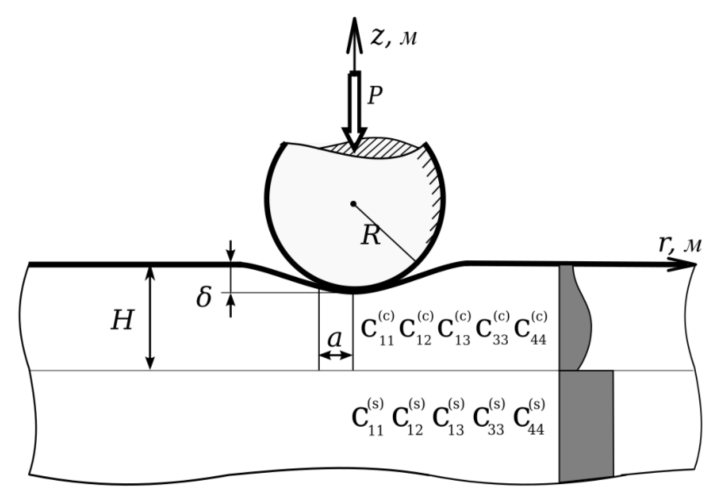


Рис. 1. Постановка контактной задачи о вдавливании

Граничные условия при данной постановке имеют вид:

$$z=0:\ \tau_{zr}^{(c)}=0,\ \begin{cases}\sigma_z^{(c)}=0, & r>a,\\ w^{(c)}=-\delta+r^2/2R+\sum\limits_{k=1}^{M}b_kJ_0(\mu_k r/a), & r\le a,\end{cases} \tag{23}$$

где R — радиус сферического штампа (который предполагается существенно больше, чем область контакта, и аппроксимируется параболоидом вращения), μ_k — положительные нули функции Бесселя J_0.

Используя (3), (5), (22) и (23) запишем интегральное уравнение задачи:

$$\int\limits_0^1 p(x)x\int\limits_0^\infty L_{13}\left(\frac{u}{H},0\right)J_0\left(\frac{ur'}{\lambda}\right)J_0\left(\frac{ux}{\lambda}\right)dudx = \frac{\lambda\Theta_{13}^{(c)}}{a}\left(\delta-\frac{a^2r'^2}{2R}-\sum\limits_{k=1}^{M}b_kJ_0(\mu_k r')\right),\ r'\le 1. \tag{24}$$

Здесь $\lambda=H/a$, $r'=r/a$, $p(x)=p_a(xa)$.

Используя двухсторонний асимптотический метод [9, 10] получим приближенное аналитическое решение интегрального уравнения (24):

$$p(r')=\frac{4a\Theta_{13}^{(s)}}{\pi R}\left[\sqrt{1-r'^2}+\sum\limits_{i=1}^{N}C_iA_i\lambda^{-1}\int\limits_{r'}^{1}\frac{sh(A_i\lambda^{-1}t)}{\sqrt{t^2-r'^2}}dt\right]- -\frac{2\Theta_{13}^{(c)}}{\pi a}\sum\limits_{j=1}^{M}\frac{b_j\mu_j}{L_N(\lambda\mu_j)}\int\limits_{r'}^{1}\frac{sin(\mu_j t)}{\sqrt{t^2-r'^2}}dt,\quad 0\le r'\le 1. \tag{25}$$

Постоянные C_j определяются из системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum\limits_{j=1}^{N}C_jF\left(B_k\lambda^{-1},A_j\lambda^{-1}\right)+\frac{L_N(0)R}{2a^2}\sum\limits_{j=1}^{M}\frac{b_j}{L_N(\lambda\mu_j)}F\left(\frac{B_k}{\lambda},i\mu_j\right)=-\frac{(B_k\lambda^{-1}+1)\lambda^3}{B_k^3}.$$

Здесь $k=1,\dots,N$, i — мнимая единица, $L_N(u)$ — аппроксимация трансформанты ядра интегрального уравнения:

$$L_N(u)=\prod\limits_{i=1}^{N}\frac{u^2+A_i^2}{u^2+B_i^2}\approx L_{13}\left(\frac{u}{H},0\right),$$

$$F(B,\mu)=\frac{Bch(\mu)+\mu sh(\mu)}{B^2-\mu^2}-\frac{ch(\mu)}{B}.$$

Соотношения, связывающие радиус сферического штампа, зону контакта, осадку штампа и вдавливающую силу имеют вид:

$$\delta=\frac{2a^2}{R}\left(\sum\limits_{i=1}^{N}C_i\,ch(A_i\lambda^{-1})+\frac{1}{2}+\sum\limits_{i=1}^{N}\left(A_i^{-2}\lambda^2-B_i^{-2}\lambda^2\right)\right)+\sum\limits_{k=1}^{M}\frac{b_k\cos(\mu_k)}{L_N(\lambda\mu_k)},$$

$$P=\frac{8a^3\Theta_{13}^{(s)}}{3R}\left[1+3\sum\limits_{i=1}^{N}C_i(ch(A_i\lambda^{-1})-A_i^{-1}\lambda sh(A_i\lambda^{-1}))\right]+ +4\Theta_{13}^{(c)}a\sum\limits_{j=1}^{M}\frac{b_j\left(\cos(\mu_j)+\mu_j\sin(\mu_j)\right)}{L_N(\lambda\mu_j)}.$$

Полученные формулы являются асимптотически точными при $\lambda\to 0$ и $\lambda\to\infty$ [9]. Алгоритм построения аппроксимаций высокой точности и связь между погрешностью решения для произвольного значения λ и погрешностью аппроксимации трансформанты ядра интегрального уравнения описаны в работе [11].

Выводы. Исследования, представленные в работе, являются естественным продолжением полученных ранее результатов для случая изотропных материалов [12–14]. Для штампов с плоским основанием или конической формы функции податливости среды остаются неизменными, изменяется лишь правая часть интегрального уравнения (35). Решения соответствующих интегральных уравнений построены авторами ранее [7, 13].

Схема построения функций податливости, предложенная в работе, может быть использована при решении ряда контактных задач с учётом одновременного действия на поверхности нормальных и касательных нагрузок и задач с учётом сил трения. Также аналогичная схема может быть применена при решении контактных задач в рамках электроупругости, термоупругости, магнитоупругости и т.д.

Метод решения интегрального уравнения, используемый в работе, позволяет с высокой точностью построить решения контактных задач даже при сложном немонотонном изменении упругих свойств в покрытии [15], а также в случае, когда упругие модули подложки более чем на порядок отличаются от упругих модулей покрытия [12].

Библиографический список

1. Liu, T.-J. Axisymmetric frictionless contact of functionally graded materials / T.-J. Liu, Y.-S. Wang, C. Zhang // Archive of Applied Mechanics. — 2008. — Vol. 78. — P. 267–282.

2. Ma, J. Frictionless contact of a functionally graded magneto-electro-elastic layered half-plane under a conducting punch / J. Ma, L.-L. Ke, Y.-S. Wang // International Journal of Solids and Structures. — 2014. — Vol. 51. — P. 2791–2806.

3. Guler, M. A. Contact mechanics of graded coatings / M. A. Guler, F. Erdogan // International Journal of Solids and Structures. — 2004. — Vol. 41. — P. 3865–3889.

4. Головин, Ю. И. Наноиндентирование и его возможности / Ю. И. Головин — Москва : Машиностроение, 2009. — 312 с.

5. Influence of tip defect and indenter shape on the mechanical properties determination by indentation of a TiB_2–60%B_4C ceramic composite / D. Chicot [et al.] // International Journal of Refractory Metals and Hard Materials. — 2013. — Vol. 38. — P. 102–110.

6. Lim, Y. Y. Indentation of elastic solids with a rigid Vickers pyramidal indenter / Y. Y. Lim, M. M. Chaudhri // Mechanics of Materials. — 2006. — Vol. 38, iss. 12. — P. 1213–1228.

7. Айзикович, С. М. Осесимметричная задача о вдавливании круглого штампа в упругое, неоднородное по глубине полупространство/ С. М. Айзикович, В. М. Александров // Известия АН СССР. Механика твердого тела. — 1984. — № 2. — С. 73–77.

8. Вигдерович, И. Е. О решении граничных задач теории упругости для слоистых тел произвольной формы / И. Е. Вигдерович, В. Д. Ламзюк, А. К. Приварников // IV Всесоюзн. съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Киев: Наукова думка. — 1976. — С. 86.

9. Айзикович, С. М. Асимптотические решения контактных задач теории упругости для неоднородных по глубине сред / С. М. Айзикович // Прикладная математика и механика. — 1982. — Т. 46, № 1. — С. 148—158.

10. Analytical solution of the spherical indentation problem for a half-space with gradients with the depth elastic properties / S.M. Aizikovich [et al.] // International Journal of Solids and Structures. — 2002. —Vol. 39, iss. 10. — P. 2745–2772.

11. Айзикович, С. М. Двухсторонний асимптотический метод решения интегрального уравнения контактной задачи о кручении неоднородного по глубине упругого полупространства / С. М. Айзикович, А. С. Васильев // Прикладная математика и механика. — 2013. — Т. 77, № 1. — С. 129–137.

12. Axisymmetric contact problems of the theory of elasticity for inhomogeneous layers / A. S. Vasiliev [et al.] // ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. — 2014. — Vol. 94. — P. 705–712.

13. Айзикович, С. М. Осесимметричная контактная задача о вдавливании конического штампа в полупространство с неоднородным по глубине покрытием/ С. М. Айзикович, А. С. Васильев, С. С. Волков // Прикладная математика и механика. — 2015. — Т. 79, № 5. — С. 710–716.

14. Васильев, А. С. Контактная задача о кручении круглым штампом трансверсально-изотропного упругого полупространства с неоднородным трансверсально-изотропным покрытием / А. С. Васильев, Е. В. Садырин, И. А. Федотов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — Т. 70–71, № 1–2. — С. 25–34.

15. Torsion of a circular punch attached to an elastic half-space with a coating with periodically depth-varying elastic properties / A. S. Vasiliev [et al.] // Archive of Applied Mechanics. — 2016. — Vol. 86, iss. 7. — P. 1247-1254.

References

1. Liu, T.-J., Wang, Y.-S., Zhang, C. Axisymmetric frictionless contact of functionally graded materials. Archive of Applied Mechanics, 2008, vol. 78, iss. 4, pp. 267–282.

2. Ma, J., Ke, L.-L., Wang, Y.-S. Frictionless contact of a functionally graded magneto-electro-elastic layered half-plane under a conducting punch. International Journal of Solids and Structures, 2014, vol. 51, pp. 2791–2806.

3. Guler, M. A., Erdogan, F. Contact mechanics of graded coatings. International Journal of Solids and Structures, 2004, vol. 41, pp. 3865–3889.

4. Golovin, Y.I. Nanoindentirovanie i ego vozmozhnosti. [Nanoindentation and its possibilities.] Moscow: Mashinostroenie, 2009, 312 p. (in Russian).

5. Chicot, D., et al. Influence of tip defect and indenter shape on the mechanical properties determination by indentation of a TiB_2–60%B_4C ceramic composite. International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, 2013, vol. 38, pp. 102–110.

6. Lim, Y. Y., Chaudhri, M. M. Indentation of elastic solids with a rigid Vickers pyramidal indenter. Mechanics of Materials, 2006, vol. 38, iss. 12, pp. 1213–1228.

7. Aizikovich, S. M., Alexandrov, V.M. Osesimmetrichnaya zadacha o vdavlivanii kruglogo shtampa v uprugoe, neodnorodnoe po glubine poluprostranstvo. [Axisymmetric problem of round punch indentation in elastic nonuniform in depth half-space.] Izvestia: Mechanics of Solids, 1984, no. 2, pp. 73–77 (in Russian).

8. Vigderovich, I.E., Lamzyuk, V.D., Privarnikov, A.K. O reshenii granichnykh zadach teorii uprugosti dlya sloistykh tel proizvol'noy formy. [On solution of boundary value problems of elasticity theory for layered arbitrary shaped bodies.] IV Vsesoyuzn. s''ezd po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike. Annotatsii dokladov. [IV All-Union Congress on Theoretical and Applied Mechanics. Abstracts.] Kiev: Naukova dumka, 1976, p. 86 (in Russian).

9. Aizikovich, S. M. Asymptotic solutions of contact problems of elasticity theory for media non-homogeneous with depth. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1982, vol. 46, pp. 116—124.

10. Aizikovich, S.M., et al. Analytical solution of the spherical indentation problem for a half-space with gradients with the depth elastic properties. International Journal of Solids and Structures, 2002, vol. 39, iss. 10, pp. 2745–2772.

11. Aizikovich, S. M., Vasiliev, A. S. A bilateral asymptotic method of solving the integral equation of the contact problem for the torsion of an elastic halfspace inhomogeneous in depth. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2013, vol. 77, pp. 91–97.

12. Vasiliev, A. S., et al. Axisymmetric contact problems of the theory of elasticity for inhomogeneous layers. ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik, 2014, vol. 94, pp. 705–712.

13. Aizikovich, S. M, Vasiliev, A. S., Volkov, S.S. The axisymmetric contact problem of the indentation of a conical punch into a half-space with a coating inhomogeneous in depth. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2015, vol. 79, pp. 500–505.

14. Vasiliev, A. S., Sadyrin, E.V., Fedotov, I.A. Kontaktnaya zadacha o kruchenii kruglym shtampom transversal'no-izotropnogo uprugogo poluprostranstva s neodnorodnym transversal'no-izotropnym pokrytiem. [Contact problem on torsion of transversely isotropic elastic half-space with inhomogeneous transversely isotropic coating by round die.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 70–71, no. 1–2, pp. 25–34 (in Russian).

15. Vasiliev, A. S., et al. Torsion of a circular punch attached to an elastic half-space with a coating with periodically depth-varying elastic properties. Archive of Applied Mechanics, 2016, vol. 86, iss. 7, pp. 1247-1254.

Поступила в редакцию 15.09.2016
Сдана в редакцию 15.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 536.248.2.001.24 DOI 10.12737/22167

Проблема критической области теплоотдачи и движения энергии при кипении бинарных смесей жидкостей*

Е. В. Лыков[1], В. В. Романов[2], Е. С. Желонкина[3]**
[1,2,3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Problem of critical area of heat transfer and energy motion under liquid binary mixtures boiling ***

E. V. Lykov[1], V. V. Romanov[2], E. S. Zhelonkina[3]**
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Приводятся экспериментальные результаты исследования критической плотности теплового потока при ненасыщенном кипении бинарных смесей вода-н-бутанол и вода-н-пентанол в пределах концентраций от 0 до 100% по весу органического компонента. В исследуемых бинарных жидкостях определены составы, которые имеют максимальный (пиковый) критический тепловой поток. При этом выявлены некоторые парадоксы в кипении данных смесей и особенности форм кривых $q_{кр}(x)$. Проводятся сопоставления полученных результатов исследования в области кипения бинарных смесей с раннее полученными. На основании этого анализа делается вывод о том, что проблема критической области теплоотдачи связана с существованием предела потока тепловой энергии при кипении бинарных жидких смесей. Плотность поступающей энергии ограничена той средой, через которую она течет. Эта фундаментальная закономерность, установленная авторами, может трактоваться как закон предела потока энергии в среде.

Ключевые слова: кипение, критическая область теплоотдачи, критическая плотность теплового потока, предел потока энергии, бинарные смеси, кипение.

The experimental results of the heat flux critical density studying under the unsaturated boiling of the binary mixtures of water-n-butanol and water n-pentanol within the concentrations from 0 to 100% by weight of the organic component are provided. The compositions with the maximum (peak) critical heat flux in the binary liquids under study, are determined. At that, some paradoxes in the boiling of these mixtures and in the singularities of the curve shapes qкр(x) are revealed. The comparison of the research results obtained in the area of the binary mixtures boiling with the earlier data is carried out. On the basis of this analysis, it is concluded that the critical zone of the heat transfer is connected with the existence of the thermal energy flux limit under the binary liquid mixtures boiling. The incoming energy density is limited by the environment through which it flows. This fundamental regularity established by the authors can be interpreted as a law of the energy flux limit in the environment.

Keywords: boiling, a critical area of heat transfer, critical heat flux density, the limit of energy flow, binary mixture.

Введение. Актуальность изучения критической области теплоотдачи при кипении жидкостей объясняется развитием энергетики больших мощностей и связана с существованием в природе малоизученного ограничения плотности потока энергии. Об этом факте упоминали в своих трудах Н. А. Умов [1], а затем П. Л. Капица [2]. Это ограничение не учитывается при проектировании энергетических установок, поэтому часто такие проекты становятся бесперспективными [2]. Ограничение плотности потока энергии связано с физическими свойствами той среды, через которую она движется, примером этого ограничения является возникновение кризиса теплоотдачи при кипении жидкостей.

В результате экспериментальных исследований авторами было установлено, что для исследования кризиса кипения необходимо синхронно определять зависимости коэффициента теплоотдачи α от температуры нагревателя — $\alpha(t)$ и плотности теплового потока q от температуры — q(t) [3]. При этом оказалось, что обе кривые имеют максимум, который наступает при разных температурах, так что максимум кривой $\alpha(t)$ имеет место всегда при температуре меньшей, чем максимум кривой q(t). Это позволяет авторам выдвинуть новую — тепловую, а не гидродинамическую теорию кризиса кипения.

---

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: romanov.victor33@mail.ru, elena-simonenko@indox.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Основная часть. Известно, что энергетические процессы сводятся к трансформации одного вида энергии в другой согласно закону сохранения энергии. Закон, по которому трансформация энергии происходит в некотором объеме данной среды, был открыт знаменитым русским физиком Н. А. Умовым [1]. Плотность поступающей энергии U, ограничена физическими свойствами той среды, через которую она течет. В материальной среде эта плотность потока энергии формулируется следующим выражением [2]:

$$\vec{U} < \rho_э \cdot \vec{\upsilon}_э \qquad (1)$$

где $\upsilon_э$ — скорость распространения деформации (энергии), обычно равная скорости звука, $\rho_э$ — плотность энергии, которая может быть либо упругой, либо тепловой.

Открытие закона ограничения плотности потока энергии (1) является важным достижением в науке и по значимости является равным I и II законам термодинамики. С помощью этого закона (1) можно объяснить причину кризиса теплоотдачи при кипении жидкостей на теплонапряженных поверхностях.

С. Нукияма исследовал кипение насыщенной воды на тонком цилиндрическом нагревателе и обнаружил минимальный и максимальный тепловой поток, отходящий от нагретой поверхности, а также определил соответствующие температуры поверхности нагревателя [4]. При росте температуры поверхности нагрева до 125^0С плотность теплового потока увеличивается, проходит точку максимума, затем с увеличением температуры уменьшается до минимального значения. При этом температура поверхности нагревателя изменяется от 225 до 300^0С.

Анализируя экспериментальные данные в работе [5], авторами была рассчитана зависимость коэффициента теплоотдачи α от температурного напора ΔT (рис.1).

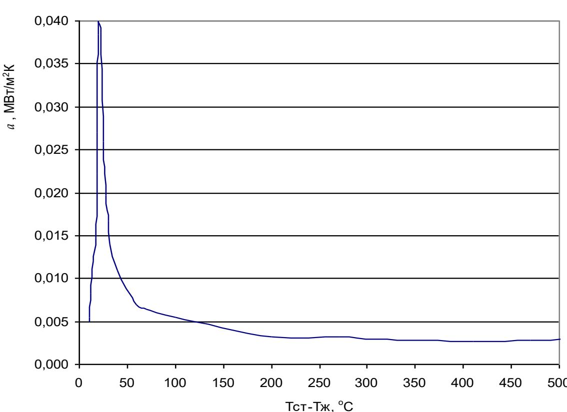


Рис.1. Зависимость коэффициента теплоотдачи от температурного напора в насыщенной воде

Оказывается, что существует узкий интервал температуры нагревателя, при котором коэффициент теплоотдачи достигает максимальной (критической) величины, а при дальнейшем росте температуры нагревателя коэффициент теплоотдачи резко уменьшается. Это важное явление до сих пор не изучено в кипящих бинарных смесях.

Величину критической плотности теплового потока $q_{кр}$ кипящей воды на теплонапряженной поверхности в работе [6] определил Н. Зубр.

$$q_{кр} = \pi/24 \cdot L \cdot \sqrt{\rho'' g(1+\rho''/\rho')} \cdot \sqrt[4]{\sigma(\rho' - \rho'')} \qquad (2)$$

Здесь ρ'', ρ' — плотность пара и жидкости при критическом тепловом напоре, $\frac{кг}{м^3}$, L — теплота парообразования, $\frac{Дж}{кг}$.

На рис. 2. представлены экспериментальные результаты зависимости критического теплового потока $q_{кр}(x)$ от концентрации органического компонента. Авторами была обнаружена интересная закономерность в кривых зависимости q(x). Оказывается, что существует такой состав бинарной системы, при котором критический тепловой поток максимальный. Характер распределения зависимости q(x) от физических свойств конкретного состава бинарной жидкости представлен на рис.2.

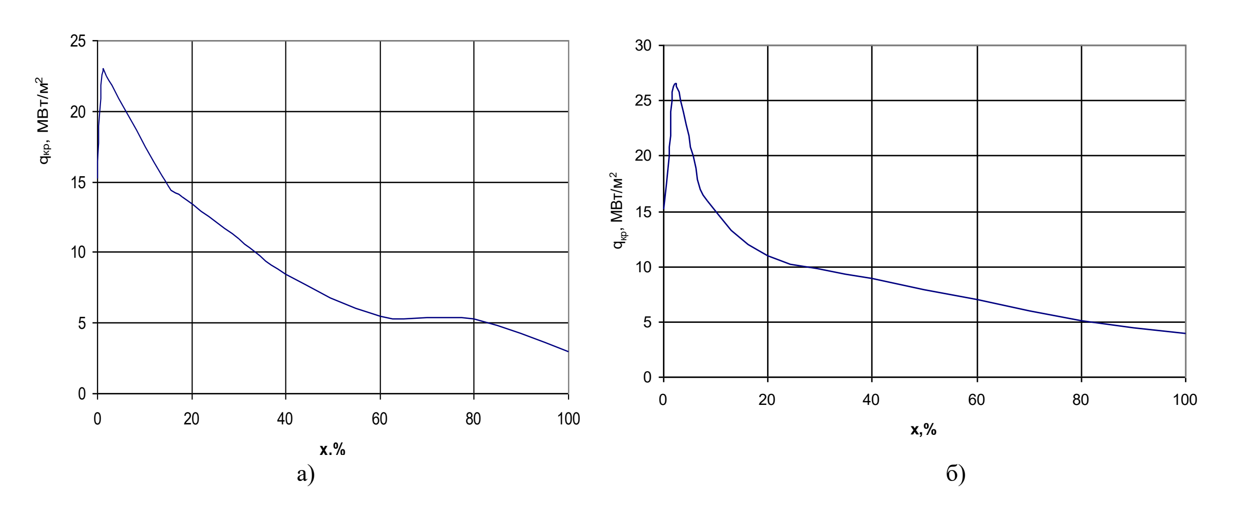


Рис. 2. Критические тепловые потоки как функции состава бинарных систем:
а — вода-н-бутанол, б — вода-н-пентанол

Экспериментальным путем, по среднему значению $q_{кр}$ взятого из серии одинаковых опытов, определялась каждая точка на кривых $q_{кр}(x)$. В системе вода-н-бутанол максимальный (пиковый) критический тепловой поток равный $q_{кр}$=23,03 МВт/м^2 приходится на концентрацию x=1,2% (по массе н-бутанола). В системе вода-н-пентанол пиковый критический тепловой поток $q_{кр}$=26,61 МВт/м^2 приходится на концентрацию x=0,8% (по массе н-пентанола). Определенные из данных опытов величины критических тепловых потоков в кипящих водно-спиртовых смесях показывают, что при одинаковых температурных напорах ΔT в указанных выше составах поток тепловой энергии в 1,5–1,7 раза больше, чем в воде и в 4–5 раз больше, чем в чистом спирте.

В ранних работах [7,8,9] по исследованию критической плотности теплового потока при насыщенном кипении бинарных смесей на платиновом нагревателе диаметром 200мкм приведены кривые зависимости $q_{кр}(x)$ для ряда бинарных смесей жидкостей. Одна, из них представлена на рис. 3. Видно, что при концентрации x=2% н-бутанола в воде обнаруживается максимальный критический тепловой поток.



Рис.3. Зависимость критического теплового потока $q_{кр}$ от состава н-бутанола в воде

Экспериментальные данные подтверждают наличие со стороны жидкой среды ограничения величины критической плотности теплового потока. Это ограничение можно связать с понятием отжима жидкости от поверхности нагрева, рассмотренного в работе [10]. Таким образом, для определения величины критической плотности теплового потока при кризисе кипения насыщенной жидкости (воды) $q_{кр}$, достаточно применить анализ теории размерностей для невязкой жидкости.

В работе [6] Н. Зубр причину кризиса кипения объясняет возникновением нарушения устойчивости по Тейлору. Кроме того возникает нестабильность процесса (по Гельмгольцу) — так называемое возмущение с частотой $v(x, y, t)$. Согласно теории Тейлора, подверженная возмущающему действию поверхность раздела двух жидкостей с различной плотностью в поле тяготения нестабильна. Если к тому же ускорение направлено от более легкой жидкости (пар) к более тяжелой (ускоренное всплытие пузырьков), то возмущение со временем усиливается. Для нахождения условия наступления кризиса Зубр предположил, что плоскость y=0 отделяет пар и возникает возмущение $v(x, y, t) = A \cdot f(x, y)e^{-i\omega\omega}$, которое должно удовлетворять уравнению равновесия жидкости и пара. В этом уравнении ω — частота, которая определяется из граничных условий. Поверхность раздела будет устойчивой, если ω —

действительная величина. В противном случае возмущение будет неограниченно возрастать со временем. Поэтому возникновение кризиса кипения происходит в момент равенства ω нулю. Из граничных условий Зубр определил частоту возмущения в виде:

$$\omega = \left(\frac{\sigma m^3}{\rho + \rho'} - \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'} \cdot gm \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (3)$$

где $m = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, λ — длина волны возмущения. Так называемая «критическая длина волны» по Зубру имеет вид: $\lambda_{кр} = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho - \rho')}}$. Если длина волны возмущения на поверхности раздела меньше $\lambda_{кр}$, возмущение расти не будет и система будет стабильной. Если же $\lambda > \lambda_{кр}$, то система поверхность жидкость-пар стремится к разрушению. Таким образом, волновая природа процесса кипения объясняет причину кризиса кипения.

Вывод. На основании вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что проблема критической области теплоотдачи связана с существованием предела потока тепловой энергии при кипении бинарных жидких смесей. Плотность поступающей энергии ограничена той средой, через которую она течет. Эта фундаментальная закономерность, установленная авторами, может трактоваться как закон предела потока энергии в среде.

Библиографический список

1. Умов, Н. А. Уравнения движения энергии в телах : дис. …д-ра техн. наук / Н. А. Умов — Одесса, 1874. — 176 с.

2. Капица, П. Л. Эксперимент, теория, практика / П. Л. Капица. — Москва : Наука, 1981.— 495 с.

3. Кожокару, В. В. Исследование критической плотности теплового потока при квазистационарном нагреве поверхностно кипящих бинарных смесей / В. В. Кожокару, Е. В. Лыков // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2015. — №1(80). — С. 48–53.

4. Nukiyama, S. The maximum and minimum values of the heat Q transmitted from metal to boiling water under atmosphere pressure / Nukiyama, S // Iht. J. Heat Mass Transfer, 1984, vol. 27, pp. 959–970.

5. Петерсен, В. К. Получение кривой кипения при регулировании процесса теплоотдачи / В. К. Петерсен, М. Ж. Залук // Труды Американского общества. — 1971. — №4. — С. 90–94.

6. Zuber N. Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer / Zuber N // Dissertation of the degree doctor of philosophy in engineering /−1959. Los Angeles. California

7. W.R. VanWijk., A.S. Vos., S.J.D. Stralen. Heat transfer to boiling liquid mixtures.//Chem. Eng. Sci.- 1956.-№5.- P.68-80.

8. S. J. D. Van Stralen. Iht. J. Heat Mass Transfer, 1966. Vol. 9, p. 995-1006.

9. Van Stralen, S. J. D. The mechanism of nucleate boiling in pure liquids and in binary mixtures-part IV Surface boiling / S. J. D. Van Stralen // Iht. J. Heat Mass Transfer. — 1967. — Vol. 10. — p. 1485–1498.

10.Кружилин, Г. Н. Критическая тепловая нагрузка при кипении жидкости в большом объеме / Г. Н. Кружилин, Е. В. Лыков // Журнал технической физики. — 2000. — т.70, №2. — С.16–19.

References

1. Umov, N. A. Uravneniya dvizheniya energii v telakh: dis. …d-ra tekhn. nauk. [Equations of energy motion in the bodies: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Odessa, 1874, 176 p. (in Russian).

2. Kapitsa P.L. Eksperiment, teoriya, praktika.[Experiment, theory, practice.] Moscow: Nauka, 1981, 495 p. (in Russian).

3. Kozhokaru, V.V., Lykov, E.V. Issledovanie kriticheskoy plotnosti teplovogo potoka pri kvazistatsionarnom nagreve poverkhnostno kipyashchikh binarnykh smesey. [Study on critical heat flux density at the quasi-stationary heating of superficially boiling binary mixtures] Vestnik of DSTU, 2015, no. 1(80), pp. 48–53 (in Russian).

4. Nukiyama, S. The maximum and minimum values of the heat Q transmitted from metal to boiling water under atmosphere pressure. Int. J. Heat Mass Transfer, 1984, vol. 27, pp. 959–970.

5. Petersen, V.K., Zaluk, M.Z. Poluchenie krivoy kipeniya pri regulirovanii protsessa teplootdachi. [Getting the boiling curve under the regulation of the heat transfer process.] Journal of Engineering for Industry, 1971, no. 4, pp. 90–94 (in Russian).

6. Zuber N. Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer. Dissertation of the degree doctor of philosophy in engineering, 1959, Los Angeles, California.

7. VanWijk, W.R., Vos, A.S., Stralen, S.J.D. Heat transfer to boiling liquid mixtures. Chem. Eng. Sci., 1956, no. 5, pp. 68-80.

8. Van Stralen, S.J.D. The mechanism of nucleate boiling in pure liquids and in binary mixtures—part I. Int. J. Heat Mass Transfer, 1966, vol. 9, pp. 995-1006.

9. Van Stralen, S.J.D. The mechanism of nucleate boiling in pure liquids and in binary mixtures-part IV. Surface boiling. Int. J. Heat Mass Transfer, 1967, vol. 10, pp. 1485–1498.

10. Kruzhilin, G.N., Lykov, E.V. Kriticheskaya teplovaya nagruzka pri kipenii zhidkosti v bol'shom ob"eme. [Critical heat load in pool boiling.] Technical Physics, 2000, vol. 70, no. 2, pp. 16–19 (in Russian).

Поступила в редакцию 15.09.2016
Сдана в редакцию 15.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9 DOI 10.12737/22162

Технико-экономические и термодинамические аспекты оптимизации лезвийной обработки*

А. А. Рыжкин[1], Ю. А. Олейникова[2], Д. В. Моисеев[3], Е. В. Фоминов[4]**
[1, 2, 3, 4] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Technoeconomic and thermodynamic aspects of the edge cutting machining optimization***

A. A. Ryzhkin[1], Y. A. Oleynikova[2], D. V. Moiseev[3], E. V. Fominov[4]**
[1, 2, 3, 4] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью данного исследования является разработка расчетного метода выбора оптимальной скорости резания, соответствующей минимальной интенсивности изнашивания инструмента. Выполнен анализ известных критериев оптимизации: трибологических, температурных, энергетических и термодинамических. Выявлены признаки их оптимальности при вариации скорости резания (трения). Особое внимание уделено разработанным в Донском государственном техническом университете экспериментальным термодинамическим критериям оптимизации, отражающим флуктуационную природу трения и износа. Показано, что максимальные значения флуктуационных критериев при вариации скорости резания характеризуют повышенные диссипативные возможности зоны резания. Получена формула для расчета оптимальной скорости резания из условий теплового равновесия на контактных площадках токарного резца. Кроме элементов режима резания, геометрии инструмента и контактных нагрузок в формулу входит деформационная характеристика процесса резания — коэффициент укорочения стружки. Предложенная аналитическая зависимость позволяет выбирать оптимальный режим с помощью расчетов, без проведения дорогостоящих стойкостных экспериментов.

Ключевые слова: режимы резания, оптимальная скорость, критерии оптимизации, термодинамика изнашивания.

The investigation objective is to develop a calculation method of selecting the optimum cutting speed corresponding to the minimum tool-wear rate. The analysis of the known optimization criteria such as tribological, thermal, energy and thermodynamic ones is made. The characteristics of their optimality through the cutting velocity (friction) are identified. Particular attention is paid to the experimental thermodynamic optimization criteria reflecting the fluctuating nature of friction and wear which are developed in Don State Technical University. It is shown that the maximum values of fluctuation criteria through varying the cutting speed characterize the increased dissipation capabilities of the cutting area. The formula for calculating the optimum cutting speed under the conditions of thermal balance on the lathe knife pads is determined. The formula contains cutting mode elements, tool geometry, contact loads and the deformation characteristic of the cutting process — chip velocity factor. The proposed analytical dependence allows selecting the optimum condition using calculations without costly wear resistant experiments.

Keywords: cutting modes, optimum cutting speed, optimization criteria, thermodynamics of wear process.

Введение. Проблема оптимизации функционирования системы трения и резания имеет как общие, так и специфические особенности.

Главной задачей трибологии деталей машин и механизмов является снижение износа и повышение долговечности пар трения в условиях сухого и граничного трения. В итоге увеличивается срок службы машин и сокращаются затраты на их эксплуатацию. В этой связи решаются задачи снижения потерь на трение — уменьшения его сил и коэффициентов. В данном случае критерием оптимизации служит интенсивность изнашивания при различных скоростях и давлениях.

Развитие машиностроения и металлообработки требует постоянного повышения качества выпускаемых машин. Этому, в свою очередь, способствует использование современного оборудования, технологий, инструмента и систем управления процессами резания.

На современном автоматизированном оборудовании при использовании твердосплавных инструментов уровень скоростей резания на токарных операциях может достигать 500 м/мин. В этих условиях необходимо обеспечить надежность инструментальной наладки в целом и получить заданные выходные параметры системы резания — технологические и экономические. К технологическим относятся: показатели точности обработки и качества обработанной

---

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: ryzhkin.anatolia@yandex.ru, u_oley@mail.ru, denisey2003@mail.ru, fominoff83@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

поверхности (шероховатость, степень и глубина наклепа, величина и знак остаточных напряжений); ресурс (стойкость) инструмента. К экономическим показателям относятся производительность и себестоимость обработки.

На операциях формообразования при лезвийной обработке допускаемая скорость является главным элементом режима резания, и оптимальной считается такая скорость V_O, которая обеспечивает минимальную интенсивность изнашивания и максимальную стойкость инструмента. В работах А. Д. Макарова, С. С. Силина, В. Ф. Безъязычного, А. Г. Суслова и др. показано, что при скорости резания V_O (сечение среза постоянно) обеспечиваются:

— минимальные или минимально стабилизированные значения тангенциальной силы резания и высоты неровностей обработанной поверхности;
— минимальные глубина наклепа и параметры контактных процессов;
— оптимальная температура резания.

Скорость резания, при которой себестоимость изготовления минимальна, есть экономическая скорость резания $V_Э$. Скорость максимальной производительности $V_П$ — это скорость, при которой обеспечивается максимальная производительность рабочего места. При вариации скорости резания V кривая «производительность — скорость резания» имеет максимум при оптимальной скорости.

О критериях оптимизации процесса контактного взаимодействия в условиях трения и резания. Методам выбора оптимального режима резания (критериев оптимизации) посвящено значительное количество научных работ. Большая их часть рассмотрена в [1–5]. Приведем дополнительно материалы исследований последних лет (табл. 1), условно объединив их в следующие группы: трибологические (механофизические), тепловые, энергетические и термодинамические.

Таблица 1

Критерии оптимизации процесса резания

№ п/п	Группа критериев	Содержание критерия оптимизации	Признак оптимальности при вариации скорости трения (резания)	Примечание	Источник
1	2	3	4	5	6
1.	Трибологические	1. Коэффициент трения f	$f \to \min$	h — линейный износ, τ — время	[1–3]
		2. Сила трения F	$F \to \min$		
		3. Износ h	$h \to \min$		
		4. Скорость износа $\frac{dh}{d\tau}$	$\frac{dh}{d\tau} \to \min$		
		5. Интенсивность изнашивания J	$J \to \min$		
2.	Тепловые (температурные)	6. Приращение температуры резания при $L_{рез.}$	$\Delta T(\Delta E) = f(V)$ $\Delta T(\Delta E) \to \min$	T — температура, E — термо-ЭДС	[4]
		7. Равенство температур (термо-ЭДС) на контактных площадках	$T_{ПП} = T_{ЗП}$ $(E_{ПП} = E_{ЗП})$	$T_{ПП}(E_{ПП})$, $T_{ЗП}(E_{ЗП})$ — температуры (ЭДС) на передней и задней поверхностях	[5]
		8. Разница твердости $HRC_1 - HRC_2$	$\theta = f(V)$ $\Delta HRC = \max$	θ — температура как функция скорости резания; HRC_1 и HRC_2 — твердости инструментального и обрабатываемого материалов	[6]
		9. Точка перелома кривой «твердость HV — температура»	$\lg HV = f(\theta_n)$ $\theta = f(V)$	θ_n — температура точки перелома	[7]

		10. Оптимальная скорость резания $V=\frac{K^2\lambda c\rho a_1 b_1{}^2 E^{0,2}}{4(\sin\alpha)^{0,1}}(\frac{\theta}{P_z})^2[1+$ $+\frac{2,65\lambda_p\beta\varepsilon(\frac{a_1}{\beta_1})^{0,3}}{K^2 a_2 b_2 \lambda c\rho E^{0,25}(\sin\alpha)^{0,065}}\cdot$	По $P_{z\,min}$ определяется оптимальная температура θ	θ — температура резания, $P_{z\,min}$ — минимальное или минимально стабилизированное значение силы P_z	[8]
3.	Энергетические	11. Отношение общих энергозатрат процесса к единице объема удаленного материала $\eta_1=\frac{U}{VST}=\frac{P_zV}{VST}$	$\eta_i\to\min$	S — подача, t — глубина резания	[9]
		12. Отношение тепловой активности стружки к теплоте резания $A=\frac{VStc\rho T}{P_zV}=\frac{Stc\rho T}{P_z}$	$A\to\min$	$c\rho$ — удельная объемная теплоемкость стружки, T — температура резания	[10]
		13. Приращение силы резания от времени износа инструмента $e=\frac{W_u}{W}=\frac{\Delta P_zV\tau}{P_zV\tau}$ $e_u=\frac{W_u}{V_u}$; $e=\frac{W}{V}$	$e\to\min$	$\Delta P_z=P_\tau-P_o$ — приращение силы P_τ за время τ; W_u — энергия, затрачиваемая на износ; W — энергия, затрачиваемая на процесс резания; V_u — объем изношенной части инструмента; V — объем снятой стружки	[11]
		14. По совокупности термодинамических параметров процесса резания $G=\frac{W_p}{V}\cdot\frac{T_{nn}}{T}$	Расчет G для различных обрабатываемых материалов: $G=f(V)$, при $G=const$ оценивается V_o	W_p — мощность резания; V — объем срезаемого слоя	[12]
4.	Термодинамические	15. Аналог производства избыточной тепловой энтропии $K_S=\frac{\tilde{\omega}}{E}$; $K_\varepsilon=\frac{\tilde{\varepsilon}}{E}$	$K_S\to\min$ $K_\varepsilon\to\min$	E — постоянная термо-ЭДС пары «инструмент — деталь»; $\tilde{\varepsilon}$ — переменная термо-ЭДС; $\tilde{\omega}$ — мощность переменной составляющей термо-ЭДС	[1–3, 5]
		Характеристики мощности флуктуаций			
		16. $\tilde{N}=\tilde{P}_z\tilde{V}$, $\bar{N}=P_zV$	$\tilde{N}=\tilde{P}_z\tilde{V}\to\max$	$\tilde{P}_z$ — переменная составляющая тангенциального усилия P_z; $\tilde{V}$ — виброскорость линейных перемещений резца; $\bar{S}$ — аналог производства тепловой энтропии в микрообъемах изнашиваемого материала; $\tilde{N}$ — мощность флуктуаций; K_N — коэффициент использования мощности флуктуаций	[1, 13]
		17. $K_N\frac{\tilde{N}}{N}=\frac{\tilde{P}_z\tilde{V}}{P_zV}$	$K_N=\frac{\tilde{P}_z\tilde{V}}{P_zV}\to\max$		
		18. $S=\frac{\tilde{P}_z\tilde{V}}{\tilde{\varepsilon}}$; $\bar{S}=\frac{P_zV}{E}$	$\tilde{S}=\frac{\tilde{P}_z\tilde{V}}{\tilde{\varepsilon}}\to\max$		
		19. $K_S=\frac{\tilde{S}}{S}=\frac{(\frac{\tilde{P}_z\tilde{V}}{\tilde{\varepsilon}})}{\frac{P_zV}{E}}$	$K_S=\frac{\tilde{S}}{S}\to\max$		

В таблицу не включены технологические критерии оптимизации, т. к. они достаточно широко представлены в исследованиях С. С. Силина, В. Ф. Безъязычного, А. Д. Макарова, А. Г. Суслова и были проанализированы ранее [2, 5, 14].

Как следует из представленных в табл. 1 данных, известные критерии оптимизации на оптимальной скорости соответствуют минимальной интенсивности изнашивания, имеют экстремальные значения:

— критерии 1–5, 6, 11–13, 15 (см. графу 3 табл. 1) — минимальные;

— критерии 8, 16–19 — максимальные;

— остальные (9, 10 и 14) связаны с изменением характеристик материала от температуры и нахождением оптимальной скорости по зависимости «температура — скорость резания».

Разработанные в ДГТУ термодинамические критерии оптимизации 16–19 (см. табл. 1) отражают флуктуационную природу трения и износа, условия диссипации энергии трения и доминирующую роль тепловых процессов в изнашиваемом инструментальном режущем материале. Флуктуации тангенциальной силы резания $\tilde{P}_z$, скорости $\tilde{V}$ и переменной составляющей термо-ЭДС $\tilde{\varepsilon}$ отображают флуктуации тепловой мощности и температуры и являются источниками негэнтропии относительно зоны контакта, где имеет место накопление энтропии и износ материала. При этих условиях комплексы $\tilde{N}, K_N, \tilde{S}$ и K_S максимальны. В этом случае система резания (трения) характеризуется повышением диссипативных возможностей контакта, из-за чего уменьшается накопление энтропии в объеме и снижается износ.

Заметим, что рассмотренные критерии оптимизации основаны на использовании экспериментальных данных по интенсивности изнашивания и их соответствии «конструированным» комплексам механофизической, энергетической и термодинамической природы. Для оптимального управления процессом износа необходимо иметь аналитические зависимости для оценки оптимальной скорости (или другого управляющего параметра). Известны зависимости С. С. Силина [8] (см. строку 10 табл. 1) и А. А. Рыжкина по расчету оптимальной подачи [5], полученные из уравнения теплового баланса зоны резания. В настоящее время требует уточнения подход к расчету оптимальной скорости с позиции термодинамики необратимых процессов.

Расчетный термодинамический метод выбора оптимального режима резания при точении. Ранее сформулированы [5] термодинамические условия, при которых система резания, функционирующая в условиях интенсивного тепловыделения, «выходит» на оптимальный режим. В качестве критериев оптимизации были приняты следующие термодинамические характеристики:

— равенство температур на передней и задней поверхностях инструмента — $T_{ПП} = T_{ЗП}$;

— равенство суммарных ($Q_{ПП} = Q_{ЗП}$) и удельных ($q_{ПП} = q_{ЗП}$) тепловых потоков через контактные площадки инструмента;

— равенство тепловых энтропий на передней и задней поверхности инструмента $S_{ПП} = S_{ЗП} \left(\frac{Q_{ПП}}{T_{ПП}} = \frac{Q_{ЗП}}{T_{ЗП}};\ \frac{q_{ПП}}{T_{ПП}} = \frac{q_{ЗП}}{T_{ЗП}}\right)$.

В формулах, полученных на основе уравнения теплового баланса [5], учитывались все возможные схемы движения тепловых потоков через зону резания. Такое усложнение оказалось излишним. Наш многолетний опыт расчета оптимальной скорости резания по этим зависимостям показал, что ряд коэффициентов распределения второстепенных тепловых потоков аналитически оценить затруднительно.

Примем упрощенную схему тепловых потоков на передней и задней поверхностях резца. При этом через коэффициенты b^* и $(1 - b^*)$ учтем соответственно теплоты от трения и доли тепла деформации, уходящие в стружку и обработанную деталь (рис. 1).

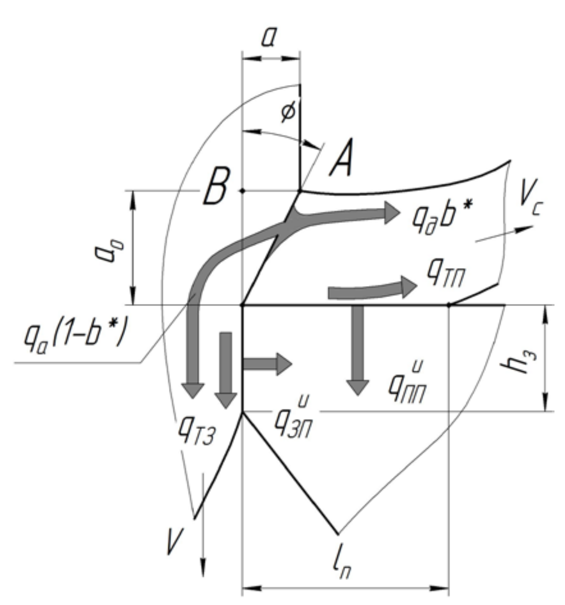


Рис. 1. Упрощенная схема действия тепловых потоков на контактных площадках резца

Рассмотрим один из вариантов решения контактной тепловой задачи, приняв в качестве условия оптимизации баланс плотностей тепловых потоков на контактных площадках инструмента:

$$q_{ПП} = q_{ЗП}\,, \tag{1}$$

$$q_{ПП} = q_д^* + q_{ТП}\,, \tag{2}$$

$$q_д^* = \tau_ф \cdot V_д \cdot b^*\,. \tag{3}$$

Здесь $q_д^*$ — теплота деформации; b^* — доля тепла деформации, ушедшего в стружку; $\tau_ф$ — напряжение сдвига в плоскости *ОА* (см. рис. 1); $V_д = V\dfrac{\cos\gamma}{\cos(ø-\gamma)}$ — скорость сдвига; V — скорость резания; ø — угол сдвига; γ — передний угол.

Приняв $A = \dfrac{\cos\gamma}{\cos(ø-\gamma)}$, получим:

$$q_д^* = \tau_ф \cdot V_д \cdot b^* = A \cdot \tau_ф \cdot V \cdot b^*\,. \tag{4}$$

Плотность теплового потока от трения по передней поверхности:

$$q_{ТП} = \tau_F \cdot V_c\,, \tag{5}$$

где: τ_F — касательное напряжение на передней поверхности; $V_c = \dfrac{V}{K_a}$ — скорость движения стружки; K_a — коэффициент утолщения стружки.

В итоге:

$$q_{ТП} = \frac{\tau_F \cdot V}{K_a}\,. \tag{6}$$

Из (2), (4) и (6) получим:

$$q_{ПП} = q_д^* + q_{ТП} = V(A \cdot \tau_ф \cdot b^* + \frac{\tau_F}{K_a})\,. \tag{7}$$

Плотность теплового потока по задней поверхности резца:

$$q_{ЗП} = q_д(1-b^*) + q_{ТЗ} = A\tau_ф(1-b^*) + \tau_{ЗП}V = V(A\tau_ф(1-b^*) + \tau_{ЗП}) \tag{8}$$

Здесь $\tau_{ЗП}$ — касательное напряжение на задней поверхности резца; (1 – b^*) — доля тепла деформации, ушедшего в деталь.

Приравняем правые части выражений (7) и (8):

$$V(A\tau_ф(1-b^*) + \tau_{ЗП}) = V(A\tau_ф b^* + \frac{\tau_F}{K_a})\,. \tag{9}$$

Коэффициент b^* определяется по известной зависимости [5]:

$$b^* = \frac{\sqrt{V}\sqrt{S \cdot \sin\varphi}}{1,33K_a\sqrt{6a_2 \sin ø} + \sqrt{V}\sqrt{S \cdot \sin\varphi}}, \quad (10)$$

где S — подача, φ — главный угол в плане резца, a_2 — коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала.

Обозначая $B = \sqrt{\sin\varphi}$, $C = 1,33\sqrt{6a_2 \sin ø}$ и подставляя (10) в (9), получим:

$$\frac{A\tau_ф - \dfrac{\tau_F}{K_a} + \tau_{ЗП}}{2A\tau_ф} = \frac{B\sqrt{S}\sqrt{V}}{B\sqrt{S}\sqrt{V} + CK_a}. \quad (11)$$

Решение (11) относительно $\sqrt{S}$ дает:

$$\sqrt{S} = \frac{C(K_a{}^2(A\tau_ф + \tau_{ЗП}) - \tau_F K_a)}{B\sqrt{V}(K_a(A\tau_ф - E\tau_{ЗТ}) + \tau_ф)}. \quad (12)$$

Если (11) решить относительно $\sqrt{V}$, получим:

$$\sqrt{V} = \frac{C(K_a{}^2(A\tau_ф + \tau_{ЗП}) - \tau_F K_a)}{B\sqrt{S}(K_a(A\tau_ф - E\tau_{ЗТ}) + \tau_ф)}. \quad (13)$$

О связи оптимальных режимов резания с деформационными процессами при резании. В формулы для расчета оптимальных скоростей резания (13) кроме напряжений $\tau_ф$, τ_F, $\tau_з$, угла сдвига, теплофизических свойств материала заготовки входит и коэффициент укорочения (усадки) стружки K_a. Очевидно, для расчета скоростей параметр K_a должен иметь экстремальные значения, и для этого необходимо учитывать функциональные зависимости K_a от параметров процесса резания.

Согласно результатам работы [15], зависимость K_a от скорости резания может быть аппроксимирована кривой вида:

$$K_a = aV^b e^{cV}, \quad (14)$$

где: V — скорость резания; a, b и c — постоянные коэффициенты.

Имея массивы данных величин K_a при изменении скорости резания V, пользуясь известной методикой [15–17], находили постоянные a, b и c в зависимости (14).

Так, при точении стали 45 резцами Т15К6 ($t = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м, $S = 0,23 \cdot 10^{-3}$ м/об.) для скоростей резания 0,97; 2; 3 и 4,5 м/с получили значения коэффициентов K_a, равные 3,4; 2,9; 2,55 и 2,4 соответственно. Для этого случая уравнение (14) будет иметь вид: $K_a = 1,26V^{0,48}e^{-0,54V}$.

В табл. 2 представлены некоторые результаты обработки экспериментальных данных.

Таблица 2

Результаты оценок параметров кривых $K_a = aV^b e^{cV}$ для различных условий точения

№ п/п	Пара «инструмент — деталь»	Подача $S \cdot 10^{-3}$ м/об.	Уравнение для оценки K_a	Точка перегиба на кривой K_a	
				$K_{ап}$	$V_п$
1	2	3	4	5	6
1	Т15К6 — сталь 45 ($t = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $V = 1,0 - 4,5$ м/с; $\varphi = 35°$; $\gamma = -5°$)	$S = 0,14$	$K_a = 5,73V^{1,49}e^{-0,69V}$	2,94	3,9
		$S = 0,23$	$K_a = 1,26V^{0,42}e^{-0,54V}$	2,97	2,17
		$S = 0,43$	$K_a = 3,2V^{1,62}e^{-1,92V}$	2,8	1,5
2	ВК8-12Х18Н10Т ($t = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $V = 0,34 - 2,14$ м/с; $\varphi = 45°$; $\gamma = -5°$)	$S = 0,23$	$K_a = 3,37V^{0,88}e^{-0,41V}$	1,89	1,09

Изменения коэффициентов усадки стружки от скорости резания для точения стали 12Х18Н10Т сплавом Т15К6 и ВК8 представлены на рис. 2 и 3, для пары «Т15К6 — сталь 45» — на рис. 4.

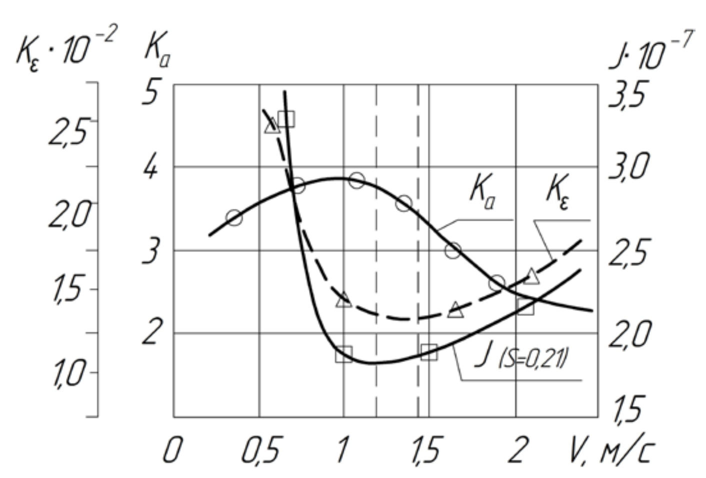


Рис. 2. Влияние скорости резания на усадку стружки при продольном точении стали 12Х18Н10Т резцом из Т15К6 ($t = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 0{,}23 \cdot 10^{-3}$ м/об.; φ = 45º; γ = –5º)

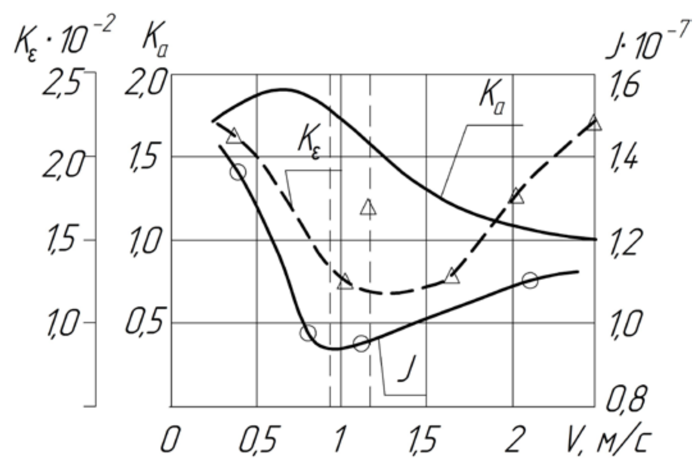


Рис. 3. Влияние скорости резания на усадку стружки при продольном точении стали 12Х18Н10Т резцом из ВК8 ($t = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$ м/об.; φ = 45º; γ = –5º)

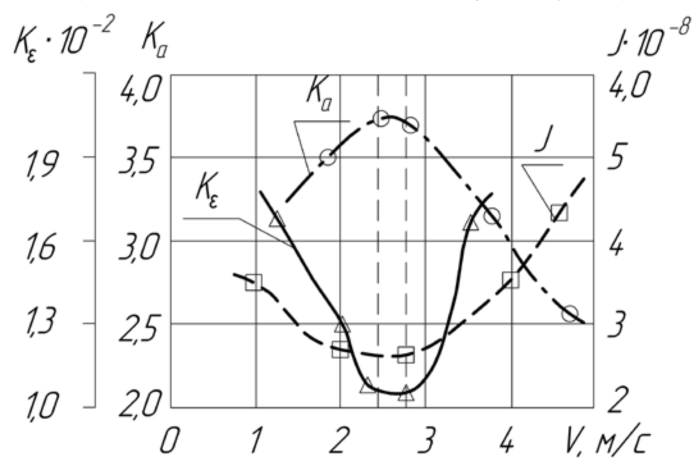


Рис. 4. Влияние скорости резания на усадку стружки при продольном точении стали 45 резцом из Т15К6 ($t = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 0{,}11 \cdot 10^{-3}$ м/об.; φ = 35º; γ = –5º)

На рис. 2–4 кроме кривых $K_a = f(V)$ представлены результаты исследований авторов данной статьи по интенсивности изнашивания резцов (кривые $J = f(V)$ и изменение термодинамического критерия оптимизации $K_\xi = f(V)$).

Полученные данные показывают следующее. Скорость резания, соответствующая точке перегиба кривой $K_a = f(V)$ (правая вертикальная пунктирная линия на рис. 2–4), является оптимальной, так как ей соответствует минимум на кривой $J = f(V)$ (левая вертикальная пунктирная линия на рис. 2–4).

Полученные зависимости для расчета усадки стружки вида $K_a = aV^b e^{cV}$ (14) могут быть использованы для расчета оптимальных скоростей резания.

Какие значения K_a следует вводить в зависимость (13)? Очевидно, речь должна идти об экстремальных значениях этого параметра, оцениваемого обычно значениями первой и второй производной функции, в данном случае (14).

Найдем K'_a и K''_a:

$$K'_a = a[V^b ce^{cV} + bV^{b-1}e^{cV}] = ae^{cV}(bV^{b-1} + cV^b),$$
$$K''_a = ae^{cV}\{C[V^b c + bV^{b-1}] + b[V^{b-1}c + (b-1)V^{b-2}]\}. \quad (15)$$

Положим $K''_a = 0$. В (15) сомножитель $ae^{cV} \neq 0$, тогда:

$$\{c[V^b c + bV^{b-1}] + b[V^{b-1}c + (b-1)V^{b-2}]\} = 0. \quad (16)$$

После преобразований (16) получим:

$V^2 + \frac{2b}{c}V + \frac{b}{c^2}(b-1) = 0$, откуда

$$V = \frac{-bc \pm \sqrt{b^2c^2 - c^2b(b-1)}}{c^2}$$

или

$$V = \frac{-b \pm \sqrt{b}}{c} = V_n. \quad (17)$$

Таким образом, при этом значении скорости вторая производная обращается в ноль, а наибольшее значение скорости $V = V_n$ соответствует точке перегиба кривой $K_a = f(V)$ [16].

Для расчетов оптимальной скорости резания (или подачи) по (13) и (12) в функцию K_a следует ввести скорость V_n. В общем виде, приняв абсолютные максимальные значения дроби $\left|\frac{b+\sqrt{b}}{c}\right|$, получим:

$$K_a = aV^b e^{cV} = a\left(\frac{-b \pm \sqrt{b}}{c}\right)^b e^{\frac{c(-b \pm \sqrt{b})}{c}} = a[(-b \pm \sqrt{b})c^{-1}]^b e^{-b \pm \sqrt{b}}$$

или $K_a = a[(b^b + b^{\frac{b}{2}})c^{-b}e^{-\frac{b}{2}}]$, откуда:

$$K_a = ab^{\frac{b}{2}}(b^{\frac{b}{2}} + 1)c^{-b}e^{-\frac{3}{2}b}. \quad (18)$$

Для простоты расчета целесообразно использовать экспериментальные соотношения типа приведенных в табл. 2, куда следует ввести расчетные значения V_n и K_{an} (см. графы 5 и 6 табл. 2), используя в дальнейшем этот параметр в формулах (13) или (12).

Пример: рассчитать оптимальную скорость резания при обработке стали 45 резцом Т15К6: $\gamma = -5°$; $ø = 23{,}7°$; $\varphi = 35°$; $S = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$ м/об.; $V_э = 3{,}14$ м/с; $V_n = 3{,}92$ м/с; $K_{an} = 2{,}94$; $A = \frac{\cos\gamma}{\cos(ø - \gamma)} = 1{,}13$; $B = \sqrt{\sin\varphi} = 0{,}76$; $C = 1{,}33\sqrt{6a_2 \sin\varphi} = 0{,}58 \cdot 10^{-2}$; $\tau_ф = 867 \cdot 10^6$ Па, $\tau_F = 443 \cdot 10^6$ Па, $\tau_з = 867 \cdot 10^6$ Па — касательные напряжения в плоском сдвиге на передней и на задней поверхностях резца.

$$\sqrt{V} = \frac{0{,}59 \cdot 10^{-2}(2{,}94^2 \cdot (1{,}23 \cdot 867 + 150) - 443 \cdot 2{,}94) \cdot 10^6}{0{,}75 \cdot \sqrt{0{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot (2{,}94 \cdot (1{,}13 \cdot 867 - 150) + 4{,}43 \cdot 2{,}94) \cdot 10^6}} = \frac{5029}{2951} = 1{,}7,$$

откуда $V = 2{,}9$ м/с.

Экспериментально найденная скорость $V_э = 3{,}14$ м/с, а ошибка по отношению к $V_o = 2{,}9$ м/с составляет 7,62 %.

Удовлетворительные результаты получены и для расчетных подач. Подсчитав в (22) исходные данные примера для оценки V, имея ввиду, что $V_n = 3{,}92$ м/с, $K_{an} = 2{,}94$, нашли $S_o = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$ м/об.($S_{эксп.} = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$).

Выводы.

1. Из условия термодинамического равновесия зоны резания при лезвийной обработке, соответствующего равенству плотностей тепловых потоков на контактных площадках, получены расчетные формулы для определения оптимальной скорости резания (подачи).

2. В качестве критерия оптимальности в формулу входит усадка стружки. Методом графоаналитической обработки экспериментальных данных получены аппроксимирующие кривые $K_a = f(V)$ в виде $K_a = aV^b e^{cV}$, вторые производные которых, приравненные к нулю, есть скорости, соответствующие точке перегиба на кривых $K_a = f(V)$ — т. е. оптимальные скорости резания.

3. Предложенные аналитические зависимости позволяют выбрать оптимальный режим резания с помощью расчетов, не проводя дорогостоящих стойкостных экспериментов.

4. В качестве контроля можно воспользоваться данными по изменению критерия K_ε, что не требует больших материальных затрат. Минимум K_ε при вариации скорости соответствует точке перегиба кривой $K_a = f(V)$ и минимуму износа.

Библиографический список

1. Рыжкин, А. А. Термодинамические критерии оптимизации процесса изнашивания / А. А. Рыжкин // Надежность и эффективность станочных и инструментальных систем : сб. науч. тр. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1993. — С. 3–16.

2. Рыжкин, А. А. Физические основы обработки материалов резанием / А. А. Рыжкин, К. Г. Шучев, М. М. Климов. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1996. — 342 с.

3. Ryshkin, A. A. Optimization of Metal Cutting Conditions / A. A. Ryshkin, L. S. Vorovich, B. I. Gordienko. — Radom : The Institute for Terotechnology, 2000. — 315 p.

4. Способ определения оптимальной скорости резания : а. с. 657918 СССР / А. Д. Макаров [и др.]. — № 233161/08 ; заявл. 03.03.76 ; опубл. 28.04.79, Бюл. № 15. — 5 с.

5. Рыжкин, А. А. Обработка материалов резанием: физические основы / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1995. — 291 с.

6. Выбор режимов резания труднообрабатываемых жаропрочных интерметаллидных сплавов тепловизионным методом / И. В. Анухин [и др.] // Станки, инструмент. — 2015. — № 1. — С. 16–20.

7. Способ определения оптимальной скорости резания твердосплавного инструмента : патент 2173611 Рос. Федерация : С2 В23 В1/00 / Е. В. Артамонов [и др.]. — № 99121439/02 ; заявл. 12.10.99 ; опубл. 20.09.01, Бюл. № 17. — 5 с.

8. Силин, С. С. Метод подобия при резании металлов / С. С. Силин. — Москва : Машиностроение, 1979. — 152 с.

9. Старков, В. К. Дислокационные представления о резании металлов / В. К. Старков. — Москва : Машиностроение, 1979. — 160 с.

10. Силин, С. С. Оптимизация операций механической обработки по энергетическим критериям / С. С. Силин, А. В. Баранов // Станки, инструмент. — 1999. — № 1. — С. 16–17.

11. Тавстюк, А. А. Применение удельных энергетических параметров при оптимизации и управлении процессом резания / А. А. Тавстюк, А. Г. Лютов, Г. Н. Коуров // Станки, инструмент. — 2014. — № 2. — С. 29–34.

12. Закураев, В. В. Оценка условий оптимального режима резания по энергетическим характеристикам процесса / В. В. Закураев, С. И. Хадеев. — Новокузнецк : Межотраслевой НТК, 2007. — 187 с.

13. Рыжкин, А. А. Способ определения оптимальной скорости резания : патент 2521943 Рос. Федерация : B23B1/00/ А. А. Рыжкин [и др.]. — № 2012105415/02 ; заявл. 15.02.12; опубл. 10.07.14, Бюл. № 19. — 7 с.

14. Рыжкин, А. А. Теплофизические процессы при изнашивании инструментальных режущих материалов / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2005. — 312 с.

15. Виноградов, А. А. Определение оптимальной скорости резания по коэффициенту усадки стружки / А. А. Виноградов // Станки, инструмент. — 1991. — № 7. — С. 32–33.

16. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн. — Москва : Физматгиз, 1962. — 608 с.

17. Грановский, Г. И. Обработка результатов экспериментальных исследований резания металлов / Г. И. Грановский. — Москва : Машиностроение, 1982. — 112 с.

References

1. Ryzhkin, A.A. Termodinamicheskie kriterii optimizatsii protsessa iznashivaniya. [Thermodynamic optimization criteria of wear process.] Nadezhnost' i effektivnost' stanochnykh i instrumental'nykh sistem: sb. nauch. tr. [Reliability and

efficiency of machine tool and development systems: Coll.of sci.papers.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1993, pp. 3–16 (in Russian).

2. Ryzhkin, A.A., Shuchev, K.G., Klimov, M.M. Fizicheskie osnovy obrabotki materialov rezaniem. [Basic physics of materials machining.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1996, 342 p. (in Russian).

3. Ryshkin, A.A., Vorovich, L.S., Gordienko, B.I. Optimization of Metal Cutting Conditions. Radom: The Institute for Terotechnology, 2000, 315 p.

4. Makarov, A.D., et al. Sposob opredeleniya optimal'noy skorosti rezaniya: a. s. 657918 SSSR . [Method of optimum cutting speed determination.] Invention certificate USSR, no. 657918, 1979 (in Russian).

5. Ryzhkin, A.A. Obrabotka materialov rezaniem: fizicheskie osnovy. [Materials machining: basic physics.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1995, 291 p. (in Russian).

6. Anukhin, et al. Vybor rezhimov rezaniya trudnoobrabatyvaemykh zharoprochnykh intermetallidnykh splavov teplovizionnym metodom. [Selection of the cutting conditions for hard-to-machine heat-proof intermetallic alloys by thermal-imaging method.] Stanki i instrument, 2015, no. 1, pp. 16–20 (in Russian).

7. Artamonov, E.V., et al. Sposob opredeleniya optimal'noy skorosti rezaniya tverdosplavnogo instrumenta: patent 2173611 Ros. Federatsiya: S2 B23 B1/00. [Method for determining optimum cutting speed of the carbide-tipped tool.] Patent RF, no. 2173611, 2001 (in Russian).

8. Silin, S.S. Metod podobiya pri rezanii metallov. [Similarity method under metal cutting.] Moscow: Mashinostroenie, 1979, 152 p. (in Russian).

9. Starkov, V.K. Dislokatsionnye predstavleniya o rezanii metallov. [Dislocation concept of metal cutting.] Moscow: Mashinostroenie, 1979, 160 p. (in Russian).

10. Silin, S.S., Baranov, A.V. Optimizatsiya operatsiy mekhanicheskoy obrabotki po energeticheskim kriteriyam. [Optimization of machining operations on the energy criteria.] Stanki i instrument, 1999, no. 1, pp. 16–17 (in Russian).

11. Tavstyuk, A.A., Lyutov, A.G., Kourov, G.N. Primenenie udel'nykh energeticheskikh parametrov pri optimizatsii i upravlenii protsessom rezaniya. [Application of specific energy parameters during the optimization and control of the cutting process.] Stanki i instrument, 2014, no. 2, pp. 29–34 (in Russian).

12. Zakuraev, V.V., Khadeev, S.I. Otsenka usloviy optimal'nogo rezhima rezaniya po energeticheskim kharakteristikam protsessa. [Assessment of the conditions for optimum cutting mode on the energy performance of the process.] Novokuznetsk: Mezhotraslevoy NTK, 2007, 187 p. (in Russian).

13. Ryzhkin, A.A., et al. Sposob opredeleniya optimal'noy skorosti rezaniya: patent 2521943 Ros. Federatsiya: B23B1/00. [Method for determining the optimum cutting speed.] Patent RF, no. 2521943, 2014 (in Russian).

14. Ryzhkin, A.A. Teplofizicheskie protsessy pri iznashivanii instrumental'nykh rezhushchikh materialov. [Thermophysical processes under the tool cutting materials wear]. Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2005, 312 p. (in Russian).

15. Vinogradov, A.A. Opredelenie optimal'noy skorosti rezaniya po koeffitsientu usadki struzhki. [Determination of optimum cutting speed by the chip shrinkage factor.] Stanki i instrument, 1991, no. 7, pp. 32–33 (in Russian).

16. Bronstein, I.N. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov. [Handbook on mathematics for engineers and students of the technical colleges.] Moscow: Fizmatgiz , 1962, 608 p. (in Russian).

17. Granovskiy, G.I. Obrabotka rezul'tatov eksperimental'nykh issledovaniy rezaniya metallov. [Elaboration of the experimental studies results of metal cutting.] Moscow: Mashinostroenie, 1982, 112 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 31.05.2016
Сдана в редакцию 31.05.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 31.05.2016
Submitted 31.05.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62-50 DOI 10.12737/22149

Гибкий мониторинг мехатронных технологических машин*

А. К. Тугенгольд[1], Р. Н. Волошин[2]**
[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Flexible monitoring of mechatronic technological machines***

A. K. Tugengold[1], R. N. Voloshin[2]**
[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью данной работы является представление основных аспектов системы гибкого мониторинга состояния мехатронных технологических машин, в том числе многооперационных станков с программным управлением. В качестве основы такой системы рассматривается отказ от стратегии реагирования на поломки в пользу гибкого упреждающего и прогностического технического обслуживания. Обоснованы основные принципы построения системы гибкого мониторинга, обеспечивающего возможность адаптации к складывающейся ситуации. Предложен вариант реализации гибкой системы, основанной на интеллектуальных технологиях. В их числе — сочетание нейронечетких подсистем для реализации таких функций, как выбор различных видов ТО, определение срочности их проведения, выбор комплектов средств обслуживания, формирование рекомендаций по целесообразности изменения технологического режима при работе в пределах пограничной зоны работоспособности машины.

Ключевые слова: гибкий мониторинг состояния, мехатронные технологические машины, многооперационные станки, нечеткая граница работоспособности, система *e-Mindmachine*, нейронечеткая модель.

The work objective is the presentation of the main aspects of the flexible monitoring system of the mechatronic processing machines state including the multioperational computer-controlled machines. The basis of such a system is considered the abandonment of the response strategy to failure in favor of a flexible proactive and predictive maintenance. A variant of the flexible system implementation based on the intelligent technologies is proposed. The basic principles of the flexible monitoring system that makes possible the adaptive capability to the unfolding situation are proved. They include combined neuro-fuzzy subsystems to implement such features as the selection of various types of technical maintenance, the determination of the urgency of its carrying out, the choice of the service facilities, and making the recommendations on the feasibility of the technological mode change at work within the border area of the machine runnability.

Keywords: flexible condition monitoring, mechatronic technological machines, multioperational machines, fuzzy border operability, *e-Mindmachine* system, neuro-fuzzy model.
.

Введение. В современной глобальной конкуренции обрабатывающая промышленность нацелена на сокращение и ликвидацию дорогостоящих внеплановых простоев и неожиданных поломок [1]. Проблемы эффективного поддержания высокой надежности особенно актуальны при автоматическом функционировании технологических машин. В первую очередь это относится к мехатронным машинам с компьютерным управлением, способным работать в так называемом «безлюдном производстве». Немалое значение имеет совершенствование системы мониторинга таких машин. Под мониторингом технического состояния подразумевается процесс, обеспечивающий возможность определения текущей эксплуатационной готовности машин и автоматического принятия оперативных и тактических решений [2, 3].

Одним из наиболее эффективных методов контроля состояния оборудования, которому уделяется повышенное внимание научно-технической общественности, является непрерывный мониторинг [4–9]. Мониторинг и диагностика позволяют обнаружить и устранить большинство опасных дефектов. При этом определяется не только место

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: akt0@yandex.ru, r.voloshin2909@gmail.com
***The research is done within the frame of the independent R&D.

поломки, но и ее причины. При известных величинах дефектов и скоростях их развития можно проследить зависимость времени службы оборудования от величины износа, а также прогнозировать остаточный ресурс.

В дополнение к известным методам в статье предлагается построение гибкого мониторинга технологических мехатронных машин.

Концептуальная основа гибкого технического обслуживания (ГТО) — переход от стратегии реагирования на поломки инструментов, агрегатов и мехатронных технологических машин (МТМ) в целом к программам гибкого упреждающего (превентивного) и прогностического технического обслуживания. При этом важно сконцентрироваться на тех аспектах, которые влияют на основные показатели МТМ и процесса обработки деталей, улучшая рабочие характеристики.

Под гибкостью системы мониторинга производственного оборудования в широком плане следует понимать ее способность быть адекватной в заданном смысле текущим и планируемым условиям функционирования оборудования, чтобы параметры рабочих процессов были постоянно на требуемом уровне качества и надежности.

Формирование гибкого технического обслуживания МТМ (фактически речь идет о его адаптации к меняющейся ситуации) основывается на следующих принципах:

1) возможность упреждающего обслуживания станка или другой единицы технологического оборудования для обеспечения бесперебойной работы с высокой надежностью;

2) быстрая реакция и адекватные решенияв соответствии со складывающейся ситуацией;

3) вариативность используемых подходов и методов (для каждой конкретной ситуации определяется лимитирующее свойство, от которого зависит гибкость в принятии решений по виду и технике обслуживания);

4) комплект средств и действий, характеризующих конкретное содержание обслуживания, должен быть минимально необходимым;

5) иерархичность структуры системы гибкого обслуживания (задачи планирования и управления действиями на любом уровне разбиваются на несколько подзадач с различными временными горизонтами и моделями, различающимися степенью детализации и способами достижения);

6) гибкость должна устанавливаться на оптимальном уровне.

Эта концепция гибкости хорошо сочетается с назначением мониторинга оборудования, выявления возможных неисправностей и принятием мер по их предотвращению, что предусмотрено ГОСТ Р ИСО 17359-2009 «Контроль состояния и диагностика машин» [9, 10].

Использование методов и алгоритмов искусственного интеллекта в разработанной авторами системе *e-Mindmachine* [11] позволяет обеспечить желаемую гибкость, реализуемую иерархической системой знаний и системой управления с единой информационной базой, достичь поставленных целей в сложившихся обстоятельствах и предвидеть их изменения в перспективе. Важным свойством ГТО становится возможность наращивания инфраструктуры информационного обеспечения систем управления обслуживанием, итеративный характер построения, обучения и накопления опыта.

Сложности в реализации концепции связаны с тем, что функции планирования и управления в техническом обслуживании требуют совершенно разных временных ресурсов. Формирование перспективной программы действий в обслуживании затруднено также отсутствием или неполнотой априорной информации об особенностях функционирования МТМ.

Организационно-техническое управление состоянием технологического оборудования характеризуется следующими свойствами:

1) нестационарность производственных процессов, связанная с необходимостью изготовления на одном и том же технологическом оборудовании разнообразных изделий и различной загруженностью технических установок по времени;

2) большое число возмущающих воздействий и, следовательно, стохастический характер поведения объектов (могут меняться характеристики процессов резания, вид и свойства заготовок, режущие свойства инструмента, а также параметры среды функционирования, в том числе давление, температура, влажность и др.);

3) значительная интенсивность материальных и энергетических потоков;

4) необходимость переработки больших массивов организационно-технологической и производственно-экономической информации в процессе принятия решений по обслуживанию;

5) возможность использования совокупности средств и методов обслуживания (например, при автоматическом методе может быть предусмотрено участие оператора станка с ЧПУ или внешних ремонтных служб);

6) участие в управлении обслуживанием МТМ и формировании программы автоматизированного ГТО группы компетентных экспертов-операторов и лиц, принимающих решения по видам, средствам и срочности обслуживания;

7) возможность применения методов интеллектуального управления [12–14].

Формализация процедуры экспертного управления гибким техническим обслуживанием МТМ. Основной критерий качества системы технического обслуживания МТМ — надежное поддержание работоспособности, т. е. состояния технологической машины, при котором она способна выполнять заданные функции процессов обработки с параметрами, установленными требованиями технической документации. В предлагаемом подходе используются два формальных представления работоспособности — работоспособность МТМ как функция F_m совокупности показателей оценки объекта в целом и как функция F_d совокупности показателей составляющих устройств или сборочных единиц из множества D этих устройств в МТМ.

В первом представлении:

$$F_m = (M, Q, R, S, T, U, ...), \quad (1)$$

где M — множество параметров периодов составляющих планового обслуживания; Q — множество показателей технического состояния МТМ по данным онлайн-диагностики и предыстории; R — режимы работы станка (загруженность) до момента оценки состояния; S — значения времени оценки состояния станка или устройства относительно прогнозируемой нечеткой границы работоспособности [11]; T — продолжительность времени работы станка в технологическом режиме (под нагрузкой) до очередного планового обслуживания; U — планируемый режим работы станка на следующем технологическом переходе (операции).

Работоспособность МТМ как функция совокупности показателей составляющих n устройств из множества D:

$$F_d = (f_1, f_2, ..., f_i, ... f_n). \quad (2)$$

Здесь f_i — множество показателей работоспособности i-го устройства. Целесообразно при этом, чтобы порядок чередования f соответствовал уровню критичности каждого устройства из множества D. Критичность состояния устройства оценивается весовым коэффициентом в диапазоне от 1 до 0 в соответствии со степенью его важности в обеспечении работоспособности МТМ [9]. Для этого осуществляется ранжирование устройств. Во внимание принимаются следующие факторы:

— относительные убытки от простоя станка и брака изготавливаемой детали в связи с отказом;
— частота отказов;
— время на устранение отказов;
— стоимость технического обслуживания, ремонта или замены;
— безопасность.

Мероприятия технического обслуживания и планово-предупредительных ремонтов (ППР) для МТМ, например станка, устанавливаются ГОСТ (например, ГОСТ 18322—78) и рекомендациями завода-изготовителя. При этом предусматриваются периоды M времени в последовательности составляющих технического обслуживания. В соответствии с этим предлагается устанавливать соответствующие периоды M_i для каждого устройства из множества устройств D, которые в первую очередь критичны по отказам. В ряде случаев M_i для узлов регламентируются заводом-изготовителем в эксплуатационной документации. Эти значения могут быть откорректированы комиссией экспертов предприятия-потребителя.

Множество показателей Q технического состояния МТМ по данным онлайн-диагностики определяется некоторым множеством показателей оценки качества функционирования n устройств из множества D:

$$Q = (q_1, q_2, \dots, q_i, \dots q_n), \quad (3)$$

где q_i — показатели оценки состояния устройства i в текущий момент времени.

При программной регистрации значений диагностических признаков состояния устройства $q_i(t)$, они представляются в форме, зависящей от способов диагностики, получения данных измерений и первичной обработки.

При этом в обобщенном суждении о показателе состояния q_i может быть принято значение оценки вероятности безотказного функционирования устройства:

$$q_{i0} = P_{i0}. \quad (4)$$

Для регистрации отказов и трендов в изменении характеристик состояния оборудования предлагается в структуру функций *e-Mindmachine* ввести узел «История МТМ» с реализацией решений, принятых экспертной системой гибкого ТО. Для пополнения данных в «Истории МТМ» предусмотрена регистрация сведений о видах отказов q_i, показателей критичности отказов $q_i(k)$ устройств, тренда параметров $q_{ij}(f)$ и пр.

Наблюдение тренда параметров является эффективным средством в задачах контроля и диагностики. При этом нужно принять во внимание, что повторяемость измерений более важна, чем точность измерения абсолютных значений [10]. Тренд результатов измерений на основе накопления опыта позволяет выявить развитие неисправности. Он может быть использован как средство прогнозирования и назначения (или корректировки) нечеткой пограничной полосы работоспособного состояния, обозначаемого *FBO* [11], для предупреждения о работе станка во вре-

менной зоне, близкой к отказу. Это позволяет уточнить значения времени нечеткой границы относительно установленного базового уровня работоспособности *F*.

Время работы под нагрузкой до очередного планового обслуживания — *T* оценивается для станка в целом. Если принять t_{i0} за относительное значение оставшегося периода до планового обслуживания, то

$$t_{i0} = T_{i0}/M_i, \quad (5)$$

где M_i — продолжительность действующего этапа в периодичности обслуживания устройства *i*; T_{i0} — значение времени, оставшегося до следующего планового обслуживания устройства *i* из множества *D*.

При решении вопросов по организации гибкого обслуживания МТМ важно учитывать загруженность машины по мощности R_p и интенсивность ее работы R_t как показатели режима работы множества *R*. Оценка по мощности R_p определяет отношение средней расходуемой мощности в течение периода (*M* — *T*) к номинальной мощности станка. Оценка интенсивности работы R_t принимается как отношение времени работы станка под нагрузкой к продолжительности периода (*M* — *T*).

Мероприятия гибкого ТО для каждого устройства относительно работы станка в прогнозируемой близкой к отказу временной зоне *FBO* ориентируются по *S* — т. е. по времени оценки состояния устройства относительно *FBO*. При этом необходимо учитывать планируемый режим работы *U* станка на следующем технологическом переходе выполняемой операции. Если переход длительный и станку придется работать в пределах *FBO*, то для предупреждения отказа при нецелесообразности прерывания резания в связи с наступлением граничного состояния следует снизить силовую нагрузку. Для этого нужно изменить режимы резания в соответствии с рекомендациями базы данных облегченных технологических режимов для условий этого перехода [11].

Оценка состояния по данным онлайн-диагностики. При реализации системы ГТО для получения сведений онлайн-диагностики используются устройства, которыми оснащаются современные станки, а также дополнительное специально устанавливаемое диагностическое оборудование и средства в рабочей зоне модуля [13, 14]. В качестве примера можно привести один из методов, которым воспользовались авторы представляемой работы, — это оценка состояния шпиндельных узлов станков (на примере станка *HAAS SuperMiniMill*) с помощью акселерометра — *MPU* 6050, платы *ArduinoNano* и ноутбука с программным обеспечением *ARDUINO* 1.5.1 и *MatLab* 2015. На рис. 1 показано, что датчики устанавливаются на корпус шпинделя близко к зоне резания, чтобы во время проверки получить наиболее информативные значения показателей вибрации. Проводился анализ значения максимальных амплитуд и средних значений показаний акселерометра. Эти данные использовались для онлайн-оценки состояния шпиндельного узла.



Рис. 1. Контроль вибраций шпиндельного узла

Экспертная система гибкого технического обслуживания. Предложенный подход реализован в виде экспертной системы, созданной на базе методов искусственного интеллекта для автоматизации принятия решений системой *e-Mindmachine* по техническому обслуживанию МТМ. Решения этой системы предусматривают совокупность мер

по техническому обслуживанию МТМ, в том числе металлорежущих станков. В структуре экспертной системы (рис. 2) применены модели нейронечетких подсистем для реализации следующих функций:

- выбор различных видов ТО — модель *ННСА*,
- определение срочности проведения ТО различных видов — модель *ННСВ*,
- выбор комплектов средств обслуживания — модель *ННСС*,
- рекомендации целесообразности изменения технологического режима станка при работе в пределах пограничной зоны работоспособности — модель *ННСD*.

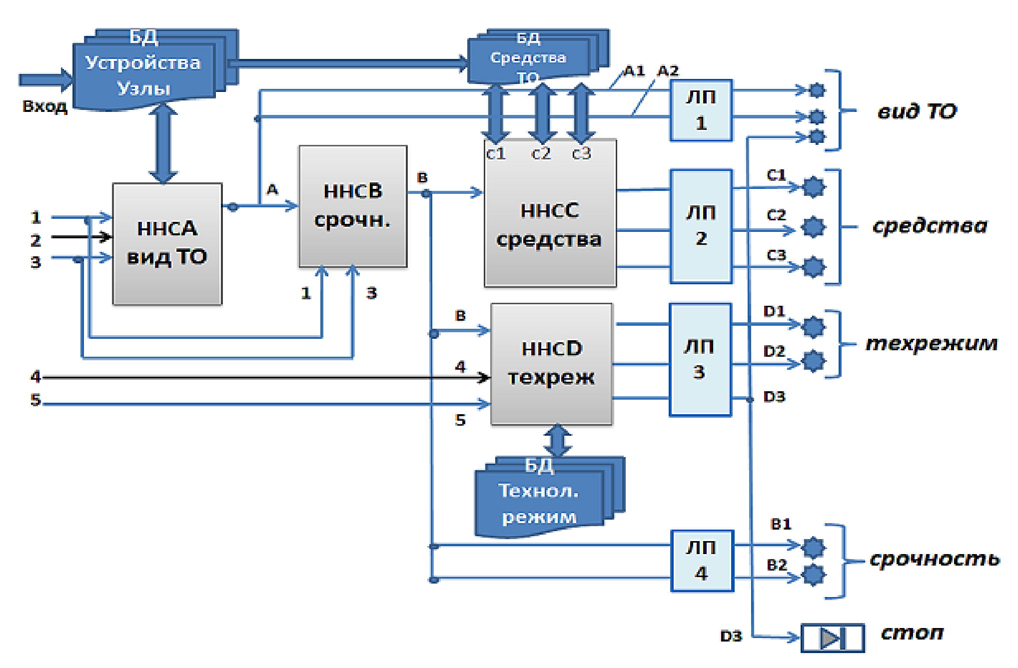


Рис. 2. Структура системы гибкого технического обслуживания

Решения принимаются по каждому устройству (узлу) станка поочередно, в зависимости от уровня критичности состояния, сформированного в БД устройства.

В число входных переменных включены следующие показатели технического состояния в соответствии с факторами из множеств (1) и (2):

1) время до очередного техобслуживания;
2) режим работы станка (загруженность) до момента оценки состояния;
3) оценка состояния по данным онлайн-диагностики;
4) планируемый режим работы станка на технологическом переходе;
5) текущее время относительно нечеткой пограничной полосы.

Данные на входе подразделяются на общие, характерные для станка в целом — 2, 4, и на узловые — 1, 3, 5.

Здесь черные стрелки соответствуют входным сигналам по состоянию станка в целом, а синие — по состоянию устройства (узла).

Преобразование сигналов входных переменных в решения системы осуществляется с учетом сведений баз данных «Устройства — узлы», «Средства ТО» и «Технологический режим». Нейронечеткие подсистемы обучены так, что их сигналы на выходе — *A*, *B*, *C*, *D* принимают значения от 0 до 1, а логические преобразователи ЛП1, ЛП2, ЛП3, ЛП4 выполняют представление результирующих команд принятия решений в лингвистическом виде. Так, на выходе системы преобразование сигнала *A* «вид ТО» в лингвистические значения *A*1 — «*упреждающее ТО*» или *A*2 — «*плановое ТО*» проводится по логическим правилам:

— *если* $A \geq 0{,}5$, *то проводить «упреждающее ТО»*;

— *если* $A < 0{,}5$, *то проводить «плановое ТО»*.

Преобразование сигнала *B* «срочность» ТО в значения *B*1 — «*неотложно*» или *B*2 — «*по графику ППР*» проводится по аналогичным правилам.

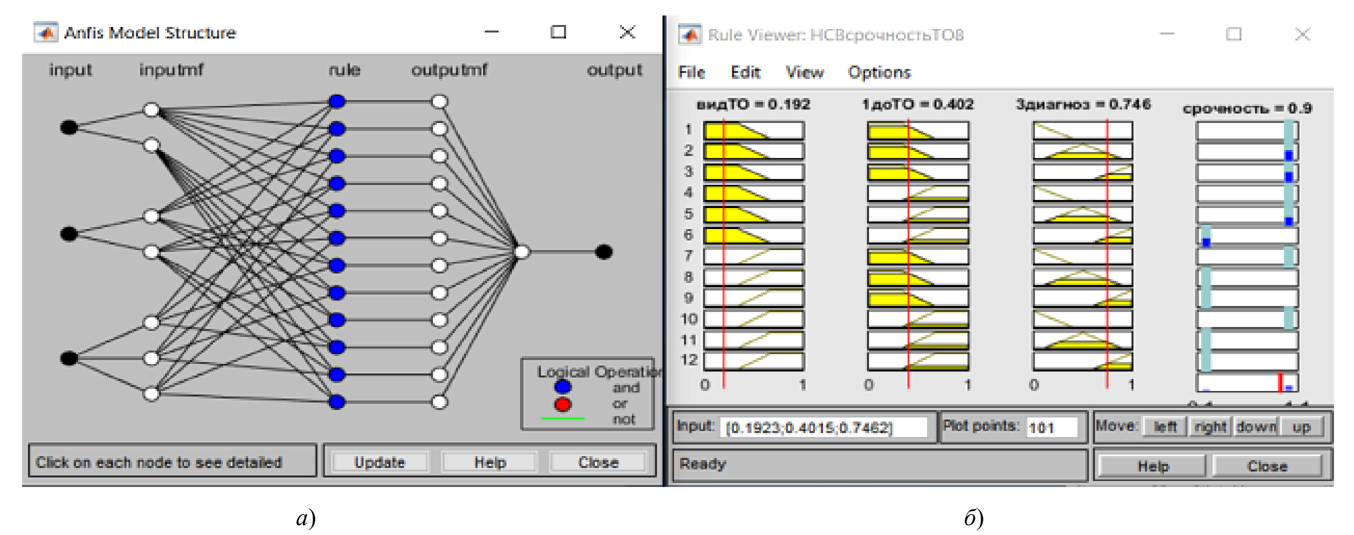
Для сигналов *C* «средства» ТО и *D* «техрежим» при работе станка в пределах пограничной полосы преобразования следующие:

— *если* $0{,}667 \leq C_1 \leq 1{,}0$, *то использовать «автосредства станка с ЧПУ»*;

— *если* $0{,}333 \leq C_2 < 0{,}667$, *то использовать еще и «средства оператора»,* т. е. станочного модуля;

— *если* $0 \le C_3 \le 0{,}333$, *то использовать «средства ремонтных служб»*;
— *если* $0{,}667 \le D_1 \le 1{,}0$, *то использовать «легкий технологический режим»*;
— *если* $0{,}333 \le D_2 < 0{,}667$, *то «не изменять режим»* программы ЧПУ;
— *если* $0 \le D_3 \le 0{,}333$, *то «стоп»,* т. е. останов станка.

На основе приведенных структурных представлений создана программа ГТО, реализованная в среде *MatLab*. Фрагмент, иллюстрирующий один из элементов структуры, — нейронечеткую модель принятия решения по срочности проведения обслуживания, показан на рис. 3.



а) *б*)

Рис. 3. Нейронечеткая модель «Срочность проведения ТО»: структура нейронной сети (*а*); графическое представление правил принятия решений (*б*)

Автоматически получаемые решения системы гибкого технического обслуживания дают предписания для выполнения команд (рис. 2) по виду обслуживания (упреждающее или плановое) и срочности проведения работ, применяемым техническим средствам и необходимости изменения режимов обработки деталей.

Адекватность выводов, принимаемых разработанной экспертной системой гибкого технического обслуживания, подтверждена многочисленными проверками в производственных условиях на таких мехатронных технологических машинах, как многооперационные станки с ЧПУ.

Заключение. Рассмотренный подход к построению системы гибкого мониторинга технического обслуживания направлен на реализацию способности мехатронных технологических машин соответствовать текущим и планируемым условиям их функционирования. При этом параметры выполняемых рабочих процессов должны оставаться на требуемом уровне качества и надежности. Главным из реализованных принципов стала возможность упреждающего обслуживания каждого станка или другой единицы оборудования для обеспечения бесперебойной работы в динамичных условиях их функционирования. В каждом случае выбираются средства и действия, характеризующие конкретное содержание обслуживания с использованием различных комплектов устройств:
— которыми оснащен непосредственно станок для автоматического устранения возможных неисправностей,
— входящими в станочный комплекс и находящимися в распоряжении оператора;
— внешними средствами ремонтных служб.

Построение системы ГТО и ее адаптация к конкретным производственным условиям проводятся с возможным участием компетентных экспертов и лиц, принимающих решения по видам, средствам и срочности ТО. Использование методов и алгоритмов искусственного интеллекта в данном случае основано на принципах разработанной авторами системы *e-Mindmachine*. Это позволяет ГТО наращивать инфраструктуру информационного обеспечения систем управления обслуживанием при итеративном характере их построения, обучения и накопления опыта.

В работе используются два формальных представления работоспособности технологических машин: как совокупности показателей оценки объекта в целом и как совокупности показателей составляющих устройств или сборочных единиц машины. При этом в совокупности показателей включены:
— параметры составляющих планового обслуживания;
— показатели технического состояния по данным онлайн-диагностики и предыстории;
— загруженность МТМ до момента оценки состояния;
— время оценки состояния относительно прогнозируемой нечеткой границы работоспособности;
— время работы под нагрузкой до очередного планового обслуживания и др.

В связи с существенным усложнением современных МТМ, в том числе металлорежущих станков с ЧПУ, и увеличением количества комплектующих узлов и различных устройств рекомендуется в состав технической документации включать сведения о периодах нормативного обслуживания для каждого устройства, и в первую очередь — для критичных по отказам.

На базе основных положений представленного подхода создана экспертная система гибкого технического обслуживания. Она построена на базе сочетания нейронечетких подсистем для реализации следующих функций:
— выбор различных видов ТО,
— определение срочности проведения ТО различных видов,
— выбор комплектов средств обслуживания,
— выдача рекомендаций по целесообразности изменения технологического режима машины при работе в пределах пограничной зоны работоспособности.

В целом представленный подход является существенным вкладом в исследования по моделированию технического обслуживания машин. Применение созданной системы управления мониторингом состояния МТМ обеспечивает повышение надежности, позволяет снизить процент простоя оборудования, своевременно проводить идентификацию неисправностей и сократить время на обслуживание.

Библиографический список

1. Intelligent prognostics tools and e-maintenance / Lee, J. [et al.] // Computers in Industry. — 2006. — № 57. — P. 476–489.

2. ISO 13372:2012 Condition monitoring and diagnostics of machines [Электронный ресурс] / International Organization for Standardization. — Режим доступа: http://www.iso.org/iso/iso_catalogue/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?csnumber=52256 (дата обращения: 19.11.16).

3. Мальцев, А. И. Мониторинг технического состояния крупных машин / А. И. Мальцев, А. А. Мальцев. — Электросталь : ДАМО, 1998. — 62 с.

4. Djurdjanovic, D. Watchdog Agent — an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction / D. Djurdjanovic, J. Lee, J. Ni // Advanced Engineering Informatics. — 2003. — № 17 (3). — P. 109–125.

5. Moore, W.-J. An intelligent maintenance system for continuous cost-based prioritisation of maintenance activities / W.-J. Moore, A.-G. Starr // Computers in Industry. — 2006. — № 6. — P. 595–606. — (Elsevier. Special issue on E-maintenance).

6. Wonderware System Platform. Condition based monitoring 3.0 [Электронный ресурс] / Wonderware. — Режим доступа : www.wonderware.ru (дата обращения: 12.12.15).

7. Круглова, Т. Н. Диагностирование и прогнозирование технического состояния мехатронных модулей движения технологического оборудования / Т. Н. Круглова, Н. А. Глебов. — Новочеркасск : ЮРГТУ (НПИ), 2011. — 119 с.

8. E-Maintenance update: the road to success for modern industry / C. Emmanouilidis [et al.] // Proceedings of the 24th International Congress on condition monitoring and diagnostic engineering management. — Stavanger, 2011. — 423 c.

9. Тугенгольд, А. К. Модуль E-Mindmachine в интеллектуальной системе мониторинга станка / А. К. Тугенгольд, Р. Н. Волошин, С. В. Ющенко / Международный научно-исследовательский журнал. — 2015. — № 9 (40), ч. 2. — С. 100–102.

10. Контроль состояния и диагностика машин. Общее руководство по организации контроля состояния и диагностирования : ГОСТ Р ИСО 17359-2009 / Межгосударственный Совет по стандартизации, метрологии и сертификации. — Москва : Стандартинформ, 2010. — 20 с.

11. Тугенгольд, А. К. Мониторинг состояния многооперационных станков на базе концепции e-Mindmachin / А. К. Тугенгольд, Р. Н. Волошин, С. В. Ющенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2016. — Т. 16, № 1 (84). — С. 77–86.

12. Тугенгольд, А. К. Интеллектуальные функции и управление автономными технологическими мехатронными объектами / А. К. Тугенгольд, Е. А. Лукьянов. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ. — 2013. — 203 с.

13. Жернаков, С. В. Применение технологии нейронных сетей для диагностики технического состояния авиационных двигателей / С. В. Жернаков // Интеллектуальные системы в производстве. — 2006. — № 2. — С. 70–83 с.

14. Никитин, Ю. Р. О построении системы диагностирования станков с ЧПУ / Ю. Р. Никитин, И. В. Абрамов // Мехатроника, автоматизация и управление. — 2011. — № 4. — С. 32–35.

References

1. Lee, J., et al. Intelligent prognostics tools and e-maintenance. Computers in Industry, 2006, no. 57, pp. 476–489.

2. ISO 13372:2012 Condition monitoring and diagnostics of machines. International Organization for Standardization. Available at: http://www.iso.org/iso/iso_catalogue/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?csnumber=52256 (accessed: 19.11.16).

3. Maltsev, A.I., Maltsev, A.A. Monitoring tekhnicheskogo sostoyaniya krupnykh mashin. [Monitoring of technical condition of large machines.] Elektrostal: DAMO, 1998, 62 p. (in Russian).

4. Djurdjanovic, D., Lee, J., Ni, J. Watchdog Agent — an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. Advanced Engineering Informatics, 2003, no. 17 (3), pp. 109–125.

5. Moore, W.-J., Starr, A.-G. An intelligent maintenance system for continuous cost-based prioritisation of maintenance activities. Computers in Industry, 2006, no. 6, pp. 595–606 (Elsevier. Special issue on E-maintenance).

6. Wonderware System Platform. Condition based monitoring 3.0. Available at: www.wonderware.ru (accessed: 12.12.15).

7. Kruglova, T.N., Glebov, N.A. Diagnostirovanie i prognozirovanie tekhnicheskogo sostoyaniya mekhatronnykh moduley dvizheniya tekhnologicheskogo oborudovaniya. [Diagnosis and forecasting of the technical condition of mechatronic modules of processing equipment movement.] Novocherkassk: YuRGTU (NPI), 2011, 119 p. (in Russian).

8. Emmanouilidis, C. et al. E-Maintenance update: the road to success for modern industry. Proceedings of the 24th International Congress on condition monitoring and diagnostic engineering management. Stavanger, 201, 423 p.

9. Tugengold, A.K. , Voloshin, R.N., Yushchenko, S.V. Modul' E-Mindmachine v intellektual'noy sisteme monitoringa stanka. [Module E-Mindmachine in the intellectual monitoring system of the machine.] International Research Journal, 2015, no. 9 (40), part 2, pp. 100–102 (in Russian).

10. GOST R ISO 17359-2009. Kontrol' sostoyaniya i diagnostika mashin. Obshchee rukovodstvo po organizatsii kontrolya sostoyaniya i diagnostirovaniya: GOST R ISO 17359-2009. [Condition monitoring and diagnosis of machines. General Guidelines (IDT).] CIS Council for Standardization, Metrology and Certification, Moscow: Standartinform, 2010, 20 p. (in Russian).

11. Tugengold, A.K., Voloshin, R.N., Yushchenko, S.V. Monitoring sostoyaniya mnogooperatsionnykh stankov na baze kontseptsii e-Mindmachine. [Monitoring of multioperational machines based on the concept of e-MIND MACHINE.] Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 1 (84), pp. 77–86 (in Russian).

12. Tugengold, A.K., Lukyanov, E.A. Intellektual'nye funktsii i upravlenie avtonomnymi tekhnologicheskimi mekhatronnymi ob"ektami. [Intelligent features and management of autonomous technological mechatronic objects.] Rostov-in-Don: DSTU Publ. Centre, 2013, 203 p. (in Russian).

13. Zhernakov, S.V. Primenenie tekhnologii neyronnykh setey dlya diagnostiki tekhnicheskogo sostoyaniya aviatsionnykh dvigateley. [Application of neural network technology for the diagnosis of technical condition of aircraft engines.] Intellektual'nye sistemy v proizvodstve, 2006, no. 2, pp. 70–83 c. (in Russian).

14. Nikitin, Y.R., Abramov, I.V. O postroenii sistemy diagnostirovaniya stankov s ChPU. [Designing of CNC Machines, Diagnosing system.] Mechatronics, Automation, Control, 2011, no. 4, pp. 32–35 (in Russian).

Поступила в редакцию 15.09.2016
Сдана в редакцию 15.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793 DOI 10.12737/22158

On positive experience in application of ferroalloys under microarc thermochemical treatment [*]

Yu. M. Dombrovsky[1], M. S. Stepanov[2], L.V. Davidyan[3 **]
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

О положительном опыте применения ферросплавов при микродуговой химико-термической обработке [***]

Ю. М. Домбровский[1], М. С. Степанов[2], Л. В. Давидян[3]**
[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

The aim of the research is to study the possibility of the accelerated formation of a highly-rigid carbide coating on the surface of steel products. The use of the microarc thermochemical treatment technology is proposed. A steel article is placed into the black coal powder and is heated by transmission of the electric current. The formation of the microarc discharges in the powder environment leads to the carbon saturation of a surface, and the simultaneous diffusion in metal allows forming a highly rigid carbide layer. The possibility of ferroalloys usage as a source of the carbide forming metal under the formation of a highly rigid coating with the help of the microarc chemical heat treatment is established. The electrical conductivity of ferroalloys is higher than chemical combinations, and it allows obtaining acceleration of diffusion saturation due to the intensive formation of the fissile atoms of metals under the influence of microarcs. The application of ferroalloys is more favorable in terms of power, as restitution of metal oxides to an atomic state requires additional energy cost. When using ferrochrome, ferromolybdenum and ferrotungsten, a surface carbide layer up to 160 microns thick and with microhardness to 18 hPa is formed.

Keywords: surface hardening, microarc thermochemical treatment, formation of highly-rigid coating on the surface of steel products.

Целью исследований являлось изучение возможности ускоренного формирования высокотвердого карбидного покрытия на поверхности стальных изделий. Предложено использование технологии микродуговой химико-термической обработки. Стальное изделие погружается в порошок каменного угля и нагревается пропусканием электрического тока. Образование микродуговых разрядов в порошковой среде приводит к насыщению поверхности углеродом, а одновременная диффузия металла позволяет формировать высокотвердый карбидный слой. Установлена возможность применения ферросплавов в качестве источника карбидообразующего металла при образовании высокотвердого покрытия с помощью микродуговой химико-термической обработке. Электропроводность ферросплавов выше, чем химических соединений, и это позволяет достичь ускорения диффузионного насыщения за счет интенсивного образования активных атомов металлов под действием микродуг. Применение ферросплавов более выгодно с энергетической точки зрения, так как восстановление оксидов металлов до атомарного состояния требует дополнительных энергетических затрат. При использовании феррохрома, ферромолибдена и ферровольфрама образуется поверхностный карбидный слой толщиной до 160 мкм и микротвердостью до 18 ГПа.

Ключевые слова: поверхностное упрочнение, микродуговая химико-термическая обработка, формирование высокотвердого карбидного слоя на поверхности стальных изделий

Introduction. The modern mechanical engineering imposes increased requirements to reliability and durability of the used materials. In many cases these requirements can be provided with increase of details of machines and the tool blanket properties. Chemical heat treatment changes a chemical composition and structure of a material surface and allows to increase the hardness, wear resistance, corrosion resistance, heat resistance and other mechanical and physic- chemical properties of responsible details [1]..

The methods of chemical heat treatment applied in the industry are based on diffusion saturation of metals and alloys blankets by one element or a complex of elements that allows obtaining the required properties on a surface of the processed product [1-3]. Usually it is necessary to form very hard surface coatings. For example, to apply a saturation of the surface with

[*] The research is done within the frame of the independent R&D.
[**] E-mail: yurimd@mail.ru, stepanovms@yandex.ru, davidyan_90@mail.ru
[***] Работа выполнена в рамках инициативной НИР

chromium, molybdenum and tungsten in powder mixtures. Treatment is performed within several hours in the pressurized containers in the protective atmosphere or in vacuum [1].

However, these methods have a number of shortcomings including: the long duration of saturation process, surface decarburization, a possibility of a layer without carbide phase formation, dependence of layer hardness on duration and temperature of diffusion. Insufficient sealing of containers accelerates depletion of the saturating mixture, and it worsens stability of results and can cause powder agglomeration. Besides, it is difficult to automate such methods of treatment and therefore they require application of a manual work.

The purpose of the work. The aim of this work is to study the possibility of accelerated formation of a very hard carbide layer on the surface of steel products.

Research results and discussion. To accelerate the formation of the surface carbide coating is proposed to use the method of microarc chemical heat treatment. The product is plunges into the container with coal powder and is exposed to high-speed heating by a transmission of electric current through the powder environment and a product. As a result the surface layer is saturated with carbon. To saturate the other elements, a coating consisting of a conductive gel and powder containing saturating element is applied on the surface. This method allows intensifying process of chemical heat treatment: saturation of a material surface continues 3-4 minutes [4].

Application of this method has allowed receiving positive results in case of superficial saturation of steel products both carbon [4], and the carbide forming metals [5-7]. As sources of these metals chemical compounds were used: oxides of these metals. In processing course formation of active atoms of metals which defuse in a surface of a saturable product is resulted by chemical reactions. Simultaneous diffusion of carbon leads to formation of carbides of these metals. The possibility of formation of carbide coverings is confirmed with the thermodynamic analysis [6-8].

Further research have shown a possibility of obtaining of highly rigid carbide coverings on a surface of steel products when using as sources of saturating elements of metals alloys with iron (ferroalloys). A possibility of ferrochrome, ferrotungsten and ferromolybdenum usage was studied.

Higher conductivity in comparison with chemical compounds of elements is positive property of the ferroalloys applied to saturation of a surface. Therefore the use of ferroalloys allows reaching acceleration of diffusive saturation due to intensive formation of active atoms of metals under the influence of microarcs which temperature reaches 4000-7000ºC. This process is more expedient from the energy point of view in comparison with the use of oxides of metals which reconstruction to an atomic condition requires additional energy costs.

The results of microarc saturation of cylindrical samples of steel 20 are studied. The studies were carried out using purposely designed experimental equipment [4]. The powder coal with a particle size of 0.4-0.6 mm was applied. The current density was 0.53 A/cm^2 [9]. Before the diffusion saturation of the surface of the samples was applied a conductive coating containing powders of the following ferroalloys: ferrochromium FeCr800, ferromolybdenum FeMo60, ferrotungsten FeW70. Results saturation was evaluated by means of microstructural, microhardness and x-ray phase analysis.

The study of the samples surface showed the formation of a very hard carbide layer with the carburized underlayer [5-8,10].

After chromium saturated the surface layer contains carbides of the type (Cr_7C_3), has a thickness up to 90 microns and microhardness about 15 GPA (fig. 1).

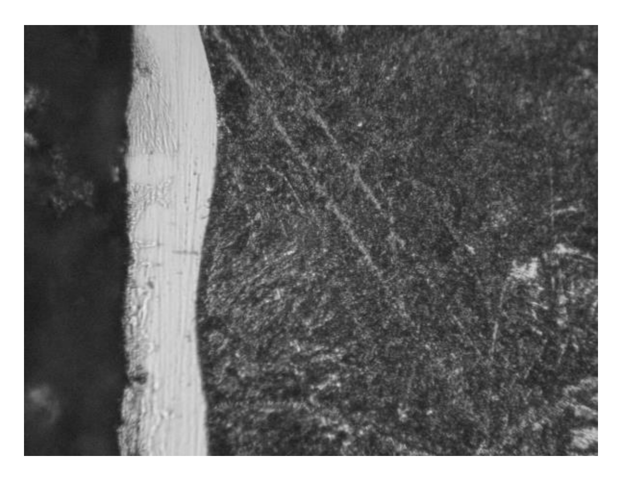


Figure 1 - Carbide layer after steel 20 saturation by chrome, x350

After molybdenum saturated the surface layer contains carbides of the type Mo_2C, has a thickness up to 150 microns and microhardness about 15 GPA (fig. 2).



Figure 2 - Carbide layer after steel 20 saturation by molybdenum, x200

After tungsten saturated the surface layer contains carbides of the type WC, has a thickness up to 60 microns and microhardness about 18 GPA (fig. 3).

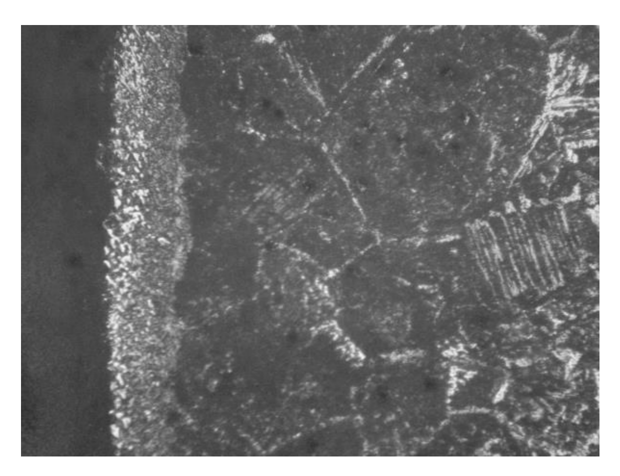


Figure 3 - Carbide layer after steel 20 saturation by tungsten, x350.

Conclusion. The results of the research show the possibility of using technology microarc chemical heat treatment using ferroalloys as a source diffusant for forming very hard surface coating of steel products.

References

1. Voroshnin, L.G., Mendeleyeva, O. L., Smetkin, V. A. Teoriya i tekhnologiya khimiko-termicheskoy obrabotki. [Theory and technology of thermochemical treatment.] Moscow: Novoe znanie; Minsk: Novoe znanie, 2010, 304 p. (in Russian).

2. Mehrer, H. Diffusion in Solids. Fundamentals, Methods, Materials, Diffusion-Controlled Processes. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, 645 p.

3. Antczak, G., Ehrlich, G. Surface diffusion . Cambridge University Press, 2010, 779 p.

4. Dombrovsky, Yu.M., Stepanov, M.S. Mikrodugovaya tsementatsiya stal'nykh izdeliy v poroshkovykh sredakh. [Microarc carburizing of the steel parts in powder environments.] Strengthening Technologies and Coatings, 2013, no. 12, pp. 25–29 (in Russian).

5. Dombrovsky, Yu.M., Stepanov, M.S. Novye vozmozhnosti poverkhnostnogo legirovaniya stali v poroshkovykh sredakh. [New facilities of surface alloyage of steels in powder environments.] Vestnik Mashinostroeniya, 2015, no. 8, pp. 79–81(in Russian).

6. Stepanov, M. S., Dombrovsky, Yu.M. Formirovanie karbidnogo pokrytiya pri mikrodugovom khromirovanii stali. [The formation of carbide coating at the microarc chromizing of steel.] Strengthening Technologies and Coatings, 2015, no. 1, pp. 35–38 (in Russian).

7. Stepanov, M.S., Dombrovsky, Yu.M. Formirovanie karbidnogo pokrytiya pri mikrodugovom molibdenirovanii stali. [The formation of carbide coating at the microarc molybdenizing of steel.] Strengthening Technologies and Coatings, 2015, no. 10, pp. 34–38 (in Russian).

8. Stepanov, M.S., Dombrovsky, Yu.M. Thermodynamic Analysis of Carbide Layer Formation in Steel with Microarc Saturation by Molybdenum. Steel in Translation, 2016, vol. 46, no. 2, pp. 79–82.

9. Dombrovsky, Yu.M., Stepanov, M.S., Davidyan, L.V. K voprosu o tekhnologicheskikh parametrakh mikrodugovoy khimiko-termicheskoy obrabotki (MDKhTO). [Revisiting technological parameters of microarc thermochemical treatment (MTCT).] Izvestia VSTU, 2015, no. 5(160), pp. 130-131 (Series “Problems of materials science, welding and strength in machine building”) (in Russian).

10. Dombrovsky, Yu.M., Stepanov, M.S. Osobennosti molibdenirovaniya stali v rezhime mikrodugovogo nagreva. [Features of molybdenizing of steel under conditions of microarc heating.] Izvestiya VSTU, no. 5(160), pp. 135–138 (Series “Problems of materials science, welding and strength in machine building”) (in Russian).

Библиографический список

1. Ворошнин, Л. Г. Теория и технология химико-термической обработки / Л. Г. Ворошнин, О. Л. Менделеева, В. А. Сметкин. — Москва : Новое знание; Минск: Новое знание, 2010. — 304 с.

2. Mehrer Helmut. Diffusion in Solids. Fundamentals, Methods, Materials, Diffusion-Controlled Processes. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2007. — 645 p.

3. Antczak, G. Surface diffusion / G. Antczak, G. Ehrlich. Cambridge University Press, 2010. — 779 p.

4. Домбровский, Ю. М. Микродуговая цементация стальных изделий в порошковых средах / Ю. М. Домбровский, М. С. Степанов // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2013. — №12. — С. 25–29.

5. Домбровский, Ю. М. Новые возможности поверхностного легирования стали в порошковых средах / Ю. М. Домбровский, М. С. Степанов // Вестник машиностроения, — 2015. —№ 8. — С. 79–81.

6. Степанов, М. С. Формирование карбидного покрытия при микродуговом хромировании стали / М. С. Степанов, Ю. М. Домбровский // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2015. — № 1. — С. 35–38.

7. Степанов, М. С. Формирование карбидного покрытия при микродуговом молибденировании стали / М. С. Степанов, Ю. М. Домбровский // Упрочняющие технологии и покрытия.— 2015, — № 10. — С. 34–38.

8. M. S. Stepanov, Yu. M. Dombrovskii. Thermodynamic Analysis of Carbide Layer Formation in Steel with Microarc Saturation by Molybdenum / Steel in Translation, 2016, Vol. 46, No. 2, pp. 79–82.

9. Домбровский, Ю. М. К вопросу о технологических параметрах микродуговой химико-термической обработки (МДХТО) / Ю. М. Домбровский, М. С. Степанов, Л. В. Давидян // Известия ВолгГТУ, №5 (160).—Волгоград.—2015. (Серия «Проблемы материаловедения, сварки и прочности в машиностроении»). — С. 130–131.

10. Домбровский, Ю. М. Особенности молибденирования стали в режиме микродугового нагрева / Ю. М. Домбровский, М. С. Степанов // Известия ВолгГТУ. — №5 (160).—Волгоград. — 2015. (Серия «Проблемы материаловедения, сварки и прочности в машиностроении»). — С. 135–138.

Поступила в редакцию 14.07.2016
Сдана в редакцию 15.07.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 14.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 629.4.067; 62-752; 621.01; 534-16 DOI 10.12737/22152

Особенности динамических свойств рабочих органов технологических машин при инерционном возбуждении колебания*

А. В. Елисеев[1], В. Б. Кашуба[2], Н. Ж. Кинаш[3], С. В. Елисеев[4]**

[1,4]Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

[2]Братский государственный университет, г. Братск, Российская Федерация

[3]Московский инженерный центр (МИЦ) Московской железной дороги – филиала ОАО «РЖД», г. Москва, Российская Федерация

Features of the dynamic properties of the working bodies of technological machines with inertial excitation of vibrations ***

A. V. Eliseev[1], V. B. Kashuba[2], N. Zh. Kinash[3], S. V. Eliseev[4]**

[1,4]Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation

[2]Bratsk State University, Bratsk, Russian Federation

[3]Moscow Engineering Center (MEC), Moscow Railways, “Russian Railways” JSC branch, Moscow, Russian Federation

Предлагается методологическая основа для оценки динамических свойств специализированного технологического вибрационного комплекса. Обоснование выбора параметров производится с помощью методов структурного математического моделирования. В рамках такого подхода в расчетной схеме в виде твердого тела на упругих опорах сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема системы автоматического управления. Структурное математическое моделирование для задач анализа и динамического синтеза предполагает использование передаточных функций системы. Вводится понятие передаточной функции линеаризованных связей, интерпретация которых определяет условия реализации необходимого распределения амплитуд колебаний или формы вибрационного поля рабочего органа. Особенность выбора условий работы технологического комплекса заключается в таком распределении параметров механической колебательной системы, когда точки определенной области поверхности рабочего стола вибростенда приводятся к режиму или состоянию динамического гашения колебаний. Предложена методика расчета параметров, обеспечивающих необходимые динамические взаимодействия элементов системы. Разработана последовательность действий по выбору значений массоинерционных параметров вибростенда, получены аналитические соотношения для определения частот и соответствующих частотных характеристик.

Ключевые слова: вибрационный технологический комплекс, динамический гаситель колебаний, передаточные функции, отношение амплитуд колебаний.

The methodological basis for an estimation of the dynamic properties of a technological vibrating complex is offered. The selection rationale of parameters is made through the structural mathematical model approaches. The automatic control system architecture equivalent in the dynamic relation to the settlement scheme in the form of a solid body with elastic supports is developed as part of this approach. The structural mathematical modeling for the analysis and dynamic synthesis problems involves using the system transfer functions. The concept of the transfer function of linearized connections which interpretation specifies the conditions for the implementation of the necessary distribution of the vibration amplitudes or the form of oscillating field is introduced. The choice of the working conditions of the technological complex is characterized by such a distribution of the mechanical oscillating system parameters when points of a certain area of the vibrostand work table are reduced to a mode or a state of dynamic oscillatory damping. The design procedure of the parameters providing necessary dynamic interactions of the system elements is offered. The sequence of actions for selecting values of the vibrostand baricentric parameters is developed; analytical relations for the definition of frequencies and the corresponding frequency characteristics are obtained.

Keywords: vibrating technological complex, dynamic oscillation damper, transfer functions, relation of oscillation amplitudes.

* Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы» №14.132.21.1362 и программы исследований по проблеме «Мехатронные подходы в задачах вибрационной защиты высокотехнологичного оборудования и машин» №01201352793.

** E-mail: eavsh@ya.ru , plemja@rambler.ru , n.kinash@icloud.com , eliseev_s@inbox.ru

*** The research is done within the frame of the Federal Target Programs “Research and academic staff of innovative Russia” for 2009-2013 no. 14.132.21.1362 and “Mechatronic approaches to the problems of vibration protection of high-tech equipment and machinery” no. 01201352793.

Введение. В последние годы заметно возросло внимание к поискам и разработкам новых технологических процессов, в частности, основанных на использовании эффектов вибрационных взаимодействий элементов машин [1], а также гранулированных рабочих сред с обрабатываемыми деталями [2–5]. Большой интерес представляют разработки вибрационных технологических машин, предназначенных для испытаний деталей на усталостную прочность и др. Детализированные представления об особенностях вибрационных технологических процессов нашли отражение в работах [6–8].

Вибрационные технологические машины широко используются в различных отраслях производства, в частности, в машиностроении при реализации технологий вибрационного упрочнения деталей, проведения типовых испытаний деталей и узлов на надежность и др. Задачей таких машин является формирование вибрационных полей определенной структуры, что связано с некоторыми трудностями, поскольку в технических объектах с этой целью часто возникает необходимость создавать условия для регламентированных динамических взаимодействий. Отдельные вопросы, связанные с реализацией вибрационных технологических процессов, рассмотрены в работах [9,10]. Авторами развивается методологическая основа определения параметров и условий рациональной работы вибрационного стенда для проведения серийных испытаний длинномерных деталей на усталостную прочность.

В предлагаемой статье развиваются методологические основы обоснования выбора и расчета параметров вибрационных технологических машин оригинального типа, использующих особенности динамических взаимодействий элементов машин в режимах динамического гашения.

Постановка задачи исследования. Вибростенд состоит из подвижного рабочего блока в виде жесткого невесомого стрежня (стержня с малым моментом инерции). По концам стержня в точках *B* и *C* расположены соответственно сосредоточенные массы m_1 и m_2. Эти массы опираются на упругие элементы с жесткостями k_1 и k_2. Рабочий блок представляет собой твердое тело массой *M* и моментом инерции *J* относительно центра тяжести точки *O*. Расстояние до центра тяжести точки *O* составляет l_1 и l_2 (рис.1).

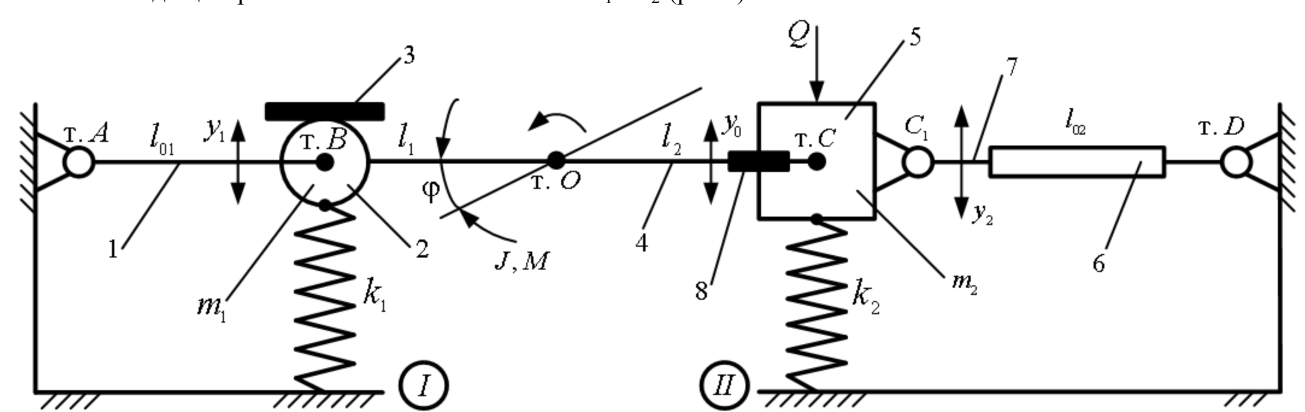


Рис. 1. Расчетная схема вибрационного технологического стенда

Элементы системы стержень *AB* и трос *CD* (позиции 1 и 6 на рис.1) обеспечивают вертикальное движение рабочего тела *AB* — позиции 2, 3, 4, 5. Рабочая поверхность *2* предназначена для реализации процесса виброупрочнения деталей. Вибровозбудитель *5* представляет собой устройство с двумя дебалансами. Шарнир *C* имеет приспособление *8* для компенсации продольных составляющих колебаний стержня *CB*. Шарниры *A*, *B*, C_1 и *D* обеспечивают возможности вращательных движений (обеспечиваются повороты стержней). Стержень C_1D имеет приспособление *6* для натяжения троса, который регулирует приведенную жесткость системы. Упругие элементы k_1 и k_2 обладают линейными свойствами. Массоинерционные элементы m_1 и m_2 являются составляющими рабочего блока как твердого тела.

В расчетной схеме используются две системы координат, связанные с неподвижным базисом (опорные поверхности *I* и *II* на рис.1) — это y_1 и y_2, а также y_0 и φ; при этом y_0 — координата центра тяжести; φ — угол поворота относительно центра тяжести. Предполагается, что центр колебаний не лежит на прямой *BC*, а точка *O* находится на перпендикуляре к прямой *BC*. В связи с этим $M = m_1 + m_2$, но $J \neq m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$.

При расчетах используются кинематические соотношения:

$$y_0 = ay_1 + by_2;\ \phi = c\cdot(y_2 - y_1);\ y_1 = y_0 - l_1 \cdot \phi;\ y_2 = y_0 + l_2 \cdot \phi; \quad (1)$$

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2};\ b = \frac{l_1}{l_1 + l_2};\ c = \frac{1}{l_1 + l_2}. \quad (2)$$

Вибрационный возбудитель имеет неуравновешенную массу m_0 и эксцентриситет *r*. Рассматриваются малые колебания в плоскости; трос C_1D — элемент *7* с натяжным устройством *6* может создавать постоянные усилия на

время рабочего цикла работы вибростенда. Силовое возмущение является гармоническим $Q_2 = (m_0)'\cdot r\omega^2\cdot\sin\,\omega t$ и направлено по вертикали. В первом приближении расчетная схема на рис. 6 представляет собой твердое тело массой M и моментом инерции J относительно центра тяжести, опирающиеся на упругие опоры жесткостями k_1 и k_2.

Задача исследования заключается в изучении динамических свойств системы при возмущении по координате y_2, отражающем внимание к соотношениям амплитуд колебаний по координатам y_1 и y_2 при различных частотах, а также значениях параметров системы в ситуации, когда по координате y_2 устанавливается режим динамического гашения колебаний, а по координате y_1 реализуется функция динамического гасителя колебаний.

Построение математической модели. Если пренебречь продольными колебаниями вдоль линии расположения характерных точек A, B, C, C_1 и D, то после составления выражений для кинетической и потенциальной энергий, получим уравнения движения системы в координатах y_1 и y_2:

$$\tilde{y}_1\cdot\left[\left(Ma^2+Jc^2\right)p^2+k_1\right]+\tilde{y}_2\cdot\left(Mab-Jc^2\right)p^2=0\,; \qquad (3)$$

$$\tilde{y}_2\cdot\left[\left(Mb^2+Jc^2\right)p^2+k_2\right]+\tilde{y}_1\cdot\left(Mab-Jc^2\right)p^2=\tilde{Q}_2\,. \qquad (4)$$

1. В уравнениях (3), (4) массоинерционные свойства отображаются моментом инерции J и массой тела M, сосредоточенных в точке O центра тяжести. Отметим, что центр тяжести на самом деле находится на прямой, проходящей через точку O. Центр тяжести может находиться выше или ниже точки O, при этом выполняется условие $J \neq m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$.

С другой стороны, твердое тело может быть представлено невесомым стержнем, на концах которого находятся материальные точки массой m_1 и m_2. В этом случае центр тяжести не должен лежать на стержне. Поэтому при рассмотрении конкретных ситуаций необходимо определиться, будет ли $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 > 0$ или $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 < 0$. При выполнении условия $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 = 0$ система становится вырожденной и распадается на две независимые части. Исходя из приведенных соображений, выстраиваются соотношения между m_1, m_2, $Ma^2 + Jc^2$ и $Mb^2 + Jc^2$. Структурная схема системы с силовым возмущением по координате $\tilde{y}_2$ приведена на рис. 2, где $p = j\omega$ — комплексная переменная, значок (~) означает изображение переменных по Лапласу [11,12].

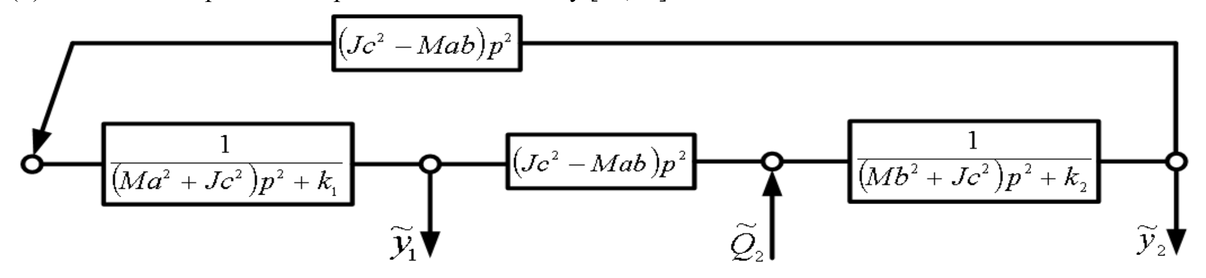


Рис. 2. Структурная схема вибростенда в координатах $\tilde{y}_1$ и $\tilde{y}_2$

Запишем передаточные функции системы

$$W_1(p)=\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_2}=\frac{\left(Jc^2-Mab\right)p^2}{A}\,; \qquad (5)$$

$$W_2(p)=\frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_2}=\frac{\left(Ma^2+Jc^2\right)p^2+k_1}{A}\,; \qquad (6)$$

где

$$A=\left[\left(Ma^2+Jc^2\right)p^2+k_1\right]\cdot\left[\left(Mb^2+Jc^2\right)p^2+k_2\right]-\left(Jc^2-Mab\right)^2p^4 \qquad (6')$$

частотное уравнение. Отметим, что возможны некоторые преобразования $\left(Ma^2+Jc^2\right)p^2=\left(Ma^2+Mab+Jc^2-Mab\right)p^2=\left[Ma+\left(Jc^2-Mab\right)\right]\cdot p^2$, а также $\left(Mb^2+Jc^2\right)p^2=\left[Mb+\left(Jc^2-Mab\right)\right]\cdot p^2$, тогда структурную схему на рис.2 можно представить в виде, как показано на рис.3. В данном случае $M = Ma + Mb$, а $R = Jc^2 - Mab > 0$ соответственно.

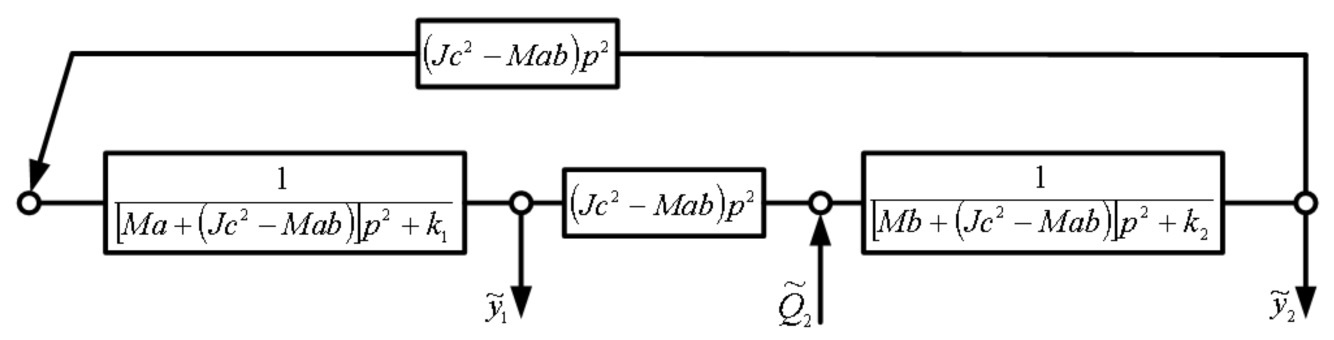


Рис. 3. Структурная схема вибростенда в форме, соответствующей цепному виду

2. Для структурных схем на рис. 2 и 3 в системе координат y_1 и y_2 характерно то, что связь между парциальными системами реализуется через инерционное взаимодействие.

При выполнении условия $Jc^2 - Mab = 0$, как было выше отмечено, система распадается на два независимых блока с параметрами $Ma^2p^2 + k_1$ и $Mb^2p^2 + k_2$. В этом случае движение по координатам y_1 и y_2 становится независимым. Такой режим работы для технологического вибростенда не рассматривается. Для случая, определяемого условием $Jc^2 - Mab > 0$, возможен режим динамического гашения колебаний на элементе m_2 на частоте

$$\omega^2_{\text{дин.}} = \frac{k_1}{Ma + \left(Jc^2 - Mab\right)} = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}\,. \tag{7}$$

В этом случае движение по координате y_2 становится равным нулю (или $y_2 \to 0$). При динамическом гашении колебаний по координате y_2 вибрационная энергия от инерционного возбудителя передается массоинерционному элементу m_1, то есть на координату y_1, что составит

$$\tilde{y}_1 = -\frac{\tilde{Q}_2}{\left(Jc^2 - Mab\right)p^2} \tag{8}$$

Оценка (8) может быть проведена при $Q_2 = (m_0)'\cdot r\omega^2$. В этом случае амплитуда колебаний по координате y_1 составит

$$\frac{m_0 r}{Jc^2 - Mab} = \frac{m_0 r\left(l_1 + l_2\right)^2}{J - Ml_1 l_2}\,. \tag{9}$$

Из (9) следует, что при $J - Ml_1l_2 \to 0$ амплитуда y_1 будет возрастать. Так как частота динамического гашения определяется выражением (7), то при $Jc^2 - Mab = 0$ частота динамического гашения $\omega^2_{\text{дин.}}$ будет равна частоте собственных колебаний парциальной системы $Mbp^2 + k_2$ при «занулении» межпарциальной связи. Таким образом, регулирование величины y_1, как амплитуды колебаний рабочей площадки вибростенда, целесообразно вести путем изменения момента инерции J или жесткости k_1.

Особенности математических моделей. Соотношения между движениями по координате y_1 и y_2 могут интерпретироваться как рычажные связи, и это проявляется в формах колебаний, которые создаются внешним гармоническим воздействием и сохраняются при изменении частоты внешних колебаний (имеется в виду форма колебаний) до определенного значения частоты внешнего возмущения. После этого происходит образование другой формы колебаний.

1. Отношение координат $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}$ в операторном виде может быть получено из структурной схемы на рис. 3 и при входном воздействии Q, приложенном к элементу m_2, определяется выражением

$$W_{12}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{\left(Jc^2 - Mab\right)p^2}{\left[Ma + \left(Jc^2 - Mab\right)\right]p^2 + k_1}\,, \tag{10}$$

где $p = j\omega$ — комплексная переменная, значок (~) над переменной соответствует изображению по Лапласу.

При подстановке $p = j\omega$ в (10) получим

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{-\left(Jc^2 - Mab\right)\cdot\omega^2}{-\left[Ma + \left(Jc^2 - Mab\right)\right]\cdot\omega^2 + k_1}\,, \tag{11}$$

откуда можно найти, что парциальная частота системы определится

$$n^2 = \omega^2_{\text{дин.}} = \frac{k_1}{Ma + \left[Jc^2 - Mab \right]}. \quad (12)$$

График $\frac{y_1}{y_2}(\omega)$ на рис. 4 в диапазоне изменения частоты внешнего воздействия от 0 до $\omega_{\text{дин}}$ имеет отрицательное значение; после перехода $\omega = \omega_{\text{дин}}$, отношение $\frac{y_1}{y_2}$ становится положительным и стремится при $\omega \to \infty$ к пределу, определяемому выражением

$$\underset{p \to \infty}{W_{12}(p)} \to \frac{Jc^2 - Mab}{Ma + \left(Jc^2 - Mab \right)} < 1. \quad (13)$$

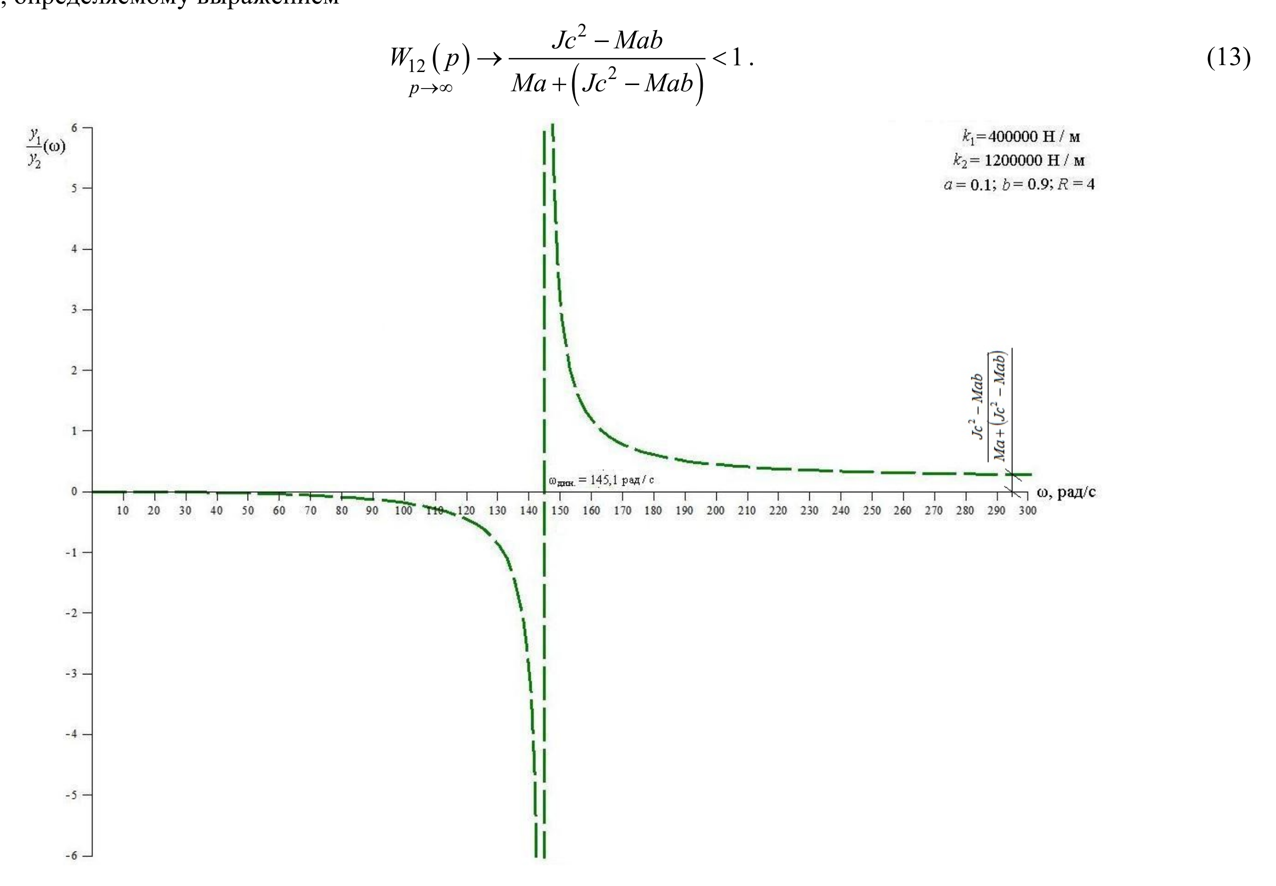


Рис. 4. График зависимости $\frac{y_1}{y_2}$ от частоты ω при выполнении условия (10)

В диапазоне частот 0 – $\omega_{\text{дин}}$ форма колебаний такова, что рычажная связь соответствует представлениям о связях, создаваемых рычагом второго рода. При переходе через критическое значение частоты внешнего воздействия, которое совпадает с частотой динамического гашения, происходит смена формы колебаний, а координаты y_1 и y_2 начинают изменяться в противофазе. В этом случае отношение координат соответствует представлениям о связях, формируемых рычагом второго рода. При дальнейшем увеличении частоты внешнего возмущения отношение координат $\frac{y_1}{y_2}$ стремится к пределу (13) при возмущении по массе m_2. Таким образом, график $\frac{y_1}{y_2}(\omega)$ в диапазоне изменения частоты внешнего воздействия от 0 до $\omega_{\text{дин}}$ имеет отрицательное значение; после перехода $\omega = \omega_{\text{дин}}$, отношение $\frac{y_1}{y_2}$ становится положительным и при $\omega \to \infty$ стремится к пределу (13).

2. При приложении силового возмущения Q_2 к массе m_2 (координата y_2) передаточное отношение рычажной связи $\frac{y_1}{y_2}$ отрицательно, как следует из рис. 4, что означает движение по координатам y_1 и y_2 в противофазе. Центр колебаний находится в частотном диапазоне 0 – $\omega_{\text{дин}}$. Чем ближе находится частота внешнего воздействия к частоте динамического гашения, тем больше будет передаточное отношение рычажной связи. При этом амплитуда колебаний инерционного возбудителя (координата y_2) будет достаточно мала, тогда как координата движения y_1 будет значительно больше, что позволяет реализовать (в определенном смысле) своеобразную перекачку энергии к рабочей части вибростенда (так можно назвать массу m_1 (позиция 2 на рис.1) с установочной площадкой 3 (рис.1) по отношению к вибрационному возбудителю m_2 (позиция 5, рис.1).

Величина амплитуды колебаний по координате y_1 определяется выражением (9). На рисунке 5 приведены графики $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ при возбуждении по координате y_2 и выполнении условия $Jc^2 - Mab > 0$.

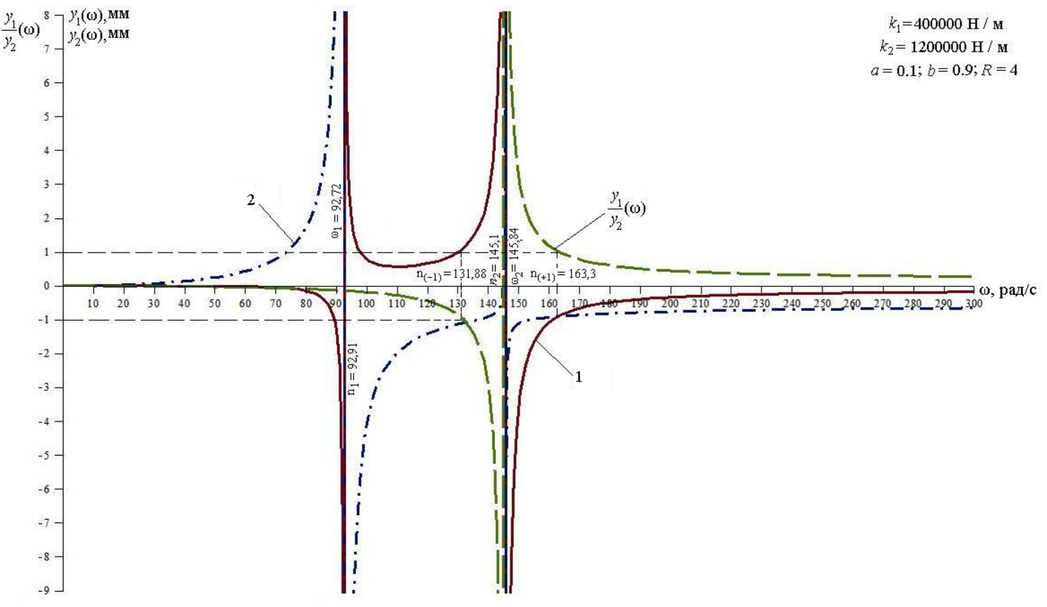


Рис. 5. Графики зависимостей амплитуд колебаний вибростенда от частоты внешнего воздействия: кривая 1 — зависимость $y_1(\omega)$; кривая 2 — зависимость $y_2(\omega)$

При $\omega \to \infty$ график зависимости $y_1(\omega)$ стремится к пределу

$$\underset{p\to\infty}{\tilde{y}_1} \to N_1 = \frac{\left(Jc^2 - Mab\right)\cdot m_0 \cdot r}{MJc^2}; \tag{14}$$

$$\underset{p\to\infty}{\tilde{y}_2} \to N_2 = \frac{\left(Jc^2 - Mab + Mb\right)\cdot m_0 \cdot r}{MJc^2} \tag{15}$$

Отношение (13) к выражению (14) соответствует пределу

$$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}\left(p \to \infty\right) \to \frac{Jc^2 - Mab}{Ma + Jc^2 - Mab}, \tag{16}$$

приведенному на рисунке 4.

3. На графиках $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ (рис. 5) Mbp^2+R можно отметить некоторые соотношения координат y_1 и y_2 при частотах, определяемых из выражения

$$W_{12}\left(p\right) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{\left(Jc^2 - Mab\right)p^2}{Map^2 + \left(Jc^2 - Mab\right)p^2 + k_1}. \tag{17}$$

$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = 1$ при:

$$\omega_1^2 = \frac{k_2}{Ma}. \tag{18}$$

В свою очередь, при $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = -1$ искомая частота определяется выражением

$$\omega_{10}^2 = \frac{k_1}{Ma + 2\left(Jc^2 - Mab\right)}. \tag{19}$$

Характерным для взаимного расположения на рис.5 является пересечение кривой 1 и кривой 2 при частоте ω_1^2 и отношении амплитуд, равном +1.

Анализ динамических свойств системы. Отдельным вопросом в оценке динамических свойств является наличие условия

$$Jc^2 - Mab < 0. \tag{20}$$

В этом случае

$$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{-\left(Jc^2 - Mab\right)p^2}{\left[Ma - \left(Jc^2 - Mab\right)p^2\right] + k_1}, \tag{21}$$

что приводит к несколько иным формам соотношений. Частота динамического гашения колебаний определится

$$\omega^2_{\text{дин}} = \frac{k_1}{Ma - \left(Jc^2 - Mab\right)}. \tag{22}$$

При этом график $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ примет вид как показано на рис. 6.

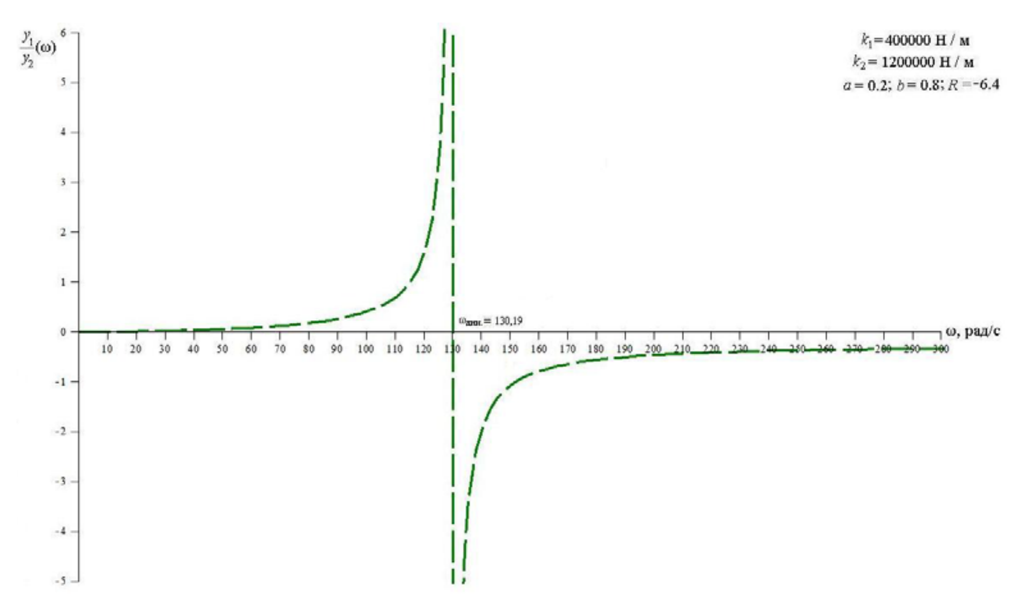


Рис. 6. График зависимости $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ при выполнении условия $Jc^2 - Mab < 0$

Данный график $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ отличается от представленного на рис. 5, тем, что является зеркальным отражением по форме. Параметры графика также будут другими. Речь идет о частотах динамического гашения ($\omega_{\text{дин}}$) и собственных колебаний (ω_1, ω_2); частотах, при которых будут соблюдаться соотношения $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = 1$ и $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = -1$; а также предельных значений при увеличении частоты возмущения $\omega \to \infty$.

График зависимостей $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ показан на рис.7.

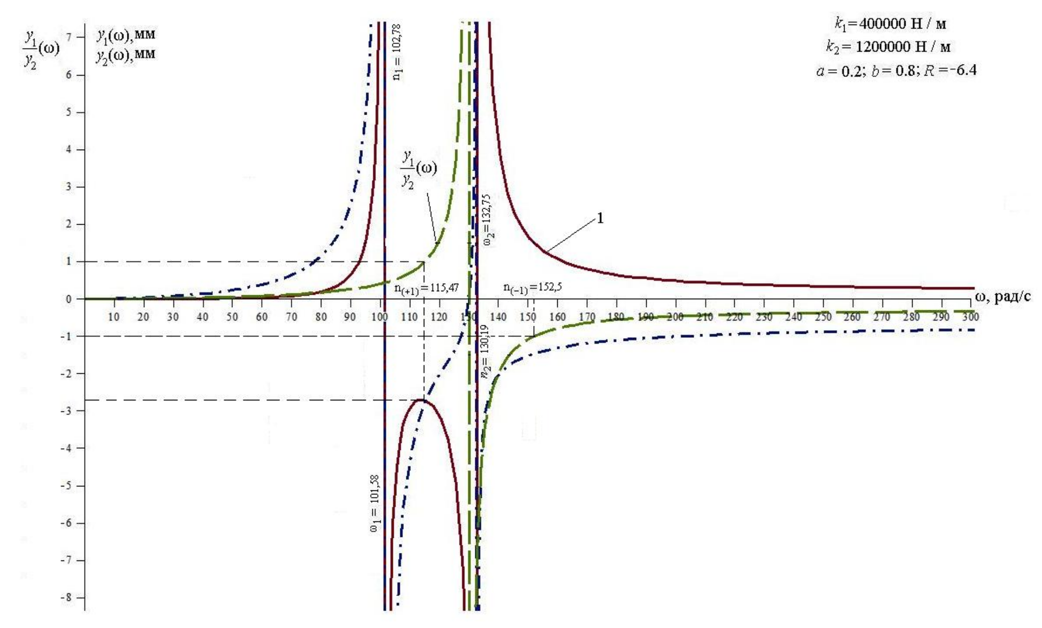


Рис. 7. Графики зависимостей $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ от частоты возмущения:
кривая 1 – $y_1(\omega)$; кривая 2 – $y_2(\omega)$ при условии $Jc^2 - Mab < 0$

Заключение. Вибрационный технологический комплекс для реализации различных технологических процессов может быть построен при учете особенностей режимов динамического гашения колебаний в системах с силовым инерционным возбуждением на основе расчетных схем в виде твердого тела с двумя степенями свободы на упругих опорах.

1. Особенность подхода в разработке технологии вибрационных взаимодействий элементов в технологических процессах заключается в использовании протяженного рабочего стола, на одном конце которого размещается инерционный возбудитель, а на другом — рабочая площадка, где располагается контейнер с гранулированной рабочей смесью. Рабочий режим реализуется как режим динамического гашения колебаний для инерционного вибровозбудителя, что обеспечивает малые амплитуды колебаний самого устройства. В свою очередь, второй конец рабочего органа, где расположен контейнер (или рабочая зона), работает в режиме динамического гасителя колебаний.

2. Параметры движения динамического гасителя настраиваются с помощью выбора соответствующих значений жесткости упругих элементов и значений массоинерционных характеристик. Обоснованы и получены соответствующие аналитические соотношения.

3. На основе предлагаемого подхода могут быть рассмотрены и другие варианты вибрационных технологических машин, в частности, вибростенды для прочностных испытаний длинномерных изделий. В этом случае испытуемая конструкция или изделие в структуре вибростенда настраивается как динамический гаситель колебаний и определяет условия испытаний. При этом инерционный вибровозбудитель работает в режиме минимальных нагрузок.

Библиографический список

1. De Silva, Clarence W. Vibration: Fundamentals and Practices/ USA: CRC Press. — 2000. — 954 p.

2. Jianlian Cheng, Hui Xu. Inner mass impact damper for attenuating structure vibration / International Journal of Solids and Structures. — 2006. — Vol. 43, iss. 17. — P. 5355–5369.

3. Kruelle , Christof A. Physics of granular matter: pattern formation and applications/ Rev. Adv. Mater. Sci. — 2009. — vol. 20. — P. 113 — 124.

4. Kenneth J. Ford. Transitions to vibro-fluidization in a deep granular bed / Kenneth J. Ford, James F. Gilchrist, Hugo S. Caram // Powder Technology. — 2009. — Vol. 192, iss. 1. — P. 33–39.

5.Aranson, I. S. Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts/ Igor S. Aranson, Lev S. Tsimring // Reviews of modern physics. — 2006. — Vol. 78, iss.1. — P. 641.

6. Пановко, Г. Я. Динамика вибрационных технологических процессов / Г. Я. Пановко. —. Москва-Ижевск, 2006. — 158 с.

7. Копылов, Ю. Р. Динамика процессов виброударного упрочнения / Ю. Р. Копылов. — Воронеж : ИПЦ «Научная книга», 2011. — 568 с.

8. Елисеев, А. В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей / А. В. Елисеев, В. В. Сельвинский, С. В. Елисеев. — Новосибирск : Наука, 2015. — 332 с.

9. Неудерживающие связи в динамических взаимодействиях сыпучей среды и вибрирующей поверхности: научно-методологическое обоснование технологии процессов вибрационного упрочнения / С. В. Елисеев [и др.] // Системы. Методы. Технологии. — 2014. — №3(23). — С. 17–31.

10. Елисеев, А. В. Вибрационные технологические процессы: виброупрочнение при ударных периодических взаимодействиях / А. В. Елисеев, А. Г. Пнев, В. Б. Кашуба, И. С. Ситов // Кулагинские чтения: техника и технологии производственных процессов: XIV Международная научно-практическая конференция. — Чита, 2014.— С. 281–286.

11. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев. — Иркутск : Изд-во ИГУ, 2008. — 523 с.

12. Елисеев, С. В. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем / С. В. Елисеев, Ю. Н. Резник, А. П. Хоменко. — Новосибирск : Наука, 2011. — 383 с.

References

1. De Silva, Clarence W. Vibration: Fundamentals and Practices. USA: CRC Press, 2000, 954 p.

2. Jianlian Cheng, Hui Xu. Inner mass impact damper for attenuating structure vibration. International Journal of Solids and Structures, 2006, vol. 43, iss. 17, pp. 5355–5369.

3. Kruelle, Christof A. Physics of granular matter: pattern formation and applications. Rev. Adv. Mater. Sci., 2009, vol. 20, pp. 113 — 124.

4. Ford, Kenneth J., Gilchrist, James F., Caram, Hugo S. Transitions to vibro-fluidization in a deep granular bed. Powder Technology, 2009, vol. 192, pp. 33–39.

5. Aranson, I. S., Tsimring, L.S. Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts. Reviews of modern physics, 2006, vol. 78, iss. 1, p. 641.

6. Panovko, G.Y. Dinamika vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov. [Dynamics of vibrating processes.] Moscow, Izhevsk: 2006, 158 p. (in Russian).

7. Kopylov, Y.R. Dinamika protsessov vibroudarnogo uprochneniya. [Dynamics of vibro-hardening processes.] Voronezh: Nauchnaya kniga, 2011, 568 p. (in Russian).

8. Eliseev, A.V., Selvinskiy V.V., Eliseev S.V. Dinamika vibratsionnykh vzaimodeystviy elementov tekhnologicheskikh sistem s uchetom neuderzhivayushchikh svyazey. [Dynamics of vibrating interactions of technological system elements based on unilateral constraints.] Novosibirsk: Nauka, 2015, 332 p. (in Russian).

9. Yeliseev, A.V., et al. Neuderzhivayushchie svyazi v dinamicheskikh vzaimodeystviyakh sypuchey sredy i vibriruyushchey poverkhnosti: nauchno-metodologicheskoe obosnovanie tekhnologii protsessov vibratsionnogo uprochneniya. [Unilateral constraints in the dynamic interactions of the granular medium and vibrating surface: scientific and methodological basis of the vibration hardening technology.] Systems. Methods. Technologies, 2014, vol. 23, no. 3, pp. 17 — 31 (in Russian).

10. Eliseev, A.V., Pnev, A.G., Kashuba V.B., Sitov, I.S. Vibratsionnye tekhnologicheskie protsessy: vibrouprochnenie pri udarnykh periodicheskikh vzaimodeystviyakh. [Vibrating processes: vibro-hardening under shock periodic interactions.] Readings from Kulagin: Engineering and Technology: Proc. XIV Int. Sci.-Pract. Conf. Chita, 2014, pp. 281-286 (in Russian).

11. Eliseev, S.V., et al. Dinamicheskiy sintez v obobshchennykh zadachakh vibrozashchity i vibroizolyatsii tekhnicheskikh ob"ektov. [Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration technical objects.] Irkutsk: izd-vo IGU, 2008, 523 p. (in Russian).

12. Eliseev, S.V., Reznik, Yu. N., Khomenko, A. P. Mekhatronnye podkhody v dinamike mekhanicheskikh kolebatel'nykh system. [Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical vibration systems.] Novosibirsk: Nauka, 2011, 383 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 04.08.2016
Сдана в редакцию 04.08.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 04.08.2016
Submitted 04.08.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 531.383-11:531.714.7 DOI 10.12737/22159

Модифицированный помехозащищенный микроакустомеханический гироскоп[*]

И. П. Мирошниченко[1], В. П. Сизов[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Modified microacoustomechanical noise-immune gyroscope[***]

I. P. Miroshnichenko[1], V. P. Sizov[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью настоящего исследования является создание нового модифицированного помехозащищенного микроакустомеханического гироскопа. Данная разработка позволяет преобразовывать в электрические сигналы угловые скорости вращения несущего основания одновременно относительно двух осей его вращения. Кроме того, повышается уровень полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех. Этим объясняется расширение функциональных возможностей нового модифицированного микроакустомеханического гироскопа по сравнению с имеющимися аналогами. Подробно описано, каким образом работает модифицированный гироскоп. Сущность его конструкции и функционирования поясняется графическими материалами. Предлагаемое техническое решение защищено патентом Российской Федерации на изобретение. Описанный гироскоп может быть применен в системах навигации, ориентации и управления различными подвижными объектами в авиации, ракетно-космической технике, робототехнике и т. п.

Ключевые слова: микромеханический гироскоп, акустические волны, поверхностные акустические волны.

The work objective is to develop a new modified microacoustomechanical noise-immune gyroscope. It allows converting the angular rotation velocities of the support base into electrical signals on two axes of rotation simultaneously. In addition, the valid signal level is increased compared to the noise interference level. This explains the expandability of the new modified microacoustomechanical gyroscope compared to the existing analogues. The operating principle of the modified gyro is specified in detail. The concept of its design and performance is explained in drawings.
The proposed technical solution is protected by the Russian Federation patent for the invention. The proposed gyroscope can be used in the navigation, positioning and control systems of various mobile objects in aviation, rocket and space technology, robotics, etc.

Keywords: micromechanical gyroscope, acoustic waves, surface acoustic waves.

Введение. В настоящее время в системах навигации, ориентации и управления различными подвижными объектами успешно используются микроакустомеханические гироскопы. Их применение позволяет оптимизировать массовые и геометрические характеристики указанных систем, повысить надежность, увеличить ресурс эксплуатации, снизить стоимость производства [1–5].

Известные микромеханические гироскопы [6–9] обладают существенным недостатком, сдерживающим их практическое применение. Данные устройства обеспечивают регистрацию угловой скорости вращения несущего основания относительно одного направления его вращения, а для регистрации угловых скоростей относительно двух направлений вращения несущего основания необходимо дополнительно установить второй аналогичный гироскоп. Это приводит к усложнению конструкции и увеличению ее стоимости. К существенным недостаткам гироскопов [6–9] можно также отнести низкий уровень полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех. Этим обусловлена необходимость применения регистрирующей аппаратуры с высокой чувствительностью, что также увеличивает стоимость устройства.

В [10, 11] предложен новый микроакустомеханический гироскоп, расчетно-теоретическое обоснование которого представлено в [12].

Данный гироскоп состоит из следующих частей:
— несущее основание;
— регулярная структура инерционных масс (РСИМ), размещенных в шахматном порядке;
— активные пьезоэлектрические преобразователи (АПП);
— измерительные встречно-штыревые преобразователи (ИВШП) суммарного поля поверхностной акустической волны (ПАВ) от РСИМ, состоящего из дифракционных и сигнальных полей ПАВ от сил Кориолиса.

[*]Работа выполнена в рамках инициативной НИР
[**]E-mail: ipmir@rambler.ru
[***]The research is done within the frame of the independent R&D.

Основание выполнено из изотропного материала, на его внешнюю поверхность нанесена тонкая пленка из пьезоэлектрика с установленными на ней РСИМ и ИВШП для каждого из направлений вращения. При этом ИВШП размещены симметрично относительно положения РСИМ и перпендикулярно осям вращения основания.

На внутренней поверхности несущего основания выполнен трапецеидальный выступ, большее основание которого обращено в сторону внешней поверхности несущего основания.

АПП установлены симметрично друг другу на боковых поверхностях трапецеидального выступа и обеспечивают возбуждение продольных акустических волн в материале несущего основания в направлениях, определяемых углом Q. При этом:

$\sin Q = v_l / v_R$, (1)

где v_l — скорость продольных волн в материале несущего основания 1; v_R — скорость ПАВ; угол Q задан положением боковых поверхностей трапецеидального выступа относительно внешней поверхности основания.

Техническое решение [10, 11] позволяет обеспечить преобразование угловых скоростей вращения несущего основания в электрические сигналы одновременно относительно двух осей вращения, однако его существенным недостатком является низкий уровень полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех.

Постановка задачи. Целями создания предлагаемого технического решения являлись:

— расширение функциональных возможностей за счет преобразования угловых скоростей вращения несущего основания в электрические сигналы одновременно относительно двух осей вращения;

— повышение уровня полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех.

Описание технического решения. Для достижения указанных целей разработан новый модифицированный помехозащищенный микроакустомеханический гироскоп, графически представленный на рис. 1–5.

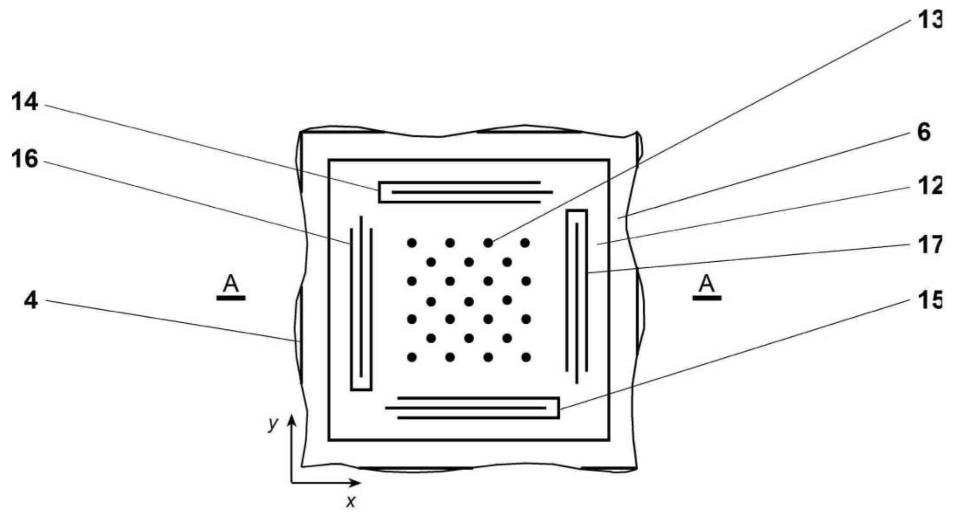


Рис. 1. Схема предлагаемого гироскопа (вид сверху)

Несущее основание 1 гироскопа (рис. 2) выполнено из изотропного материала. На внешней 2 и внутренней 3 поверхностях — трапецеидальные выступы 4 и 5 соответственно, совпадающие по форме и размерам и размещенные зеркально друг относительно друга.

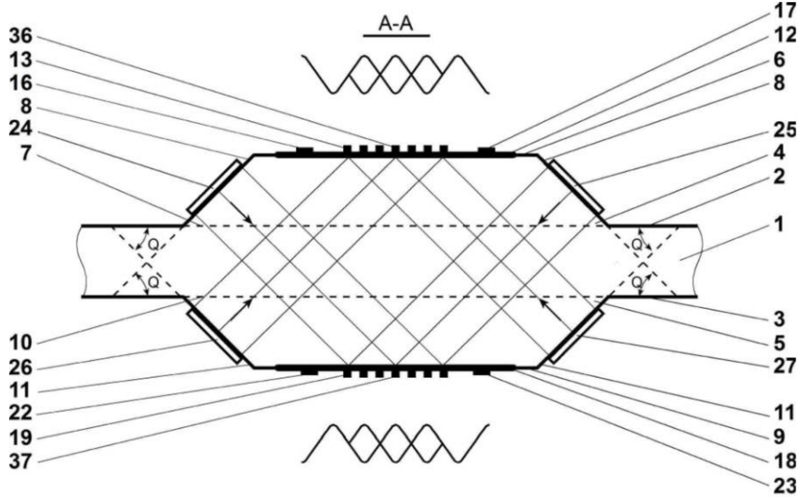


Рис. 2. Схема предлагаемого гироскопа (разрез А—А)

Выступ 4 имеет малое основание 6, большее основание 7 и боковые поверхности 8. При этом большее основание 7 обращено в сторону внутренней поверхности 3 основания 1. Выступ 5 имеет малое основание 9, большее ос-

нование 10 и боковые поверхности 11. При этом большее основание 10 обращено в сторону внешней поверхности 2 основания 1.

На поверхность малого основания 6 выступа 4 нанесена тонкая пленка 12 из пьезоэлектрика с установленными на ней РСИМ 13 и ИВШП 14, 15 (вдоль оси x) и 16, 17 (вдоль оси y) (см. рис. 1) суммарного поля ПАВ от РСИМ 13, состоящего из дифракционных и сигнальных полей ПАВ от сил Кориолиса.

На поверхности малого основания 9 выступа 5 (см. рис. 2) нанесена тонкая пленка 18 из пьезоэлектрика с установленными на ней РСИМ 19 и ИВШП 20, 21 (вдоль оси x) и 22, 23 (вдоль оси y) (рис. 3) суммарного поля ПАВ от РСИМ 19, состоящего из дифракционных и сигнальных полей ПАВ от сил Кориолиса.

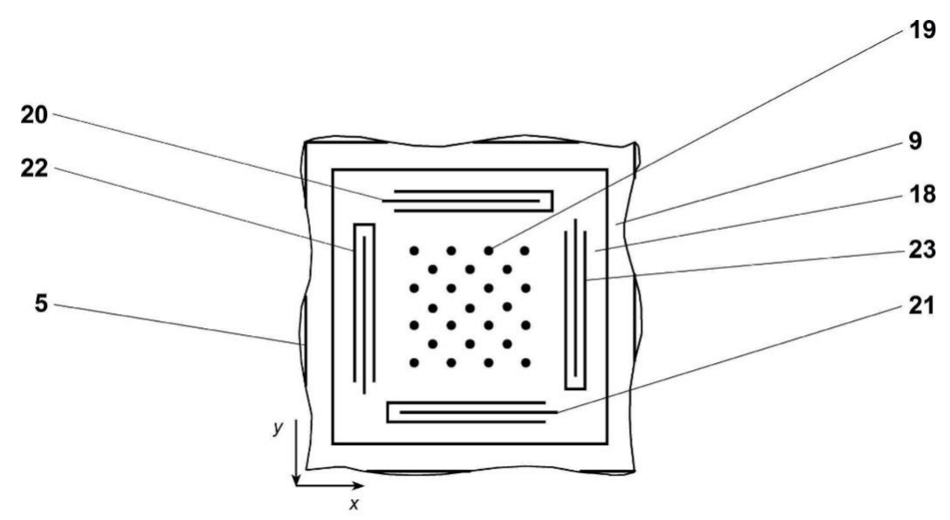


Рис. 3. Схема предлагаемого гироскопа (вид снизу)

Боковые поверхности 8 выступа 4 и боковые поверхности 11 выступа 5 (см. рис. 2) образуют соответственно с внутренней поверхностью 3 и внешней поверхностью 2 основания 1 угол Q, который выбирается из условия оптимального возбуждения на них волн Релея (1).

Угол Q задан положением боковых поверхностей 8 и 11 соответственно выступов 4 и 5 относительно поверхностей 3 и 2 основания 1.

На боковых поверхностях 8 выступа 4 симметрично друг другу установлены АПП 24 и 25, а на боковых поверхностях 11 выступа 5 симметрично друг другу установлены АПП 26 и 27, которые обеспечивают возбуждение продольных акустических волн в материале основания в направлениях, определяемых углом Q.

АПП 26 и 27 электрически соединены с генератором Г28 (рис. 4), а АПП 24 и 25 электрически соединены с генератором Г28 и инвертором И29. При этом АПП 24 и 25 обеспечивают возбуждение в противофазе по отношению к АПП 26 и 27.

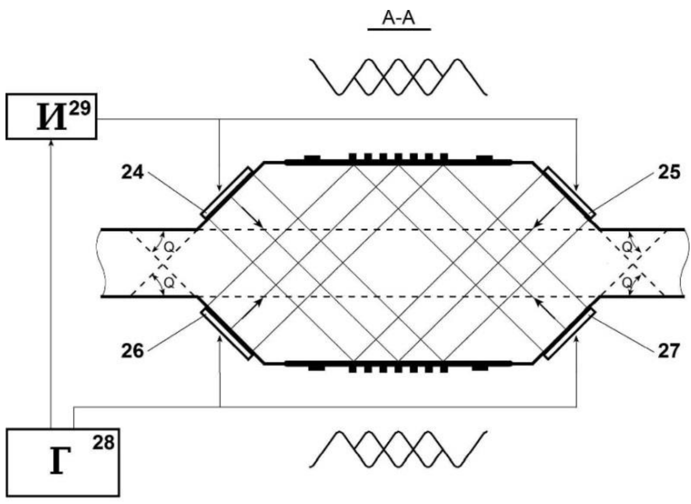


Рис. 4. Схема электрических соединений АПП

ИВШП 14, 15, размещенные на поверхности малого основания 6 выступа 4 (вдоль оси x), и ИВШП 16, 17 (вдоль оси y) установлены на тонкой пленке 12 симметрично относительно положения РСИМ 13 и перпендикулярно осям вращения основания 1.

ИВШП 20, 21, размещенные на поверхности малого основания 9 выступа 5 (см. рис. 3) (вдоль оси x), и ИВШП 22, 23 (вдоль оси y) установлены на тонкой пленке 18 симметрично относительно положения РСИМ 19 и перпендикулярно осям вращения основания 1 (см. рис. 2).

Выходы ИВШП 14 и 20, 15 и 21, 16 и 22, 17 и 23 попарно электрически соединены со входами сумматоров соответственно 30, 31, 32 и 33 (рис. 5). Выходы сумматоров 30 и 31, 32 и 33 соединены соответственно со входами сумматоров 34 и 35.

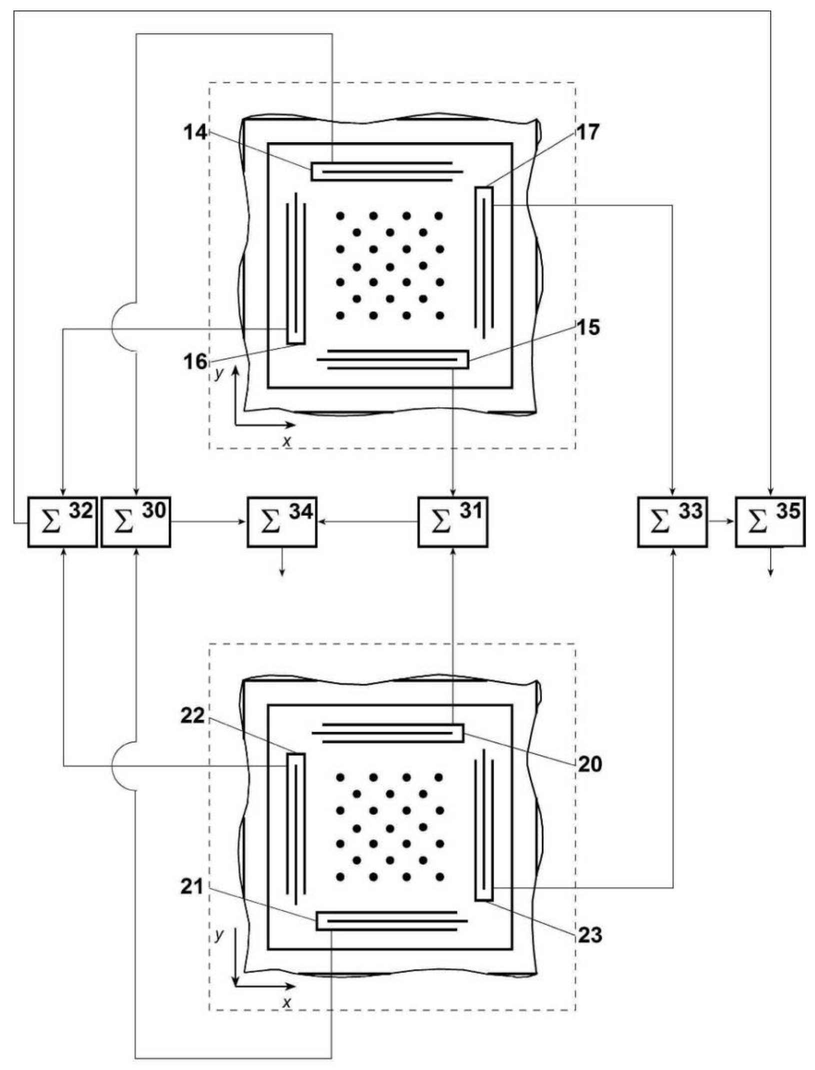


Рис. 5. Схема электрических соединений ИВШП

РСИМ 13 и 19 размещены в шахматном порядке с расстояниями между ними, обеспечивающими преимущественное излучение в направлениях к ИВШП.

Выходы сумматоров 34 и 35 соединены с системой регистрации (на рисунке не показана).

Предлагаемый гироскоп работает следующим образом.

При помощи генератора Г28 и инвертора И29 АПП 26, 27 и 24, 25 возбуждают в несущем основании 1 продольные волны, которые при взаимодействии с боковой поверхностью 8 малого основания 6 выступа 4 и боковой поверхностью 11 малого основания 9 выступа 5 возбуждают волны Релея, бегущие в разные стороны по оси x. При этом АПП 24 и 25 обеспечивают возбуждение в противофазе по отношению к АПП 26 и 27.

В областях 36 и 37 интерференции пучков продольных волн соответственно на поверхности 8 малого основания 6 выступа 4 и поверхности 11 малого основания 9 выступа 5 образуются стоячие волны с расстояниями между пучностями, равными $\lambda_R/2$, где $\lambda_R = v_R/f$, f — частота возбуждения.

В этих областях размещены РСИМ 13 и 19, которые позволяют увеличить силу Кориолиса, возникающую при вращении гироскопа.

Под воздействием стоячих волн РСИМ 13 и 19 совершают вертикальные колебания вдоль оси z. Колеблющиеся массы, в свою очередь, являются источниками ПАВ, которые распространяются вдоль осей x и y. Таким образом,

из областей 36 и 37 интерференции пучков продольных волн, где расположены РСИМ 13 и 19, в сторону ИВШП 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23 распространяются бегущие волны, которые этими ВШП детектируются. В результате на выходах ИВШП возникают соответствующие сигналы.

При вращении гироскопа вокруг оси x на движущиеся вдоль оси z структуры инерционных масс 13 и 19 воздействует сила Кориолиса, направленная вдоль оси y:

$F = 2m[\Omega V]$, (2)

где m — масса колеблющейся структуры; Ω — угловая скорость вращения гироскопа; V — колебательная скорость массы.

Под воздействием этой силы генерируется дополнительная ПАВ, которая изменяет электрический сигнал на выходе ИВШП 16, 17 и 22, 23. Это изменение пропорционально угловой скорости Ω, направленной вдоль оси x. На выходе ИВШП 14, 15 и 20, 21 сигнал остается практически неизменным.

При вращении гироскопа вокруг оси y происходят аналогичные явления, а полезный сигнал возникает на выходе ИВШП 14, 15 и 20, 21.

При одновременном вращении гироскопа вокруг осей x и y полезный сигнал возникает на всех ИВШП, причем уровень сигналов на выходах ИВШП 16, 17 и 22, 23 соответствует скорости вращения вокруг оси x, а уровень сигналов на выходах 14, 15 и 20, 21 соответствует скорости вращения вокруг оси y. Таким образом, возникают сигналы, позволяющие судить о вращении основания 1 относительно двух осей. Сигналы с выходов ИВШП 14 и 21 поступают на входы сумматора 30; с выходов ИВШП 15 и 20 — на входы сумматора 31; с выходов ИВШП 16 и 22 — на входы сумматора 32; выходов ИВШП 17 и 23 — на входы сумматора 33, где производится суммирование с выходов соответствующих ИВШП. При этом ПАВ возбуждаются соответствующими волнами, которые излучаются АПП 24, 25 и 26, 27, на выходе каждого из сумматоров 30, 31 и 32, 33 уменьшаются. Это объясняется тем, что преобразователи 24, 25 и 26, 27 соответственно возбуждают волны в противофазе, а сигналы, возникающие под действием дополнительных ПАВ при вращении основания 1, находятся в фазе (т. к. Кориолисово ускорение всех масс имеет одинаковое направление). Сигналы, возникающие под действием описанных ПАВ, и на выходах перечисленных сумматоров увеличиваются.

Сигналы с выходов сумматоров 30 и 31 поступают на входы сумматора 34, а сигналы с выходов сумматоров 32 и 33 поступают на входы сумматора 35, где также производится суммирование сигналов со всех ИВШП, соответствующих осям вращения основания 1. Сигналы с выходов сумматоров 34 и 35 поступают в систему регистрации. При этом достигается существенное увеличение уровня полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех.

Заключение. Разработан новый модифицированный помехозащищенный микроакустомеханический гироскоп. Сохраняя положительные качества известных аналогов, он отличается более широкими функциональными возможностями. Это объясняется тем, что угловые скорости вращения несущего основания преобразуются в электрические сигналы одновременно относительно двух осей вращения, и повышается уровень полезного сигнала по сравнению с уровнем шумовых помех.

Предлагаемый гироскоп защищен патентом Российской Федерации на изобретение [13] и может быть применен в системах навигации, ориентации и управления подвижными объектами в авиации, ракетно-космической технике, робототехнике и т. п.

Библиографический список

1. Матвеев, В. А. Гироскоп — это просто / В. А. Матвеев. — Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э Баумана, 2012. — 191 с.

2. Лукьянов, Д. П. Современное состояние и перспективы развития твердотельных микрогироскопов на поверхностных акустических волнах / Д. П. Лукьянов, Ю. В. Филатов, С. Ю. Шевченко // Гироскопия и навигация. — 2011. — № 3 (74). — С. 75–87.

3. Евстифеев, М. И. Основные этапы разработки отечественных микромеханических гироскопов / М. И. Евстифеев // Известия вузов. Приборостроение. — 2011. — Т. 54, № 6. — С. 75–80.

4. Математическое моделирование гироскопа на ПАВ / В. А. Калинин [и др.] // Электроника: наука, технология, бизнес. Спецвыпуск. — 2008. — С. 47–51.

5. Varadan, V. K. Microsensors, microelectromechanical systems (MEMS), and electronics for smart structures and systems / V. K. Varadan, V. V. Varadan // Smart Materials and Structures. — 2009. — № 9. — P. 953–972.

6. Пьезоэлектрический гироскоп : патент 2387951 Рос. Федерация : H03H9/25 ; G01C19/56 / В. А. Калинин [и др.]. — №2009109735/28 ; заявл. 17.03.09 ; опубл. 27.04.10, Бюл. № 12. — *9 с.*

7. Гироскоп на поверхностных акустических волнах : патент 2390727 Рос. Федерация : G01P9/04 ; G01C19/56 / В. А. Калинин [и др.]. — № 2009109734/28 ; заявл. 17.03.09 ; опубл. 27.05.10, Бюл. № 15. — 8 с.

8. Apparatus and method for detecting a rotation : patent 7895892 B2 US [Электронный ресурс] / R. Aigner. — Режим доступа: http://www.uspto.gov (дата обращения 08.11.16).

9. Micro-Electromechanical Gyroscope : patent 6984332 B2 US [Электронный ресурс] / V. K. Varadan [et al.]. — Режим доступа: http://www.uspto.gov (дата обращения 08.11.16).

10. Микроакустомеханический гироскоп : патент 2543706 Рос. Федерация : G01C19/56 ; H03H9/25 / Ю. В. Вахтин [и др.]. — № 2013143420/28 ; заявл. 25.09.13 ; опубл. 10.03.15, Бюл. № 7. — 8 с.

11. Мирошниченко, И. П. Модифицированный микромеханический гироскоп / И. П. Мирошниченко, В. А. Погорелов, В. П. Сизов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 2. — С. 73–77.

12. Мирошниченко, И. П. Метод скаляризации в задачах распространения поверхностных упругих волн во вращающемся трансверсально-изотропном полупространстве / И. П. Мирошниченко, В. А. Погорелов, В. П. Сизов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та.— 2015. — Т. 15, № 3. — С. 7–18.

13. Модифицированный микроакустомеханический гироскоп : патент 2582483 Рос. Федерация : G01C19/56 / И. П. Мирошниченко [и др.]. — № 2015104242/28 ; заявл. 09.02.15 ; опубл. 27.04.16, Бюл. № 12. — 14 с.

References

1. Matveev, V. A. Giroskop — eto prosto. [Gyroscope is a simple matter.] Moscow: Bauman MSTU Publ. House, 2012, 191 p. (in Russian).

2. Lukyanov, D.P., et al. Sovremennoe sostoyanie i perspektivy razvitiya tverdotel'nykh mikrogiroskopov na poverkhnostnykh akusticheskikh volnakh. [State of the art and prospects for the development of SAW-based solid-state gyros.] Gyroscopy and Navigation, 2011, no. 3 (74), pp. 75–87 (in Russian).

3. Evstifeev, M.I. Osnovnye etapy razrabotki otechestvennykh mikromekhanicheskikh giroskopov . [Main development stages of domestic micromechanical gyroscopes.] Journal of Instrument Engineering, 2011, vol. 54, no. 6, pp. 75–80 (in Russian).

4. Kalinin, V.A., et al. Matematicheskoe modelirovanie giroskopa na PAV [Mathematical modeling of SAW-based gyro.] Electronics: Science, Technology, Business. Spec. Iss., 2008, pp. 47–51 (in Russian).

5. Varadan, V. K., Varadan, V.V. Microsensors, microelectromechanical systems (MEMS), and electronics for smart structures and systems. Smart Materials and Structures, 2009, no. 9, pp. 953–972.

6. Kalinin, V.A., et al. P'yezoelektricheskiy giroskop: patent 2387951 Ros. Federatsiya: H03H9/25; G01C19/56. [Piezoelectric gyroscope.] Patent RF, no. 2387951, 2009 (in Russian).

7. Kalinin, V.A., et al. Giroskop na poverkhnostnykh akusticheskikh volnakh: patent 2390727 Ros. Federatsiya: G01P9/04; G01C19/56. [SAW-based gyro.] Patent RF, no. 2390727, 2010 (in Russian).

8. Aigner, R. Apparatus and method for detecting a rotation: patent 7895892 B2 US. Available at: http://www.uspto.gov (accessed: 08.11.16).

9. Varadan, V. K., et al. Micro-Electromechanical Gyroscope: patent 6984332 B2 US. Available at: http://www.uspto.gov (accessed: 08.11.16).

10. Vakhtin, Y.V., et al. Mikroakustomekhanicheskiy giroskop : patent 2543706 Ros. Federatsiya: G01C19/56; H03H9/25. [Micro-acoustomechanical gyroscope.] Patent RF, no. 2543706, 2015 (in Russian).

11. Miroshnichenko, I.P., Pogorelov, V.A., Sizov, V.P. Modifitsirovannyy mikromekhanicheskiy giroskop. [Modified micromechanical gyroscope.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 2, pp. 73–77 (in Russian).

12. Miroshnichenko, I.P., Pogorelov, V.A., Sizov, V.P. Metod skalyarizatsii v zadachakh rasprostraneniya poverkhnostnykh uprugikh voln vo vrashchayushchemsya transversal'no-izotropnom poluprostranstve. [Scalarization method in problems of elastic surface-wave propagation in rotating transversely isotropic half-space.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 3, pp. 7–18 (in Russian).

13. Miroshnichenko, I.P., et al. Modifitsirovannyy mikroakustomekhanicheskiy giroskop: patent 2582483 Ros. Federatsiya: G01C19/56. [Modified micro-acoustomechanical gyroscope.] Patent RF, no. 2582483, 2016 (in Russian).

Поступила в редакцию 29.06.2016
Сдана в редакцию 30.06.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 29.06.2016
Submitted 30.06.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9.006.76–26 DOI 10.12737/22151

Экспериментальные исследования спектров шума и вибрации копировально-фрезерных станков*

С. В. Голосной[1], А. Н. Чукарин[2]**

[1] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

[2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Experimental studies on noise and vibration spectra of copy milling machines***

S. V. Golosnoy[1], A. N. Chukarin[2]**

[1] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

[2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель исследований, результаты которых приведены в данной статье, заключалась в изучении закономерностей формирования спектров шума в рабочей зоне операторов копировально-фрезерных станков. Экспериментальные исследования показали, что среди опасных и вредных производственных факторов, характерных для данных станков, наблюдаются превышения октавных уровней звукового давления, достигающие 15 дБ на холостом режиме и до 15 дБ при обработке древесины. Эти данные позволяют предположить, что основным источником шума, создающим превышение над предельно-допустимыми величинами, является узел шпинделя и, в особенности, корпус шпиндельной бабки. Измерения вибрации на несущей системе станков подтвердили результаты измерений шума. Основным источником повышенных уровней вибраций для данных станков являются опоры качения шпинделей.

Ключевые слова: шум, вибрация, рабочая зона, уровни шума, шпиндель, копировально-фрезерный станок

The research objective is to study the development of the noise spectra patterns in the operating area of copy mill operators. The experimental studies have shown that among harmful factors specific to these machines, there is an octave sound pressure level increase up to 15 dB in the idle mode and up to 15 dB under woodworking. These data suggest that the main noise source creating excess over the maximum permissible values is a spindle unit, and in particular, the spindle case. The vibration measurements on the machine carrier system have confirmed the results of the noise monitoring. The main source of the increased vibration levels for these machine tools is spindle rolling-contact bearings.

Keywords: noise, vibration, operating area, noise levels, spindle, copy miller.

Введение. Среди группы фрезерующих деревообрабатывающих станков изучены виброакустические характеристики пильных [1–3], рейсмусовых, фуговальных [4–6] и модельных станков [7–10]. Однако, несмотря на то, что компоновка несущей системы деревообрабатывающих станков во многом идентична, копировально-фрезерные станки имеют существенные отличия, заключающиеся в значительно более высоких частотах вращения шпинделей, а также в их количестве. В частности, частота вращения одношпиндельного станка составляет 12 000 об/мин, а восьмишпиндельного — 10 000 об/мин на каждом шпинделе.

Основная часть. Экспериментальные исследования виброакустических характеристик объектов исследования проводились на холостом ходу и при обработке различных пород древесины. При измерениях уровней звукового давления и вибраций использовался акустический многоканальный измеритель «Экофизика» с использованием предварительного усилителя Р200 №101846, микрофонного капсюля МК-233 №860 при измерениях шума, а при измерениях вибрации — акселерометра трехкомпонентного АР2082М. Поскольку измерение вибрации прибором «Экофизика» возможно только до частоты 1250 Гц, то измерения в седьмой, восьмой и девятой октавах (среднегеометрические частоты 2 000, 4 000, 8 000 Гц соответственно) производились прибором ВШВ-003-М2.

Результаты измерений показали, что у вышеуказанных станков закономерности формирования спектрального состава практически идентичны, а различия имеются только в уровнях спектральных составляющих. Эта закономерность характерна как для холостого режима работы станков, так и при обработке заготовок.

Следует отметить, что разница в уровнях звукового давления у всех трех типов станков на холостом ходу достигает 4–7 дБ, что можно объяснить известной разницей в вибрации подшипников качения опор шпинделей [7]. При обработке заготовок разница в уровнях шума меньше и не превышает 4–4,5 дБ. Поэтому в данной работе приведены

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

** E-mail: nanorcsm@mail.ru,a.chukarin@inbox.ru

*** The research is done within the frame of the independent R&D.

данные по максимальным уровням звукового давления и вибрации, т.к. именно для этих ситуаций необходимо разработать инженерные решения по выполнению санитарных норм.

Спектры шума станков при холостом режиме работы приведены на рис. 1 и 2.

Результаты измерений показали, что даже на холостом режиме уровни звукового давления существенно превышают санитарные нормы в широком частотном диапазоне 125–8 000 Гц. Распределение интенсивности звукового излучения в этом диапазоне имеет достаточно равномерный характер. Разница в уровнях звукового давления не превышает 5 дБ (в интервале 125–4 000 Гц) у восьмишпиндельного станка и 2–4 дБ у одношпиндельного.

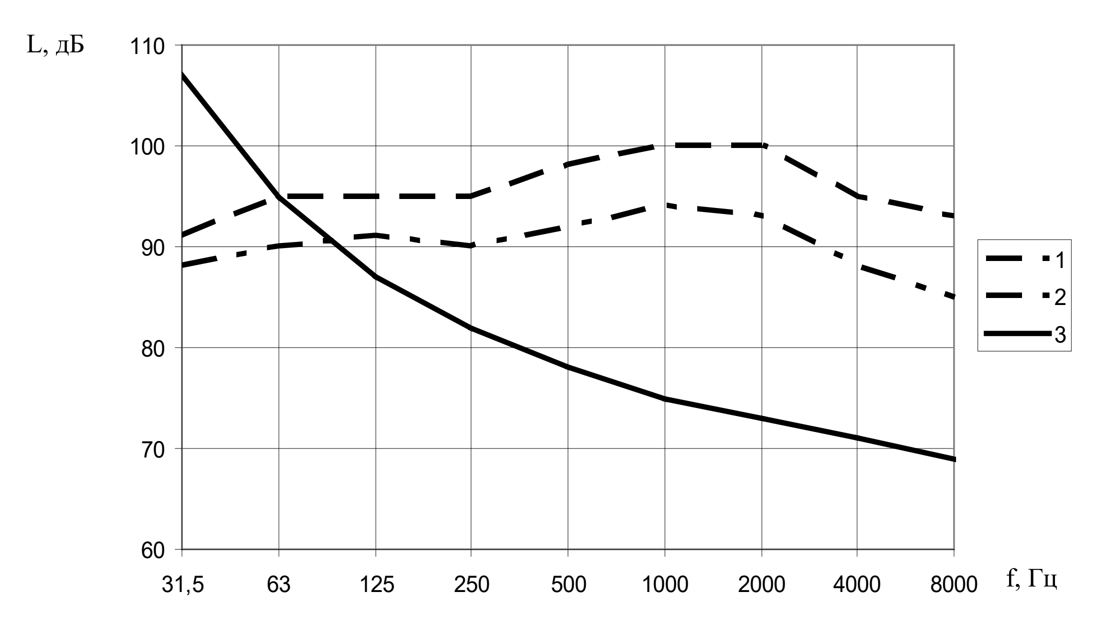


Рис. 1. Спектры шума холостого хода: 1 — восьмишпиндельного станка;
2 — одношпиндельного станка; 3 — предельный спектр

Максимальные значения уровней звукового давления зафиксированы в области частот 500–2 000 Гц. Превышение уровней звукового давления над санитарными нормами составляет 9–28 дБ у восьмишпиндельного станка и 4–20 дБ у одношпиндельного.

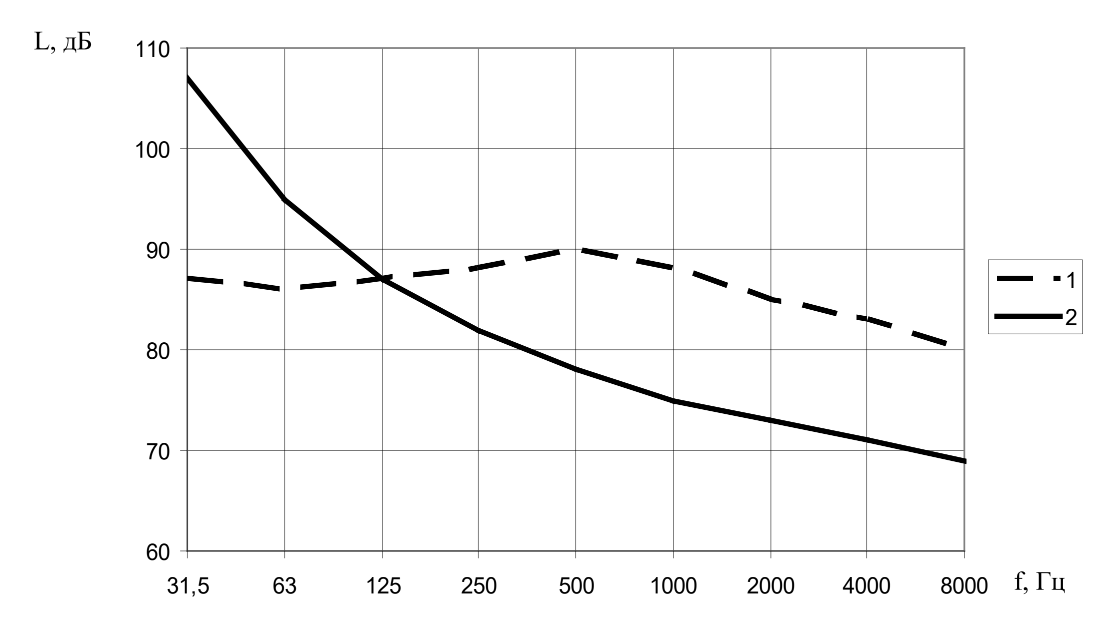


Рис. 2. Спектр шума холостого хода двухшпиндельного станка:
1 — спектр шума; 2 — предельный спектр

Спектр шума холостого хода двухшпиндельного станка, имеющего частоту вращения в 2–3 раза меньше, чем у вышеуказанных (5 900 об/мин), характер спектра иной (рис. 2).

Основное отличие спектрального состава заключается в том, что, начиная с пятой октавы (среднегеометрическая частота 500 Гц), на которой и наблюдается максимальный уровень звукового давления, по мере увеличения частоты, уровни звукового давления уменьшаются. Спад уровней составляет 2–3 дБ на октаву. Уровни звукового давления превышают предельно-допустимые величины в интервале частот 250–8000 Гц и превышения составляют 6–15 дБ.

Спектр вибраций холостого хода шпиндельной бабки показан на примере одношпиндельного станка (рис. 3).

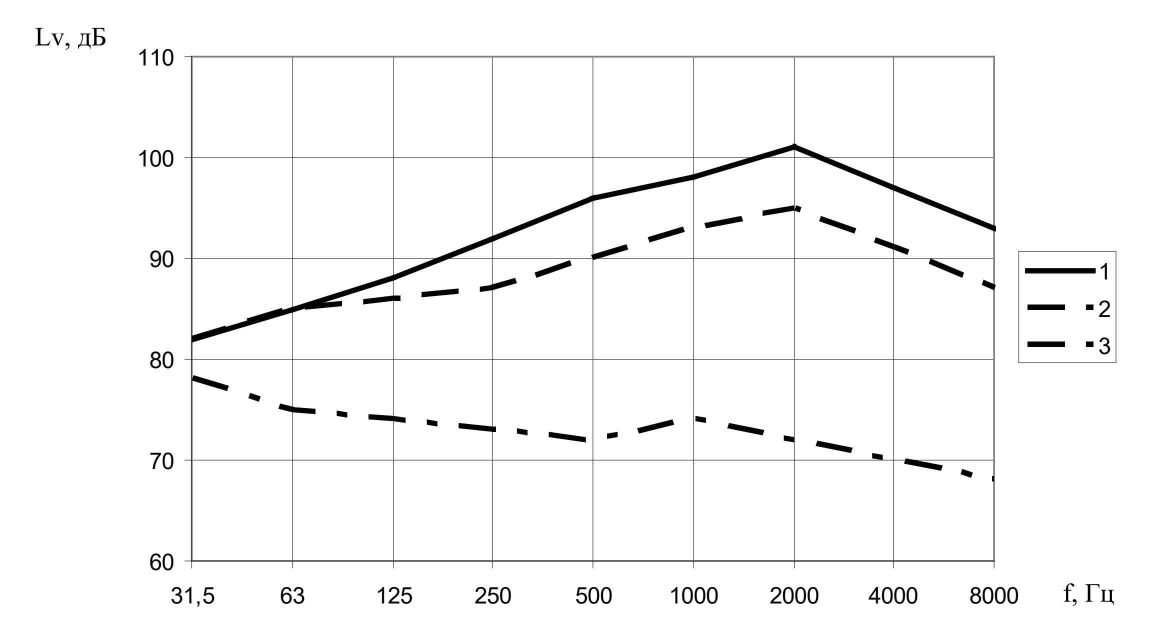


Рис. 3. Спектры вибраций шпиндельной бабки одношпиндельного станка на холостом режиме: 1 — шпиндельной бабки; 2 — станины под шпиндельной бабкой; 3 — стола

Характерными особенностями формирования спектрального состава вибраций шпиндельных бабок является ярко выраженный высокочастотный характер. Действительно, в отличии от универсальных фрезерных, у которых наблюдается уменьшение интенсивности вибраций на частоте выше 1 000 Гц, у копировально-фрезерных станков максимальные уровни виброскорости располагаются в интервале 500–4 000 Гц. Кроме этого, следует отметить спектр вибраций станины, который также носит средне- и высокочастотный состав. Естественно, уровни виброскорости на станине на 5–7 дБ меньше, чем на корпусе шпиндельной бабки. Наиболее «активным» является частотный диапазон 250–2000 Гц. Снижение уровней вибрации по мере удаления от шпиндельной бабки составляет 2–3 дБ на 1 м.

Следует отметить, что спектры вибраций станины и, в особенности, шпиндельной бабки по характеру идентичны спектрам шума. Уровни вибрации стола не превышают 80 дБ и, можно предположить, что в процесс формирования звукового поля в рабочей зоне практически своего вклада не вносят.

Закономерности процесса шумообразования в рабочем режиме идентичны как для различных типов станков, в том числе, и в холостом режиме (рис. 4 и 5).

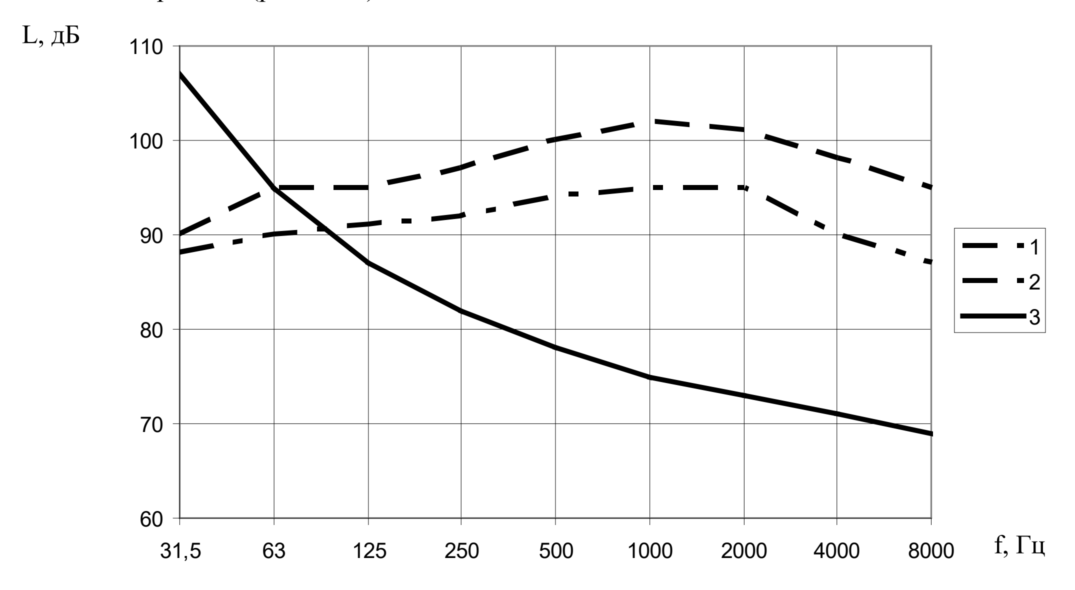


Рис. 4. Спектры шума станков в рабочем режиме: 1 — восьмишпиндельного; 2 — одношпиндельного; 3 — предельный спектр

Фактически изменения в спектре связаны с увеличением интенсивности. Уровни шума в рабочем режиме увеличиваются на 2–4 дБ, что объясняется воздействием силового возмущения от процесса резания и звукового излучения режущего инструмента.

Аналогичная картина наблюдается и на двухшпиндельном станке (рис. 5). Увеличение уровней звукового давления также составляет 2–3,5 дБ.

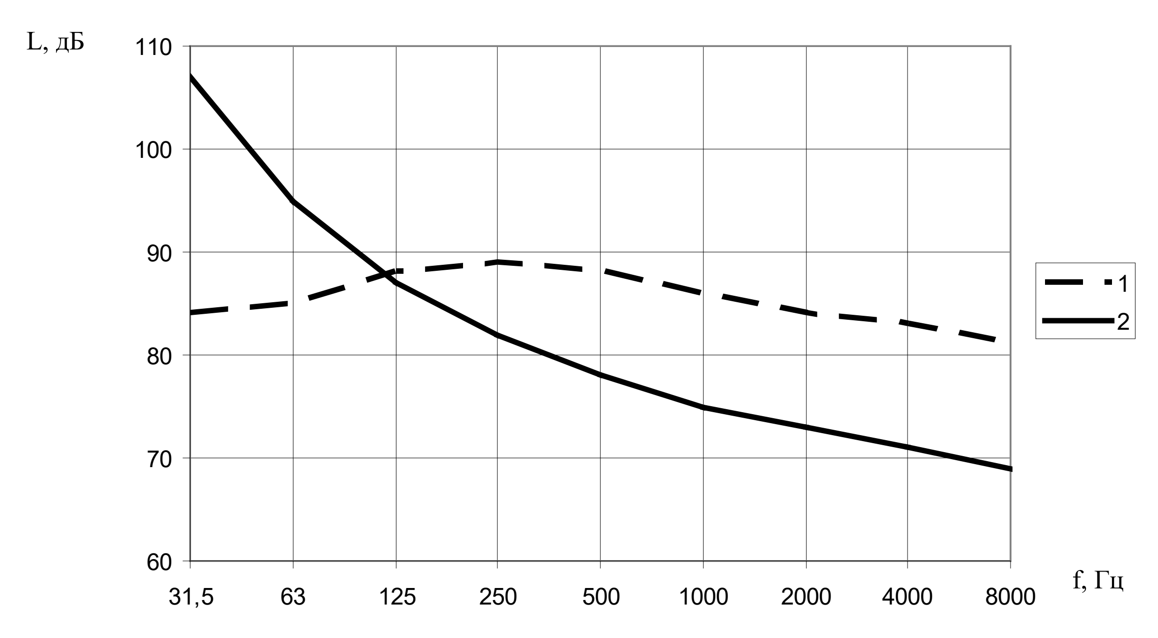


Рис. 5. Спектр шума станка Ф2К-2 в рабочем режиме: 1 — спектр шума; 2 — предельный спектр

Измерения вибраций несущей системы станков в рабочем режиме приведены на рис. 6–8.

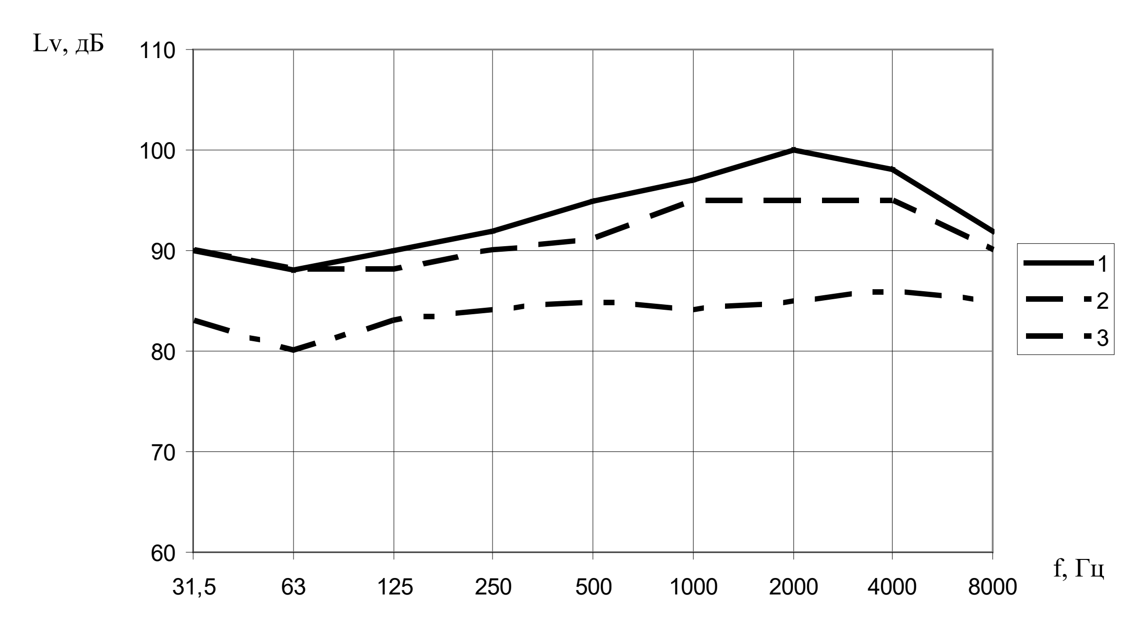


Рис. 6. Спектры вибраций восьмишпиндельного станка: 1— шпиндельной бабки; 2 — станины под шпиндельной бабкой; 3 — стола

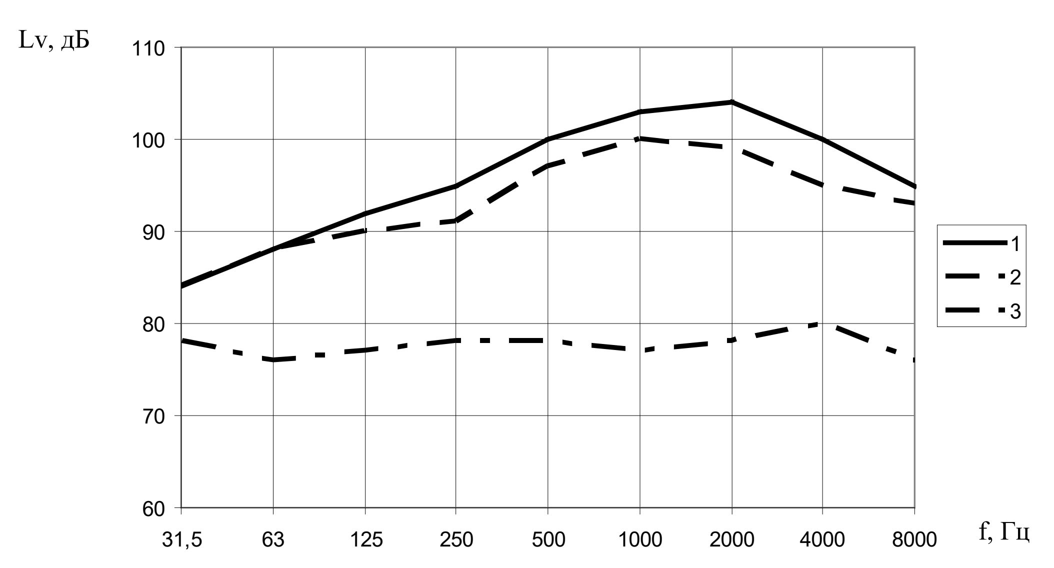


Рис. 7. Спектры вибраций одношпиндельного станка: 1 — шпиндельной бабки;
2 — станины под шпиндельной бабкой; 3 — стола

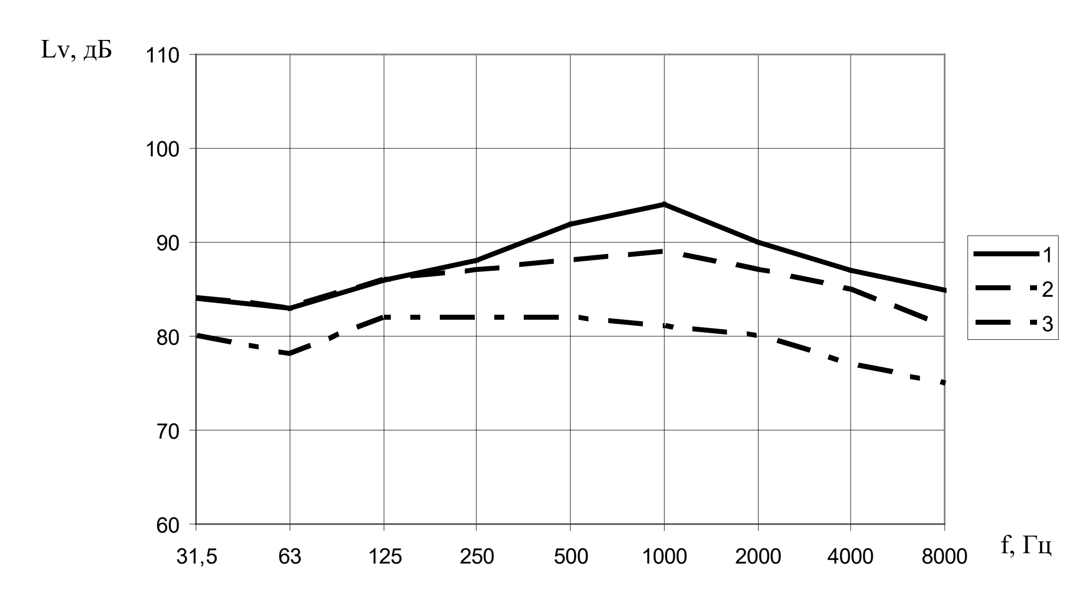


Рис. 8. Спектры вибраций двухшпиндельного станка: 1 — шпиндельной бабки;
2 — станины под шпиндельной бабкой; 3 — стола

Увеличение уровней вибраций в сравнении с холостым режимом составляет 3–5 дБ. У всех станков спектры вибраций корпусов шпиндельных бабок и станин практически идентичны спектрам шума. Максимальные уровни вибраций имеет стол восьмишпиндельного станка. Однако уровни вибраций стола на 10–15 дБ меньше, чем станины и, в особенности, корпуса шпиндельной бабки.

Заключение. Измерения виброакустических характеристик копировально-фрезерных станков показали, что основным источником шума, создающим превышения уровней звукового давления в рабочей зоне операторов, является корпус шпиндельной бабки. Повышенные уровни вибраций станины также вызываются воздействием вводимой вибрационной мощности от корпусов шпиндельных бабок. Влияние системы заготовка-стол в формирование звукового поля в рабочей зоне операторов незначительно.

Можно предположить, что основной причиной повышенного шума являются подшипники качения опор шпинделей. Замена их на подшипники скольжения практически невозможна из-за очень высоких частот вращения. Поэтому наиболее реальным способом снижения уровней звукового давления до санитарных норм является увеличение диссипативной функции самих корпусов шпиндельных бабок.

Библиографический список

1. Ли, А. Г. Экспериментальные исследования процесса гидрообеспыливания рабочей зоны круглопильных и ленточнопильных станков орошением туманом / А. Г. Ли, Г. Ю. Виноградова, А. Н. Чукарин // Вестник ДГТУ, Т.4, №4. — 2004. — С. 469–473.

2. Ли, А. Г. Реализация процесса гидрообеспыливания орошением туманом зоны пиления круглопильных и ленточнопильных деревообрабатывающих станков / А. Г. Ли // Техническая кибернетика, радиоэлектроника и системы управления: Тр. Всерос. науч. конф. — Таганрог : ТРТУ, 2004. — С. 340.

3. Виноградова, Г. Ю. Экспериментальные исследования виброакустических характеристик деревообрабатывающих станков / Г. Ю. Виноградова, А. Г. Ли, В. М. Цветков // Безопасность жизнедеятельности. — 2005. — №6.— С. 40–43.

4. Цветков, В. М. Экспериментальные исследования шума, вибрации и запыленности в рабочей зоне деревообрабатывающих станков фрезерной группы / В. М. Цветков, Б. Ч. Месхи // Безопасность жизнедеятельности, охрана труда и окружающей среды : межвуз. сб. науч. тр. — Ростов-на-Дону : РГАСМ, 2004. — Вып.8. — С. 107–108.

5. Цветков, В. М. Разработка методики оптимизации параметров процесса очистки воздуха от древесной пыли деревообрабатывающих станков фрезерной группы / В. М. Цветков // Технологическая кибернетика, радиоэлектроника и системы управления : тр. Всерос. науч. конф. — Таганрог : ТРТУ, 2004. — С. 346–347.

6. Месхи, Б. Ч. О расчете уровней шума в рабочей зоне операторов металло- и деревообрабатывающих станков фрезерной группы / Б. Ч. Месхи, А. Н. Чукарин, В. М. Цветков // Вестник ДГТУ. — 2004. — Т.4, №1. — С. 92–98.

7. Романов, В. А. Уточнение методов расчета вибрации шпиндельных бабок фрезерных и сверлильных деревообрабатывающих станков / В. А. Романов, А. Н Чукарин, Б. М. Флек // Вестник ДГТУ. — 2013, №1–2. — С. 86–92.

8. Булыгин, Ю. И. Повышение эффективности обеспыливания воздуха рабочих зон металлообрабатывающих и деревообрабатывающих производств / Ю. И. Булыгин, О. С. Панченко, В. А. Романов, О. В. Денисов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013, №7–8 — С. 49–57.

9. Романов, В. А. Экспериментальные исследования процесса очистки воздуха от древесной пыли в шаровом циклоне деревообрабатывающих станков модельной группы // Инновационные технологии в машиностроении и металлургии : V междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону, 2013. — С. 268–277.

10. Романов, В. А. Система пыле- и шумозащиты модельных деревообрабатывающих станков // Инновационные технологии в машиностроении и металлургии : V междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону, 2013. — С. 278–280.

References

1. Li, A.G., Vinogradova, G.Y., Chukarin, A.N. Eksperimental'nyye issledovaniya protsessa gidroobespylivaniya rabochey zony kruglopil'nykh i lentochnopil'nykh stankov orosheniyem tumanom. [Experimental studies on hydrodedusting of circular and band saws working site by mist irrigation.] Vestnik of DSTU, 2004, vol. 4, no. 4, pp. 469–473 (in Russian).

2. Li, A.G. Realizatsiya protsessa gidroobespylivaniya orosheniyem tumanom zony pileniya kruglopil'nykh i lentochnopil'nykh derevoobrabatyvayushchikh stankov. [The implementation of hydrodedusting process of circular and band saw woodworking machines by mist irrigation.] Tekhnicheskaya kibernetika, radioelektronika i sistemy upravleniya: Tr. Vseros. nauch. konf. [Technical cybernetics, radio electronics and control systems: Proc. All-Russian Sci. Conf.] Taganrog: TRTU, 2004, pp. 340 (in Russian).

3. Vinogradova, G.Y., Li, A.G., Tsvetkov, V.M. Eksperimental'nyye issledovaniya vibroakusticheskikh kharakteristik derevoobrabatyvayushchikh stankov. [Experimental studies on vibro-acoustic characteristics of woodworking machines.] Life Safety, 2005, no 6, pp. 40–43 (in Russian).

4. Tsvetkov, V.M., Meskhi, B.C. Eksperimental'nyye issledovaniya shuma, vibratsii i zapylennosti v rabochey zone derevoobrabatyvayushchikh stankov frezernoy gruppy. [Experimental studies on noise, vibration and dustiness in the operating area of woodworking milling machines.] Bezopasnost' zhiznedeyatel'nosti, okhrana truda i okruzhayushchey sredy: Mezhvuz. sb. nauch. tr . [Life safety, labor and environment protection: Interuniversity coll. sci. papers.] Rostov-on-Don: RGASM, 2004, iss.8, pp. 107–108 (in Russian).

5. Tsvetkov, V.M. Razrabotka metodiki optimizatsii parametrov protsessa ochistki vozdukha ot drevesnoy pyli derevoobrabatyvayushchikh stankov frezernoy gruppy. [Development of parameters optimization technique for cleaning air from wood dust of woodworking milling machines.] Tekhnologicheskaya kibernetika, radioelektronika i sistemy upravleniya. Tr. Vseros. nauch. konf. [Technological cybernetics, electronics and control systems: Proc. All-Russian Sci. Conf.] Taganrog: TRTU, 2004, pp. 346–347 (in Russian).

6. Meskhi, B.C., Chukarin, A.N., Tsvetkov, V.M. O raschete urovney shuma v rabochey zone operatorov metallo- i derevoobrabatyvayushchikh stankov frezernoy gruppy. [On calculation of noise levels in the work area of operators of metal- and woodworking milling machines.] Vestnik of DSTU, 2004, vol. 4, no. 1 (19), pp. 92–98 (in Russian).

7. Romanov, V.A., Chukarin, A.N., Flek, B.M. Utochneniye metodov rascheta vibratsii shpindel'nykh babok frezernykh i sverlil'nykh derevoobrabatyvayushchikh stankov. [Analysis technique refinement of spindle head vibration of milling and drilling woodworkers.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 1–2 (70–71), pp. 86–92 (in Russian).

8. Bulygin, Y.I., Panchenko, Y.I., Romanov, V.A., Denisov, O.V. Povysheniye effektivnosti obespylivaniya vozdukha rabochikh zon metalloobrabatyvayushchikh i derevoobrabatyvayushchikh proizvodstv. [Increase of air dedusting effectiveness in functional zones of metal- and woodworking productions.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 7–8 (75), pp. 49–57 (in Russian).

9. Romanov, V.A. Eksperimental'nyye issledovaniya protsessa ochistki vozdukha ot drevesnoy pyli v sharovom tsiklone derevoobrabatyvayushchikh stankov model'noy gruppy. [Experimental study on air purification process from wood dust in the spherical cyclone of woodworking pattern machines.] Innovatsionnyye tekhnologii v mashinostroyenii i metallurgii: V mezhdunar. nauch.–prakt. konf. [Innovative technologies in machine building and metallurgy: V Int. Sci.-Pract. Conf.] Rostov-on-Don, 11–13 September, 2013, pp. 268–277 (in Russian).

10. Romanov, V.A. Sistema pyle- i shumozashchity samodel'nykh derevoobrabatyvayushchikh stankov. [The system of dust and noise protection of pattern woodworking machines.] Innovatsionnyye tekhnologii v mashinostroyenii i metallurgii: V mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Innovative technologies in machine building and metallurgy: V Int. Sci.-Pract. Conf.] Rostov-on-Don, 11–13 September, 2013, pp. 278–280 (in Russian).

Поступила в редакцию 02.09.2016
Сдана в редакцию 02.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 02.09.2016
Submitted 02.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 62-192(075.8) DOI 10.12737/22163

К проектированию червячных передач с цилиндрическими червяками*

Ю. П. Маньшин[1], Е. Ю. Маньшина[2]**
[1, 2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

On design of worm gears with cylindrical worms ***

Y. P. Manshin[1], E. Y. Manshina[2]**
[1, 2]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель данной работы — ввести в методику проектирования визуализацию главных параметров проекта для ускорения принятия конструктивных решений при сохранении точности геометрических размеров и их привязки к техническому заданию. Методология задачи предусматривает использование возможностей программирования, расчетов параметров червячных передач, определяющих их работоспособность. Результаты расчетов были сформированы в массивы данных, на основе которых построены графики двух видов. Для получения графиков функций межосевых расстояний от передаваемого вращающего момента использованы наиболее применяемые формулы проектного расчета червячных передач на контактную выносливость по осредненным значениям коэффициентов нагрузки, передаточного числа и исходных параметров зацепления. Данные разделены на три группы материалов с соответствующими допускаемыми напряжениями и на два вида профилей червяков (линейчатые и нелинейчатые). Для получения функций скоростей скольжения от межосевых расстояний выполнены расчеты скоростей скольжения для перечней стандартных межосевых расстояний и передаточных чисел. Результатами работы являются группа графиков зависимости межосевых расстояний до 500 мм, охватывающих всю стандартизованную линейку, от вращающих моментов до 20000 Нм. Графики второй группы (зависимости скоростей скольжения от межосевых расстояний) выполнены для передаточных чисел до 80 при частотах вращения червяка 750, 1000 и 1500 об/мин. Разработаны рекомендации для выбора по стандарту в зависимости от заданной частоты вращения червяка. Проведенная работа позволяет сделать выводы: графики взаимных зависимостей параметров геометрии, нагрузки и кинематики червячных передач открывают возможность визуализации широкого поля выбора основных параметров. В зависимости от области приложения параметры графиков без изменения принципа построения могут быть расширены на необходимый диапазон. Работа с приведенными в статье графиками позволяет разработчику значительно сократить цикл расчетов скорости скольжения и межосевого расстояния по условию контактной выносливости, замкнутых на свойства выбираемых материалов передачи.

Ключевые слова: червячная передача, червяк, скорость скольжения, угол подъема, степень точности, геометрические параметры передач, кинематика передач.

The work objective is to introduce the visualization of the project main parameters into the design methodology to accelerate the adoption of constructive solutions while maintaining the geometric dimensions accuracy and their reference to the technical requirements. The task methodology provides the usability of programming, and the parameter analysis of worm gears that determine their performance. The calculation results are formed in arrays which serve as the basis for constructing two types of charts. For obtaining graphs of the functions of center distance from the transmitted torque, the most used formulas for the design calculation of worm gears on the contact endurance for the averaged values of the load ratios, gear ratios and the initial parameters of the gearing are used. The data are divided into three groups of materials with the appropriate allowable stresses, and into two kinds of worm profiles (line and not line). To gain the functionality of sliding velocities from the center distance, the velocities for lists of standard center distances and gear ratios are calculated. The results are a group of charts based on center distance up to 500 mm covering the entire standardized range from torques up to 20,000 Nm. The second group of graphs (dependences of sliding speeds from the center distance) is made for gear ratios up to 80, with rotational speed of worm 750, 1000 and 1500 rpm. The recommendations for selection by standard depending on the set rotation frequency of the worm are developed. The work performed allows concluding that graphs of the mutual dependence between parameters, geometry, loads, and kinematics of the worm gears create a range of rendering capabilities for a good scope of the main parameters selection. Depending on the application area, the graph parameters can be extended or stretched to the desired range without changing the principle of construction. The application of the described graphs allows a developer to reduce significantly the calculations cycle of slip speed and spacing under the contact endurance condition closed on the properties of the chosen transfer materials.

Keywords: worm gear, worm, slip rate, angle of ascent, degree of accuracy, transfer geometric parameters, transfer kinematics.

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: manshin@mail.ru, elemans@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

Введение. В разных источниках для проектного расчета червячных передач по исходным данным (мощность и частота вращения на червяке, передаточное число или эквивалентный набор параметров) используются формулы расчета межосевого расстояния [1–7] или делительного диаметра червячного колеса [8, 9] по главному условию работоспособности — контактной выносливости. Для проведения проектного расчета в настоящей работе использована формула межосевого расстояния, позволяющая быстрее уточнить его по стандарту.

Цель работы — представить расчет червячной передачи в графической интерпретации, позволяющей визуализировать обзор множества вариантов червячных передач для выбора наиболее подходящего техническому заданию. Такой подход сокращает объем подготавливаемых данных для расчета основных параметров, время выбора рационального варианта и соответствует направлению визуализации методов проектирования конструкций.

Основная часть. Рассмотрены формулы межосевого расстояния для проведения проектного расчета передач с линейчатыми червяками: Архимедовым (*ZA*), конволютным (*ZN*), эвольвентным (*ZL*). Из них выбрана более детализированная формула, дающая больший результат в пределах 3 % [1, 3]:

$$a_W \geq \left(\frac{z_2}{q}+1\right)\sqrt[3]{\left[\frac{170}{\frac{z_2}{q}[\sigma_{HP}]}\right]^2 T_2 K_{H\beta} K_{HV}}\text{, мм.} \qquad (1)$$

Для проведения проектного расчета передач с нелинейчатым червяком *ZT* ориентировочное значение межосевого расстояния a_W [2, гл. 2.2]:

$$a_W \geq 530\sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\sigma_{HP}^2}}\text{, мм.} \qquad (2)$$

Если в формулах межосевого расстояния a_W (1) и (2) зафиксировать параметры зацепления, между вращающим моментом T_2 и межосевым расстоянием a_W будет установлена функциональная связь третьей степени. На рис. 1 и 2 приведены графики межосевых расстояний при изменении момента T_2 в диапазоне 25–20000 Нм для червячных колес с линейчатыми и нелинейчатым червяками из материалов трех групп:

— 1-я — оловянные бронзы по ГОСТ 613–79;

— 2-я — безоловянные бронзы по ГОСТ 493–79;

— 3-я — серые чугуны по ГОСТ 1412–85.

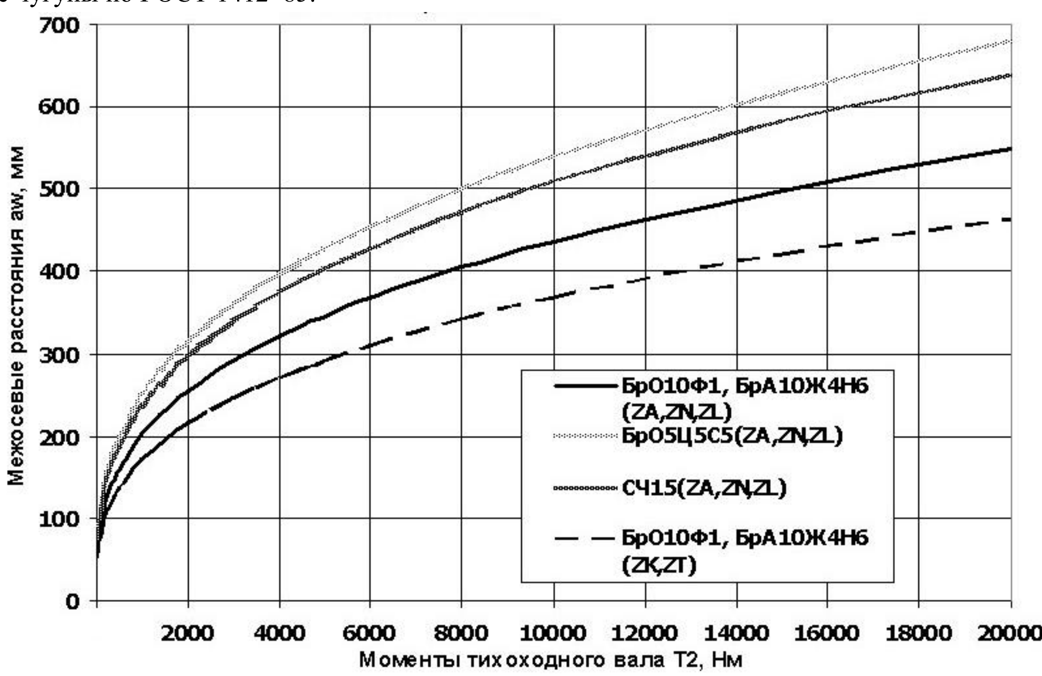


Рис. 1. Функции межосевых расстояний в зависимости от вращающего момента на выходе в диапазоне до 20000 Нм

На графиках рис. 1 визуализированы расчеты червячных передач по условию контактной выносливости для червячных колес из материалов 1-й, 2-й и 3-й групп в сочетании с линейчатыми (*ZA*, *ZN*, *ZL*) и нелинейчатыми (*ZK*, *ZT*) червяками при непрерывном режиме работы. Использование для венцов червячных колес оловянной бронзы БрО10Ф1 высшего качества и менее дорогой безоловянной бронзы БРА10Ж4Н6 дают расхождение расчетных межосевых расстояний в пределах одного процента. Ввиду этого графики для этих двух материалов объединены. Однако БрО10Ф1, допускающая высокие скорости скольжения, имеет меньшую прочность при изгибе зуба и предпочтительна

для скоростных передач. БРА10Ж4Н6, обладая высокой прочностью, ограничена скоростями скольжения 4–5 м/с, поэтому она предпочтительна для тихоходных передач, работающих с большими вращающими моментами.

Графики рис. 2 являются частью графиков рис. 1 с растянутой шкалой моментов для удобства расчетов червячных передач с вращающим моментом на тихоходном валу менее 5000 Нм.

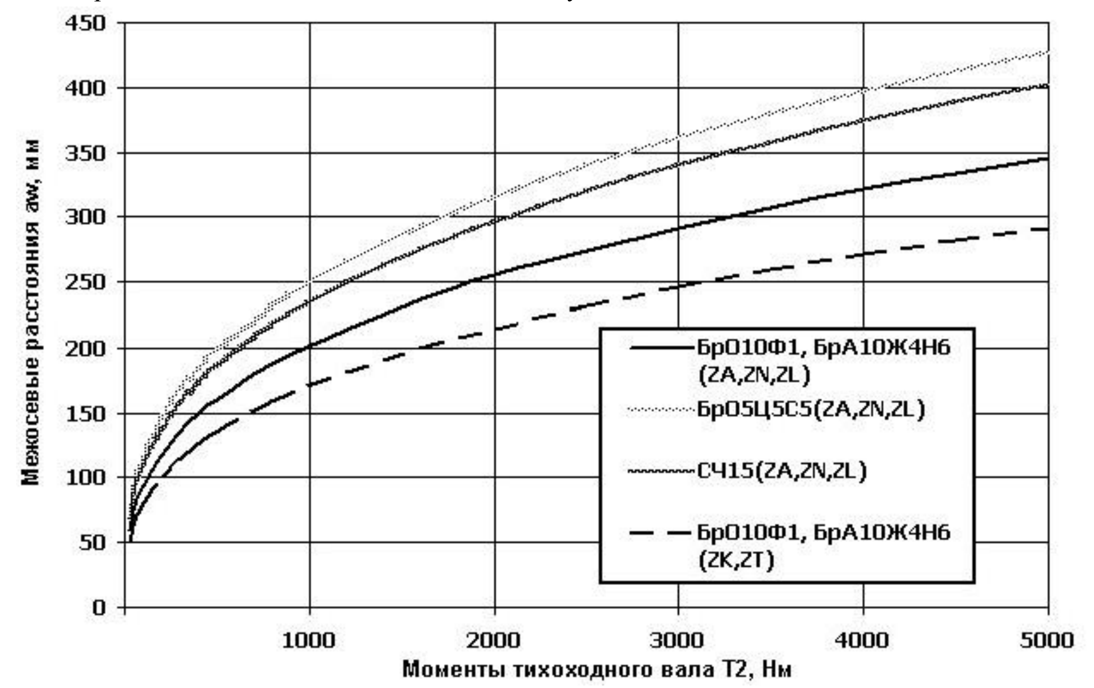


Рис. 2. Функции межосевых расстояний в зависимости от вращающего момента на выходе в диапазоне до 50000 Нм

Фиксированные параметры, выбранные для построения графиков a_W (T2):

— степень точности 7;

— циклограмма нагрузки с коэффициентом эквивалентности K_{HE} = 0,318;

— передаточное число u = 25;

— число заходов червяка z_1 = 2, число зубьев колеса z_2 = 50;

— коэффициент диаметра червяка q = 12,5.

По перечисленным параметрам определены коэффициенты концентрации $K_{H\beta}$ = 1,17 и качества K_{HV} = 1,1 при частоте вращения n_1 = 1500 об/мин.

Допускаемые контактные напряжения рассчитаны [2] для материалов 1-й группы по наработке t_h = 20000 час:

— для бронзы БрО10Ф1 σ_{HP} = 176 МПа при скорости скольжения $v_S \geq 4$ м/с;

— для бронзы БрО5Ц5С5 σ_{HP} = 128 МПа при v_S до 8 м/с.

Для бронзы БрА10Ж4Н4 (2-я группа, допустимые скорости скольжения v_S до 5 м/с) σ_{HP} = 175 МПа по скорости скольжения v_S = 4 м/с.

Для серого чугуна СЧ15 (3-я группа, допустимые скорости скольжения v_S до 2 м/с) σ_{HP} = 140 МПа по скорости скольжения v_S = 1 м/с.

Кривые a_W (T_2) для передач с нелинейчатым червяком ZT построены для материалов колес БрО10Ф1 и БрА10Ж4Н4 с теми же допускаемыми напряжениями, что и для передач с линейчатыми червяками.

Так как графики a_W (T2) сосредоточили массивы расчетов по всем основным параметрам для ряда материалов и конструктивных вариантов червячных передач, они позволяют получить как быструю визуальную оценку конкретного варианта передачи, так и более широкие заключения (рис. 1):

— на всем диапазоне вращающего момента бронзы БрО10Ф1, допускающая высокую скорость скольжения, и БрА10Ж4Н4, имеющая высокий предел прочности в своем диапазоне скорости скольжения, позволяют получить меньшие размеры передач, что следует учитывать при подготовке серийного производства;

— другие материалы применимы при проектировании маломощных (менее 1 кВт), низкооборотных (n_1 < 100 об/мин), редко включаемых передач, ручных приводов;

— применение нелинейчатых червяков ZT вместо линейчатых позволяет при одинаковом межосевом расстоянии a_W повысить вращающий момент T_2 на 50–60 %, или уменьшить a_W при заданном T_2 на 15–17 %.

Скорость скольжения витков червяка по зубьям колеса является параметром, ограничивающим применимость различных видов материалов червячного колеса. Поэтому применяемые методики проектирования червячных передач предполагают расчет ориентировочной скорости скольжения vs' (м/с) до определения геометрических параметров.

Для расчетов ориентировочной скорости скольжения v_S' в источниках [1–9] приводятся различные формулы, которые могут дать после полного цикла расчетов расхождение с действительной скоростью скольжения v_S на 50–100 %. В то же время скорость скольжения v_S связана прямой пропорцией с геометрическими параметрами и частотой вращения червяка:

$$v_S = v_1/\cos\gamma. \quad (3)$$

Здесь расчетная окружная скорость червяка

$$v_1 = \pi\, d_{W1}\, n_1/60, \quad (4)$$

и делительный диаметр червяка d_{W1} связан с межосевым расстоянием

$$a_W = 0{,}5 d_{W1}\,(1 + u\, tg\gamma). \quad (5)$$

В диапазоне передаточных чисел $u = 8 \ldots 80$ угол подъема винтовой линии червяка изменяется в пределах $\gamma = 2{,}3^0 \ldots 27^0$. Так как большим передаточным числам соответствуют меньшие углы подъема, диапазон отклонений v_S *min* от v_S *max* укладывается в 13 %. С использованием связей (3), (4), (5) каждому межосевому расстоянию соответствует скорость скольжения, учитывающая весь набор параметров геометрии и кинематики передачи. По ГОСТ 2144 – 76 были определены зависимости ряда передаточных чисел в диапазоне 8–80 от ряда межосевых расстояний в диапазоне 40–500 мм. Определение массива соответствующих скоростей скольжения позволило получить средние значения, которые могут быть использованы для адекватной графической интерпретации. На рис. 3 представлены графики осредненных скоростей скольжения, отнесенные к синхронным частотам электродвигателей единой серии 4А.

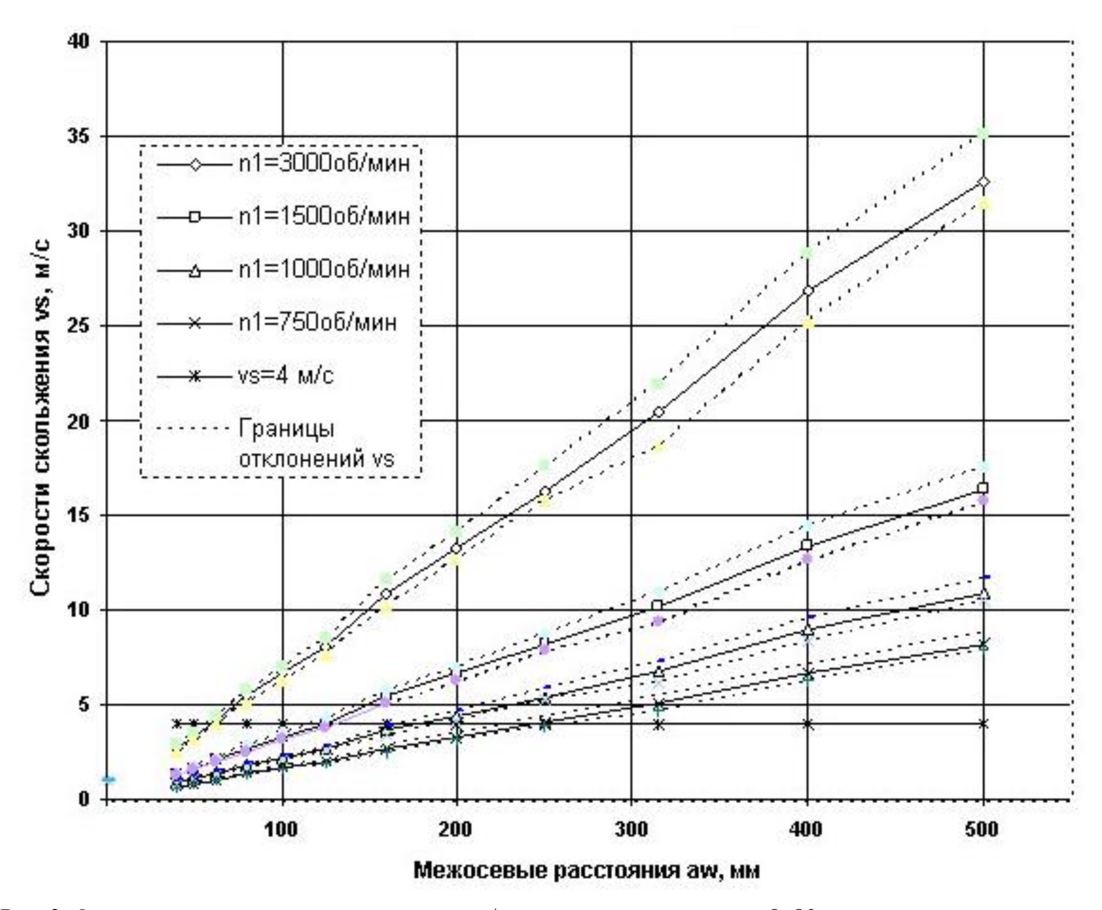


Рис. 3. Осредненные скорости скольжения v_S, м/с для передаточных чисел 8–80 в диапазоне межосевых расстояний a_W 40–500 мм при частотах вращения червяка n_1 750–3000 об/мин

Так как отклонения от средних значений v_S не превышают 8 %, графики рис. 3 могут быть использованы в качестве простой альтернативы ориентировочному расчету скорости скольжения при проектном расчете червячных передач.

Пунктирными линиями показаны границы отклонений скоростей скольжения v_S от осредненных значений вверх (при минимальных передаточных числах) и вниз (при максимальных передаточных числах).

Наибольшее отклонение v_S при передаточных числах ниже средних — до 8 %.

Учитывая данные графиков a_W (T_2) (рис. 1, 2) и v_S (a_W) (рис. 3), можно рассчитать контактную выносливость червячной передачи. Проектный расчет выполняется в соответствии с определенным алгоритмом.

— На основании исходных данных определяется вращающий момент на валу червячного колеса T_2.

— Исходя из назначения, режима работы и частоты вращения на входе передачи выбираются материалы червяка и венца колеса.

— По соответствующему графику рис. 1 или 2 определяется ориентировочное межосевое расстояние a_W. Так как графики $a_W(T_2)$ рассчитаны по (1) или (2), выбранное a_W соответствует условию контактной выносливости.

— Уточняется ориентировочное межосевое расстояние. Для этого выбранное значение a_W по стандарту (табл. 1) округляется до ближайшего большего (если n_1 = 1000–1500 об/мин) или меньшего (если n_1 < 1000 об/мин).

Таблица 1

Межосевые расстояния червячных передач по ГОСТ 2144-93

1-й ряд	40	50	63	80	100	125	160	200	250	315	400	
2-й ряд	45	57	71	90	112	140	180	225	280	355	450	500

— По графикам $v_S(a_W)$ (рис. 3) выполняется оценка соответствия скорости скольжения v_S выбранному межосевому расстоянию a_W и сочетанию материалов передачи.

— Рассчитываются геометрические и кинематические параметры, включая действительную скорость скольжения.

— По известным алгоритмам [1–9] могут быть выполнены проверочные расчеты: на контактные напряжения и изгиб зубьев колеса по условиям выносливости при номинальной нагрузке и прочности при заданных перегрузках.

— Рассчитываются силы в зацеплении, и червяк проверяется на жесткость.

— Определяется КПД, и проверяется тепловой режим редуктора.

Заключение. При проектировании вариантов червячных передач целесообразно руководствоваться расчетами по алгоритму с использованием графиков $a_W(T_2)$ и $v_S(a_W)$. Такой подход значительно сокращает объем анализируемой информации и вычислений, предшествующих принятию конструктивных решений. К набору возможностей, опубликованных в [10, 11], в рамках представленной работы добавлены графики $a_W(T_2)$ для передач с нелинейчатыми червяками. В графики $v_S(a_W)$ добавлены границы изменений скоростей скольжения от передаточного числа, что расширяет диапазон выбора конструктивных вариантов и уточняет оценки их работоспособности.

Библиографический список

1. Детали машин и основы конструирования : учебник для вузов / М. Н. Ерохин [и др.]. — Москва : КолосС, 2011. — 512 с.

2. Дунаев, П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. — Москва : Машиностроение, 2013. — 560 с.

3. Курмаз, Л. В. Детали машин. Проектирование / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. — 2-е изд. — Минск : Технопринт, 2002. — 296 с.

4. Курсовое проектирование деталей машин / С. А. Чернавский [и др.]. — Москва : Альянс, 2005. — 520 с.

5. Иванов, М. Н. Детали машин / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. — Москва : Высшая школа, 2007. — 408 с.

6. Чернилевский, Д. В. Детали машин и основы конструирования / Д. В. Чернилевский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Машиностроение, 2012. — 672 с.

7. Decker K.-H. Maschinenelemente. Funktion, Gestaltung und Berechnung/ K.-H. Decker. — München : Hanser Verlag GmbH & Co, 2014. — S. 604–614.

8. Длоугий, В. В. Приводы машин. Справочник / В. В. Длоугий // Ленинград : Машиностроение, 1982. — 383 с.

9. Зубчатые передачи. Справочник / У. Г. Гинзбург [и др.]. — Ленинград : Машиностроение, 1980. — 416 с.

10. Маньшин, Ю. П. Рационализация алгоритма проектирования червячных передач для приводов машин / Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 8-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 18-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2015». — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 277–279.

11. Klocke, F. Zahnrad- und Getriebetechnik: Auslegung — Untersuchung — Berechnung — Herstellung / F. Klocke, C. Brecher // München : Hanser Verlag GmbH & Co, 2013. — S. 213–237.

References

1. Yerokhin, M.N., et al. Detali mashin i osnovy konstruirovaniya. [Machine parts and design principles.] Moscow: KolosS, 2011, 512 p. (in Russian).

2. Dunaev, P.F., Lelikov, O.P. Konstruirovanie uzlov i detaley mashin. [Construction of machine parts and components.] Moscow: Mashinostroenie, 2013, 560 p. (in Russian).

3. Kurmaz, L.V., Skoybeda, A.T. Detali mashin. Proektirovanie. [Machine parts. Designing.] 2nd ed. Minsk: Tekhnoprint, 2002, 296 p. (in Russian).

4. Chernavskiy, S.A., et al. Kursovoe proektirovanie detaley mashin. [Course design of machine parts.] Moscow: Al'yans, 2005, 520 p. (in Russian).

5. Ivanov, M.N., Finogenov, V.A. Detali mashin. [Machine parts.] Moscow: Vysshaya shkola, 2007, 408 p. (in Russian).

6. Chernilevskiy, D.V. Detali mashin i osnovy konstruirovaniy.[Machine parts and design principles.] 2nd revised and enlarged ed. Moscow: Mashinostroenie, 2012, 672 p. (in Russian).

7. Decker K.-H. Maschinenelemente. Funktion, Gestaltung und Berechnung. München: Hanser Verlag GmbH & Co, 2014, S. 604–614.

8. Dlougiy, V.V. Privody mashin. Spravochnik. [Machine drives. Reference book.] Leningrad: Mashinostroenie, 1982. — 383 c. (in Russian).

9. Ginzburg, U.G., et al. Zubchatye peredachi. Spravochnik. [Gear. Reference book.]. Leningrad: Mashinostroenie, 1980, 416 p. (in Russian).

10. Manshin, Y.P., Manshina, E.Y. Ratsionalizatsiya algoritma proektirovaniya chervyachnykh peredach dlya privodov mashin. [Rationalization of design algorithm of worm gear for machine drives.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: mat-ly 8-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 18-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2015». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 8th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 18th Int. Agroindustrial Exhibition “Interagromash-2015”.] Rostov-on-Don, 2015, pp. 277–279 (in Russian).

11. Klocke, F., Brecher, C. Zahnrad- und Getriebetechnik: Auslegung — Untersuchung — Berechnung — Herstellung. München: Hanser Verlag GmbH & Co, 2013, S. 213–237

Поступила в редакцию 26.03.2016
Сдана в редакцию 31.03.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 26.03.2016
Submitted 31.03.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 627.912 DOI 10.12737/22164

Измеритель напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля*

К. Г. Дударев[1], И. М. Бондарь[2]**
[1,2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Measuring the magnetic component of the electromagnetic field***

K. G. Dudarev[1], I. M. Bondar[2]**
[1,2]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Предлагается устройство измерения напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля. В качестве чувствительного элемента устройства измерения напряженности магнитного поля предложено использовать магнитодиоды, а для улучшения чувствительности применить метод голографической интерферометрии. Предлагаемый измеритель состоит из калибровочной антенны, подключенной к выходу калибровочного генератора и последовательно соединенных магнитодиода, фильтра, усилитель-корректора, интерференционно-голографической системы и измерительного прибора. Калибровочный генератор сделан перестраиваемым. Применение рассмотренного выше метода измерения напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля позволит существенно повысить точность и удобство измерений, даст возможность создавать высокочувствительные, малогабаритные, сравнительно простые в эксплуатации приборы, обеспечивающие возможность сопряжения с различными устройствами вывода и наглядности информации. Кроме того, отпадает необходимость в периодической поверке измерителя в стационарных условиях специализированного центра.
Калибровка измерителя используется для осуществления постоянной и своевременной коррекции изменений, связанных со старением, температурой, давлением и тряской.

A device for measuring the magnetic component of the electromagnetic field is proposed. Magnetodiodes are offered to be used as an electromagnetic field-intensity meter sensing element, and the holometry method – to improve the sensitivity. The proposed meter consists of the standard antenna connected to the calibration generator output, and of the series-connected magnetodiode, filter, processing amplifier, interference-holographic system, and measuring device. The calibration oscillator is made tunable. The application of the discussed above method of measuring the magnetic component of the electromagnetic field will allow significantly improve the accuracy and ease of measurement, will make it possible to create highly sensitive, compact, relatively easy-to-work tools that provide the capability of interfacing with a variety of the output devices and information visualization. In addition, the periodic meter recalibration under the steady-state conditions in the technical center is eliminated. The meter calibration is used for the permanent and timely correction of the changes associated with aging, temperature, pressure, and vibration.

Ключевые слова: измеритель, напряженность, электромагнитное поле, магнитодиод, чувствительность, голографическая интерферометрия, метод, прибор, неразрушающий контроль, точность, оптика.

Keywords: meter, intensity, electromagnetic field, magnetodiode, sensitivity, holographic interferometry, method, device, nondestructive test, accuracy, optics.

Введение. В настоящее время необходимость измерять параметры магнитных полей возникает во многих областях науки и техники. В качестве примеров можно привести следующие случаи: при исследовании магнитного поля Земли, планет и космического пространства; в криогенной электронике; при геологической разведке полезных ископаемых; при исследовании магнитных полей биологических объектов в медицине; при неразрушающем контроле материалов и изделий; при измерении токов без разрыва цепи; в приборостроительной, машиностроительной, электронной и радиотехнической промышленности. Каждая из этих областей предъявляет свои требования к диапазону и точности измерений, частотному диапазону измеряемых величин, условиям эксплуатации средств измерений.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: mark8188@yandex.ru, rgsu-ela@yandex.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Для измерения напряженности магнитного поля используют различные виды приборов [1–9], которые упрощают процесс измерений, а иногда позволяют расширить диапазон измеряемых величин и повысить точность измерений.

Анализ чувствительных элементов, используемых в измерителях параметров электромагнитных полей и оптических методов преобразования измеряемых физических величин, позволяет сделать вывод о перспективности использования полупроводниковых магниточувствительных элементов и методов голографической интерферометрии при проектировании таких устройств.

Основная часть. В качестве чувствительного элемента прибора измерения напряженности магнитного поля предложено использовать магнитодиоды, а для увеличения их точности определения (чувствительности магнитодиодов) использовать метод голографической интерферометрии.

Предлагаемый измеритель (рис.1) состоит из калибровочной антенны 1, подключенной к выходу калибровочного генератора 2 и последовательно соединенных магнитодиода 3, фильтра 4, усилитель-корректора 5, интерференционно-голографической системы 6 [10], измерительного прибора 7. Калибровочный генератор сделан перестраиваемым.

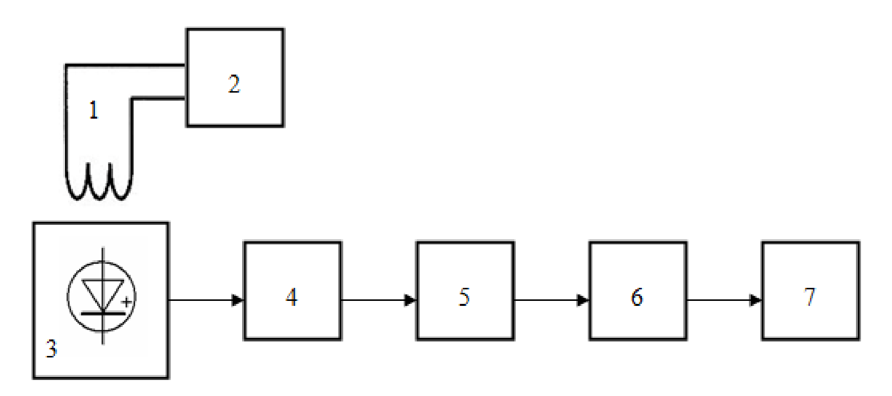


Рис. 1. Структурная схема измерителя напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля

Антенна расположена как можно ближе к магнитодиоду. Результат заключается в повышении чувствительности и удобства измерений. Кроме того, отпадает необходимость в периодической поверке измерителя в стационарных условиях специализированного центра.

Измеритель работает следующим образом. Вначале, при установке чувствительности измерителя, на магнитодиод 3 воздействуют стандартным равномерным переменным электромагнитным полем заданной напряженности формируемого, например, кольцами Максвелла в соответствии с [7]. Данное поле магнитодиодом преобразуется в электрический сигнал, который усиливается регулируемыми усилителями 5 и 6, и подается на прибор 7. Изменяя усиление устройств 5 и 6 на измерительном приборе 7, устанавливают значение, соответствующее заданной напряженности внешнего стандартного электромагнитного поля.

Затем отключают внешний генератор и включают калибровочный регулируемый генератор 2. Частота генератора такая же, как у внешнего генератора стандартного поля. Выходное напряжение регулируемого генератора 2 поступает на антенну 1 и образует вокруг калибровочной антенны электромагнитное поле. Напряженность поля, созданного генератором 2 и антенной 1, воздействует на магнитодиод 3 и преобразуется в нем в соответствующий электрический сигнал. Этот сигнал усиливается регулируемыми усилителями 5 и 6 и передается на измерительный прибор 7. Изменяя амплитуду выходного сигнала генератора 2, добиваются таких значений измерительного прибора 7, которые были на нем при воздействии стандартного внешнего электромагнитного поля заданной напряженности. Эти значения перестраиваемого генератора 2 фиксируют. При этом, созданное поле отличается от равномерного стандартного, но оно эквивалентно ему и вызывает в магнитодиоде такой же электрический сигнал.

Калибровка измерителя используется для осуществления постоянной и своевременной коррекции изменений, связанных со старением, температурой, давлением и тряской.

При эксплуатации, перед измерением, вначале экранируют измеритель и калибруют его. После этого, изменяя усиление перестраиваемых усилителей 5 и 6, устанавливают значения измерительного прибора 7, равное значениям при первичной установке чувствительности. После этого выключают калибровочный генератор 2 и производят измерение.

Распределение интенсивности поля в интерферрограмме усилителя 6 (рис. 2), формируемого в плоскости линейки фотоприемных устройств, при наличии измеряемого сигнала можно определить как:

$$I_{гл} = b_0 + b_1\{\exp[jk(\{[\frac{(R+L)^2 - R^2 \operatorname{Sin}^2 2\alpha}{2(R+L)^3} - \frac{1}{2(R+L)} + \frac{1}{2(R+\Delta R+L)} - \frac{(R+\Delta R+L)^2 - (R+\Delta R)^2 \operatorname{Sin}^2 2\alpha}{2(R+\Delta R+L)^3}]x + [\frac{(R+\Delta R)\operatorname{Sin} 2\alpha}{R+\Delta R+L} - \frac{R \operatorname{Sin} 2\alpha}{R+L}]\}\}\} \quad (1)$$

где:

b_0 — член, характеризующий постоянный световой фон в плоскости главного изображения;

b_1 — амплитудный коэффициент при интерференционных членах;

S_1' — положение точечного источника S_1 после его перемещения вдоль оптической оси;

S_2' — зеркальное отражение точки S_2 ;

r_{1i} — расстояние от S_1 в плоскости XOZ до произвольной точки на голограмме;

r_{1i}' — расстояние от S_1' до произвольной точки на голограмме;

r_{2i}' — расстояние от S_2' до произвольной точки на голограмме;

a'_1 — амплитудный коэффициент затухания поля от источника S'_1 в плоскости голограммы;

a'_2 — амплитудный коэффициент затухания поля от источника S'_2 в плоскости голограммы;

a_c — коэффициент затухания прямой волны;

$2\Delta a$ — коэффициент затухания дифрагированной волны;

RR — расстояние от S_1 до зеркала вдоль оптической оси (оптическая ось перпендикулярна плоскости голограммы);

ΔR — перемещение точечного источника из S_1 в S'_1 ;

α — угол между голограммой и зеркалом;

K — волновое число;

AB — голограмма;

AD — отражательное зеркало.

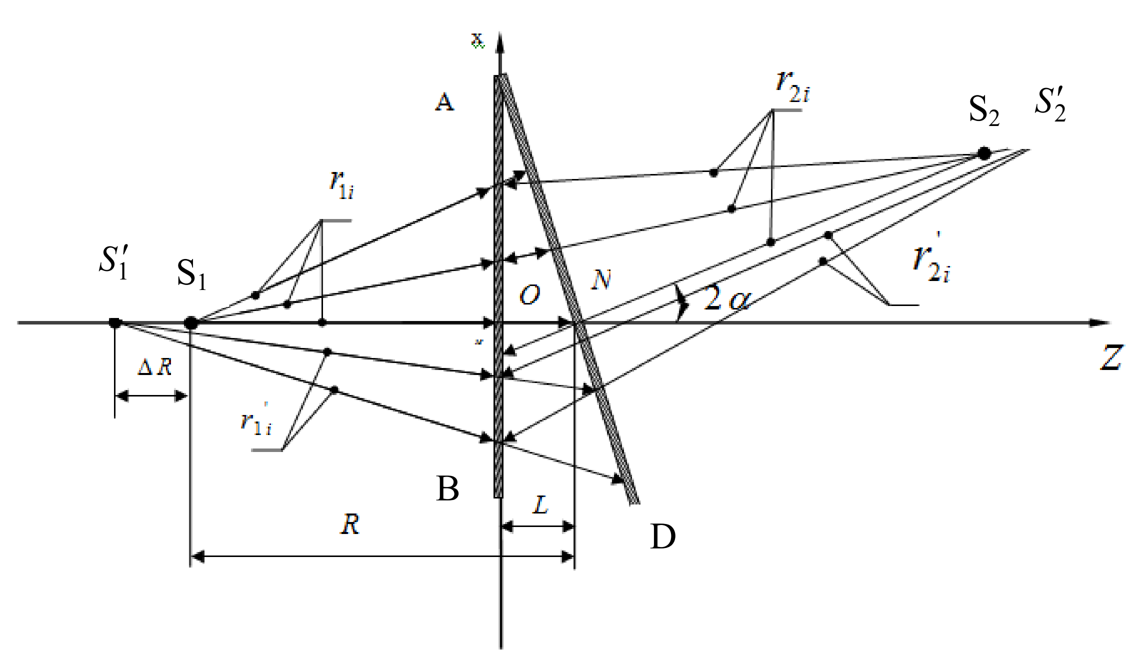


Рис. 2. Интенсивность оптического поля в плоскости главного изображения

Заключение. Применение рассмотренного выше метода измерения напряженности магнитной составляющей электромагнитного поля позволит существенно повысить точность и удобство измерений, даст возможность создавать высокочувствительные, малогабаритные, сравнительно простые в эксплуатации приборы, обеспечивающие возможность сопряжения с различными устройствами вывода и наглядности информации.

Библиографический список

1. Электротехника и электроника / под ред. Кононенко В. В. 6 изд. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2010. — 757 с.

2. Плетнёв, С. В. Магнитное поле : свойства, применение. — Санкт-Петербург : Гуманистика, 2004. — 624 с.

3. Буль, О. Б. Магнитные цепи, поля и программа. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов / О. Б. Буль. — Москва : Академия, 2005. — 336 с.

4. Антонов, В. Г. Средства измерений магнитных параметров материалов / В. Г. Антонов, Л. М. Петров, А. П. Щелкин — Москва : Энергоатомиздат, 1986. — 216 с.

5. Fausto Fiorillo, Isaak Mayergoyz. Characterization and Measurement of Magnetic Materials. Academic Press. — 2005. — 647 p.

6. David K. Cheng. Field And Wave Electromagnetics. Addison-Wesley Educational Publishers. —2008. — 272 p.

7. Чернышева, Е. Т., Магнитные измерения / Е. Т. Чернышева, Н. Г. Чернышева. — Москва : Стандарты, 1969. — 248 с.

8. Панин, В. В. Измерение импульсных магнитных и электрических помех / В. В. Панин, Б. И. Степанов. — Москва : Энергоатомиздат, 1983. — 120 с.

9. Бондарь, И. М. Сравнительная оценка магнитных систем электродинамических сепараторов . [Электронный ресурс] / И. М. Бондарь, К. Г. Дудурев // Инженерный вестник Дона — 2015. — № 3. — ч.2. — Режим доступа : http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3094 (дата обращения 23.07.2015).

10. Дударев, К. Г. Бесконтактный метод тепловой диагностики электродвигателей [Электронный ресурс] / К. Г. Дудурев, И. М. Бондарь // Научное обозрение.— 2014. — №9. — ч. 3. — Режим доступа : http://sced.ru/u/index.php?option=com_content&view=article&id= 316:nauchnoe-obozrenie -9-3-2014&catid =43:uncategorised&limitstart=7 (дата обращения 21.04.2015).

References

1. Kononenko, V.V., ed. Elektrotekhnika i elektronika. 6th ed. [Electrical and Electronic Engineering.] Rostov-on-Don: Feniks, 2010, 757 p. (in Russian).

2. Pletnev, S.V. Magnitnoe pole: svoystva, primenenie. [Magnetic field: properties and applications]. Piter: Gumanistika, 2004, 624 p. (in Russian).

3. Bul, O.B. Magnitnye tsepi, polya i programma. Metody rascheta magnitnykh sistem elektricheskikh apparatov. [Magnetic circuits, fields, and the program. Analysis techniques of magnetic systems of electric apparatus]. Moscow: Akademiya, 2005, 336 p. (in Russian).

4. Antonov, V.G., Petrov, L.M., Shchelkin, A.P. Sredstva izmereniy magnitnykh parametrov materialov Moscow: Energoatomizdat, 1986, 216 p. (in Russian).

5. Fiorillo, F., Mayergoyz, I. Characterization and Measurement of Magnetic Materials. Academic Press, 2005, 647 p.

6. Cheng, David K. Field and Wave Electromagnetics. Addison-Wesley Educational Publishers, 2008, 272 p.

7. Chernysheva, E. T., Chernysheva, N.G. Magnitnye izmereniya. [Magnetic measurements.] Moscow: Standarty, 1969, 248 p. (in Russian).

8. Panin, V.V., Stepanov, B.I. Izmerenie impul'snykh magnitnykh i elektricheskikh pomekh. [Measurement of pulsed magnetic and electrical interference] Moscow: Energoatomizdat, 1983, 120 p. (in Russian).

9. Bondar, I.M., Dudurev, K.G. Sravnitel'naya otsenka magnitnykh sistem elektrodinamicheskikh separatorov. [Comparative evaluation of magnetic systems of electrodynamic separators.] Engineering Journal of Don, 2015, no. 3, part 2. Available at: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3094 (accessed: 23.07.2015).

10. Dudurev, K.G., Bondar, I.M. Beskontaktnyy metod teplovoy diagnostiki elektrodvigateley. [Contactless method of heat diagnostics of electric engines.] Science Review, 2014, no. 9, part 3. Available at: http://sced.ru/u/index.php?option=com_content&view=article&id= 316: nauchnoe-obozrenie -9-3-2014&catid =43: uncategorised&limitstart=7 (accessed: 21.04.2015).

Поступила в редакцию 30.03.2016
Сдана в редакцию 31.03.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 30.03.2016
Submitted 31.03.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.791.011:621.785.78:669.15-194.2 DOI 10.12737/22166

Влияние термического цикла сварки и повторного нагрева на структурно-фазовые изменения низколегированной *Cr-Ni-Mo-V* стали*

Ю. В. Полетаев[1], В. Ю. Полетаев[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Effect of thermal cycle of welding and reheating on structural-constitutional changes of low-alloyed *Cr-Ni-Mo-V* steel ***

Yu. V. Poletaev[1], V. Yu. Poletaev[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью настоящей работы является изучение воздействия термического цикла сварки (ТЦС) и повторного нагрева на кинетику охрупчивания металла зоны термического влияния (ЗТВ) сварных соединений стали 15Х2НМФА-ВРВ. Решалась задача повышения технологической прочности сварных соединений оборудования АЭС. Для это было проведено комплексное исследование, в ходе которого применялись различные виды анализа: флуктуационный, металлографический, электронно-микроскопический, рентгеноструктурный и химический. Кроме того, были использованы моделирование металла ЗТВ, а также неразрушающий и разрушающий контроль качества сварных соединений. Установлено влияние основных параметров термического цикла сварки и термической обработки на кинетику охрупчивания металла ЗТВ. Показано, что высокая погонная энергия при электрошлаковой сварке является главной причиной прямого разупрочнения границ наиболее крупных (0–1 балл) зерен за счет выделения сульфидов пленочной формы. Дальнейшее развитие процесса дисперсионного твердения при повторном нагреве (отпуске) способствует относительному разупрочнению и разрушению границ.

The work objective is to study the impact of the thermal welding cycle (TWC) and reheating on the metal embrittlement kinetics of the heat affected zone (HAZ) of 15H2NMFA-VRV steel joint welds. The problem of the technological strength improvement of the welded joints of the nuclear power plant equipment is solved. A comprehensive study, in which various types of analysis – fluctuation, metallographic, electron-microscopic, X-ray and chemical – are used, is carried out for this. In addition, HAZ metal simulation is used, as well as non-destructive and destructive testing of welded joints. The effect of the basic parameters of TWC and heat treatment on the embrittlement kinetics of HAZ metal is determined. It is shown that the high heat input under the electroslag welding is the main cause of the direct borders softening of the coarse grains (0-1) through allocating sulfide film forms. Further development of the dispersion hardening under reheating (softening) stimulates the relative weakening and borders destruction.

Ключевые слова: свариваемость, низколегированная сталь, зона термического влияния, погонная энергия сварки, термический цикл сварки, металлографическое исследование, крупнозернистая структура ЗТВ, выпадение фаз по границам зерен, термическая обработка, дисперсионное твердение, трещины при термической обработке

Key words: weldability, low-alloyed steel, heat affected zone (HAZ), rate of heat input, thermal welding cycle, metallographic test, coarse-grained structure of HAZ, grain boundary precipitation, thermal treatment, dispersion hardening, reheat cracking.

Введение. Для изготовления оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок используют термически упрочняемые стали перлитного класса различных систем легирования:
— *Ni-Mn-Mo* (533 *cl*1, *20MnMoNi55*, 10ГН2МФА),
— *Cr-Mo-V* (15Х2МФА),
— *Cr-Ni-Mo* (508 *cl*2),
— *Cr-Ni-Mo-V* (15Х2НМФА) [1, 2].

С целью повышения эксплуатационной надежности сварных соединений рекомендуют использовать чистые стали, выплавленные вакуумно-индукционным методом [1], а также на чистой шихте и дополнительно подвергнутые электрошлаковому переплаву (ЭШП) [2, 3] или внепечному рафинированию и вакуумированию (ВРВ) [4, 5]. Это должно способствовать повышению стабильности структуры, механических и технологических свойств, в том числе

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: anclav51@mail.ru; afshor@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

стойкости против образования межзеренного разрушения металла зоны термического влияния (ЗТВ) при сварке и последующей термической обработке (отпуске).

Склонность к образованию трещин при термической обработке (ТТО) заметно повышается в результате комплексного воздействия неблагоприятного сочетания основных металлургических, структурно-механических, конструктивных и технологических факторов, способствующих развитию процесса охрупчивания границ зерен. Это показано в работах отечественных и зарубежных ученых: В. Н. Земзина, Р. З. Шрона, А. С. Зубченко, Е. Г. Старченко, Ф. А. Хромченко, В. А. Игнатова, И. Гривняка, Ф. Мюллера, Р. Кадмана, А. Г. Винкера, Дж. Танаки, Х. Накомуры, Й. Ито и др. [6–13]. Следует отметить, что причины образования ТТО в основном понятны. Однако подробности взаимодействия этих факторов и разрушения изучены недостаточно, и в вопросе понимания природы растрескивания многое неясно. В качестве примера можно привести неожиданное проявление склонности к образованию межзеренного разрушения металла ЗТВ толстостенных сварных соединений чистой стали 15Х2НМФА-ВРВ. Это явилось основной причиной отказа от применения высокопроизводительного способа электрошлаковой сварки (ЭШС) в технологии изготовления штампосварного днища корпуса реактора В-1000 [14]. Следует отметить, что длительное воздействие высоких температур при ЭШС может способствовать формированию недопустимой поврежденности границ зерен и межзеренному разрушению. Совокупность этих процессов, с одной стороны, определяет поведение металла ЗТВ в условиях термической обработки, с другой — контролируется термодеформационным циклом сварки.

Целью настоящей работы является изучение влияния параметров термического цикла сварки (ТЦС) и термической обработки — отпуска на развитие процессов охрупчивания металла ЗТВ стали 15Х2НМФА-ВРВ, что необходимо для обоснованного выбора погонной энергии при сварке.

Методика и результаты проведения исследований. Анализ случаев растрескивания производственных сварных соединений позволяет утверждать, что металл ЗТВ стали 15Х2НМФА-ВРВ (табл. 1) оказался заметно более предрасположенным к образованию ТТО, чем стали ЭШП или мартеновской выплавки.

Таблица 1

Химический состав промышленных плавок стали 15Х2НМФА

№ плавки	Способ выплавки*	Содержание элементов, %									*Mn/S*
		C	*SI*	*Mn*	*S*	*P*	*Cr*	*Ni*	*Mo*	*V*	
1	ЭШП	0,169	0,36	0,55	0,017	0,015	1,84	1,30	0,62	0,12	32,3
2	М	0,16	0,21	0,44	0,022	0,003	2,00	1,37	0,53	0,13	22,0
3	ВРВ	0,15	0,22	0,33	0,008	0,001	1,99	1,31	0,54	0,11	41,3
*ЭШП — электрошлаковый переплав; М — мартеновская плавка с традиционным раскислением; ВРВ — внепечное рафинирование в вакууме стали мартеновской плавки.											

Металлографические исследования металла ЗТВ производственных сварных соединений (толщина листа 240 мм) карт днищ реактора ВВЭР-1000 выявили дефекты двух типов:
— надрывы, расположенные вдоль строчечных неметаллических включений;
— горячие трещины, расположенные на границах оплавленных наиболее крупных аустенитных зерен.

Фрактографический анализ дефектов второго типа показал следующее:
— характер разрушения — межзеренный;
— имеет место оплавление на границах наиболее крупных зерен;
— в изломе наблюдаются вторичные фазы, что свидетельствует о перегреве и воздействии пластической деформации;
— фигуры роста имеют кристаллографическую огранку;
— выявлены участки поверхности с высокотемпературным рельефом, что может быть результатом абсорбции газов или некоторых элементов в твердом растворе матрицы.

На поверхности трещин обнаружено большое количество сульфидов. Состав неметаллических включений идентифицировали с помощью методов рентгеноструктурного анализа электролитически выделенных осадков, микродифракционного анализа, микрозондового анализа шлифов и изломов (табл. 2).

Таблица 2

Химический состав неметаллических включений в изломе металла ЗТВ стали 15Х2НМФА

Место расположения включений	Форма включений	Содержание элементов, вес. %				
		Fe	*Mn*	*Cr*	*S*	*Mo*
Горячая трещина	Округлые	1–3	40–62	1–6	32–38	1–3
	Глыбообразные	1–2	6–10	40–47	31–39	1–2
	Пленочные	30–39	2–4	32–49	1–3	5–20
Вязкий межзеренный излом	Округлые	0–2	50–64	1–7	33–37	0–1
	Глыбообразные	0–1	6–11	39–47	32–46	1–2
	Пленочные	29–36	0–2	32–44	0–2	7–23
Вязкий долом	Округлые	0–2	58–63	0–2	35–37	0

Параметры ТЦС ЭШС имеют решающее влияние на формирование высокой исходной структурной и химической неоднородности участка крупного зерна ЗТВ, что приводит данный участок в состояние ускоренного (по сравнению с основным металлом) межзеренного разрушения при сварке и термической обработке (отпуске). Об этом свидетельствует образование горячих трещин и ТТО в участке крупного зерна ЗТВ.

Обсуждение результатов исследований. Итак, механизм образования межзеренного разрушения металла ЗТВ стали 15Х2НМФА-ВРВ при сварке и термической обработке (отпуске) можно представить следующим образом. На первом этапе в результате воздействия ЭШС с высокой погонной энергией сварки ($Q_{св}$) в металле ЗТВ (участок перегрева) происходят заметные структурно-фазовые изменения, сопровождающиеся значительным ростом первичного аустенитного зерна и формированием на его границах протяженных участков химической микронеоднородности — сульфидов (преимущественно пленочной формы). Наибольшую опасность представляют сульфиды именно пленочной формы (с низкой температурой плавления), содержание серы в которых достигает 3 % (см. табл. 2), в то время как в исходном металле ее количество не превышает 0,008 % (см. табл. 1). Это может быть связано с различной скоростью объемной и граничной диффузии серы в γ-железе [15], что способствует флуктуации концентрации этого элемента. Исходная после сварки поврежденность границ зерен инициирует дальнейшее развитие межзеренного разрушения по механизму ползучести в процессе термической обработки (отпуска).

С помощью метода флуктуационного анализа [16] выполнены расчеты, устанавливающие связь погонной энергии при сварке с размером аустенитного зерна и вероятностью образования сульфидов пленочной формы типа *FeS* или *MnS*. Полученные результаты свидетельствуют о том, что допустимая структурная и химическая неоднородность участка перегрева металла ЗТВ может быть достигнута, если при сварке использовать погонную энергию $Q_{св}$ до 15 МДж/м и размере зерна *G* от 0 до 1 балла.

Следует отметить, что сталь 15Х2НМФА проявляет склонность к образованию не только горячих, но и холодных трещин. Это необходимо учитывать при выборе оптимального диапазона *Q*св и соответствующих параметров ТЦС (рис. 1).

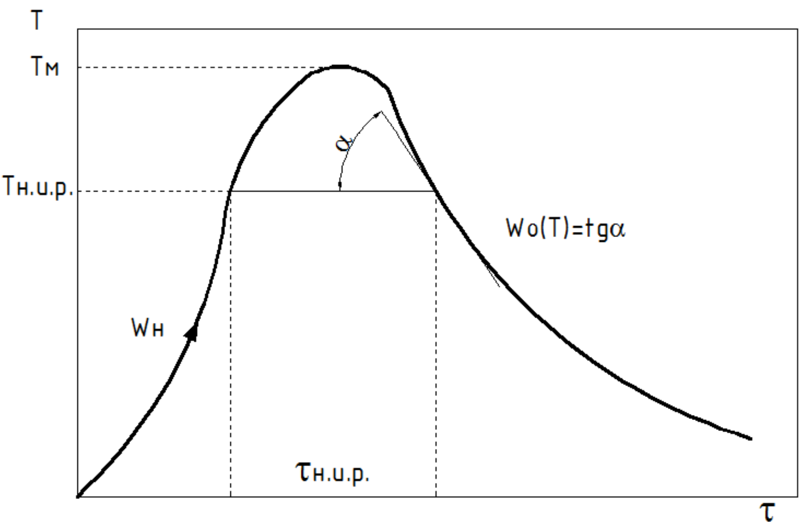


Рис. 1. Схема термического цикла однопроходной сварки

Термический цикл сварки характеризуется следующими параметрами: максимальная температура $T_м$; скорость нагрева *W*н; τн.и.р. — длительность пребывания металла выше температуры начала интенсивного роста зерна (*Т*н.и.р); скорость охлаждения *Wo* (мгновенная или средняя) в интервале температур фазового превращения металла при охлаждении.

Структурное состояние и свойства различных участков ЗТВ определяются величинами *Т*м, τн.и.р. и скоростью охлаждения *Wo*. В расчет параметров ТЦС вводят понятие «оптимальная скорость охлаждения». В интервале оптимальной скорости охлаждения обеспечиваются требуемая структура и свойства металла ЗТВ.

Использование методики работы [17] позволило определить диапазон оптимальной скорости охлаждения и соответствующих ей значений *Q*св. В данном случае целью было получение бейнитной или бейнитно-мартенситной (не более 15 %) структуры, рекомендуемой для сварных соединений стали 15Х2НМФА, выполняемых с подогревом 423–523 К. Исходные данные для расчета:

— сталь 15Х2НМФА (3-я плавка, табл. 1);
— структура до сварки — 80 % П + 20 % Ф;
— промежуточная структура стали — Ф + (П + Б) + М;
— допустимое количество мартенсита не более 15 % по условию трещиностойкости;
— допустимая скорость охлаждения *W*од = 13 град/с [17];
— критическая скорость охлаждения *W*ок = 100 град/с;
— $C_{экв} = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Si}{24} + \frac{Cr}{5} + \frac{Mo}{4} + \frac{V}{14} + \frac{Ni}{40} = 0,79\ \%$;
— T_o = 423 К — температура предварительного подогрева.

На рис. 2 можно увидеть, что рекомендуемая структура формируется в диапазоне скоростей охлаждения $\Delta W_O = 2 \ldots 13$ град/с.

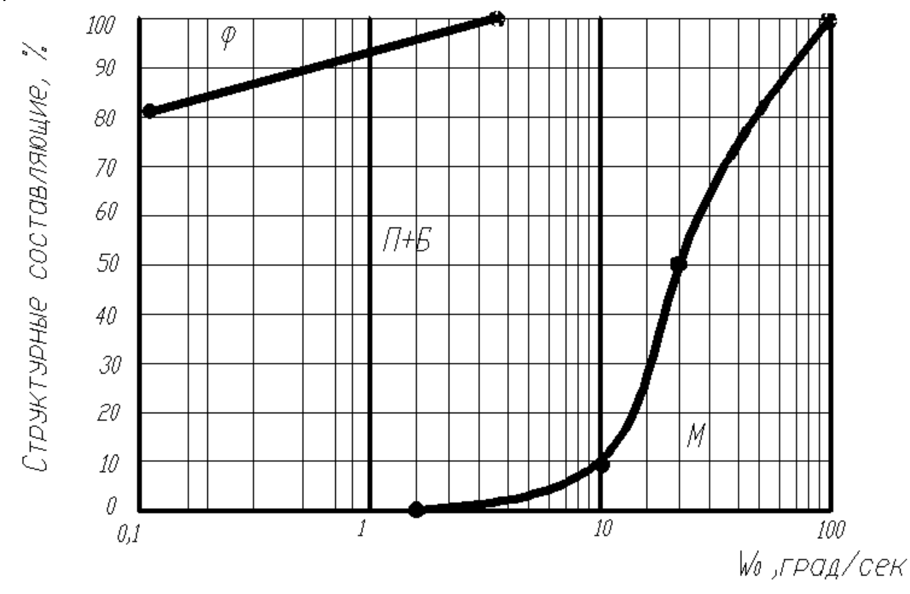


Рис. 2. Влияние скорости охлаждения *Wo* на структуру металла ЗТВ стали 15Х2НМФА

Наилучшее сочетание свойств при отсутствии опасности образования холодных трещин имеют структуры нижнего бейнита. Их формирование возможно в диапазоне *Wo* = 4…10 град/с. Остальные параметры ТЦС и соответствующих значений $Q_{св}$ выбирались по результатам экспериментальных исследований образцов стали 15Х2НМФА с моделированной ЗТВ. Далее параметры ТЦС были уточнены при сварке длинномерных сварных соединений с различной погонной энергией (табл. 3).

Таблица 3

Параметры имитированных ТЦС с нагревом до *Tm* = 1693 К

Вид сварки*	*Q*св, МДж/м	*Wн* при 1173 К, град/сек	τн.и.р. выше 1173 К, сек		*Wo* при 773 К, град/сек	*t* 8/5, сек
			Нагрев	Охлаждение		
АСФ	4–6	77–237	5–20	25–60	8–20	15–45
АСТ	10–15	57–69	10–30	35–90	4–5	60–100
ЭШС	90–95	3–7	100–160	200–400	0,35–0,85	400–600
АСФ — автоматическая сварка под флюсом; АСТ — однопроходная, с принудительным формированием, автоматическая сварка под тонким слоем шлака; ЭШС — электрошлаковая сварка.						

Структура металла, характерная для участка перегрева ЗТВ сварных соединений, моделировалась проходящим током по режиму выбранного ТЦС на установке ТЦС-1. При моделировании использовали специальные образцы размером 12×20×160 мм. Максимальную температуру нагрева $T_м$ = 1693 К назначили по результатам оценки склонности ЗТВ к образованию горячих трещин. При нагреве до этой температуры формировалась структура, аналогичная структуре участка перегрева ЗТВ производственного сварного соединения. Величину $T_м$ контролировали с помощью фотоэлектрического пирометра ФЭП-4 и термопары градуировки ХА. Запись ТЦС производили с помощью прибора КСП-4. Образцы нагревали до $T_м$ с различными скоростями нагрева и охлаждения, что обеспечивало возможность целенаправленного управления формированием структурной и химической однородности металла ЗТВ. Для этого в широком интервале изменялось время пребывания металла выше температуры начала интенсивного роста зерна *T*н.и.р. и развития диффузионных процессов. Скорость охлаждения образцов регулировали путем принудительного или естественного охлаждения. На рис. 3. показана зависимость величины зерна *G* от максимальной температуры нагрева $T_м$ и длительности пребывания металла выше температуры интенсивного роста зерна τн.и.р. при различных скоростях нагрева и охлаждения.

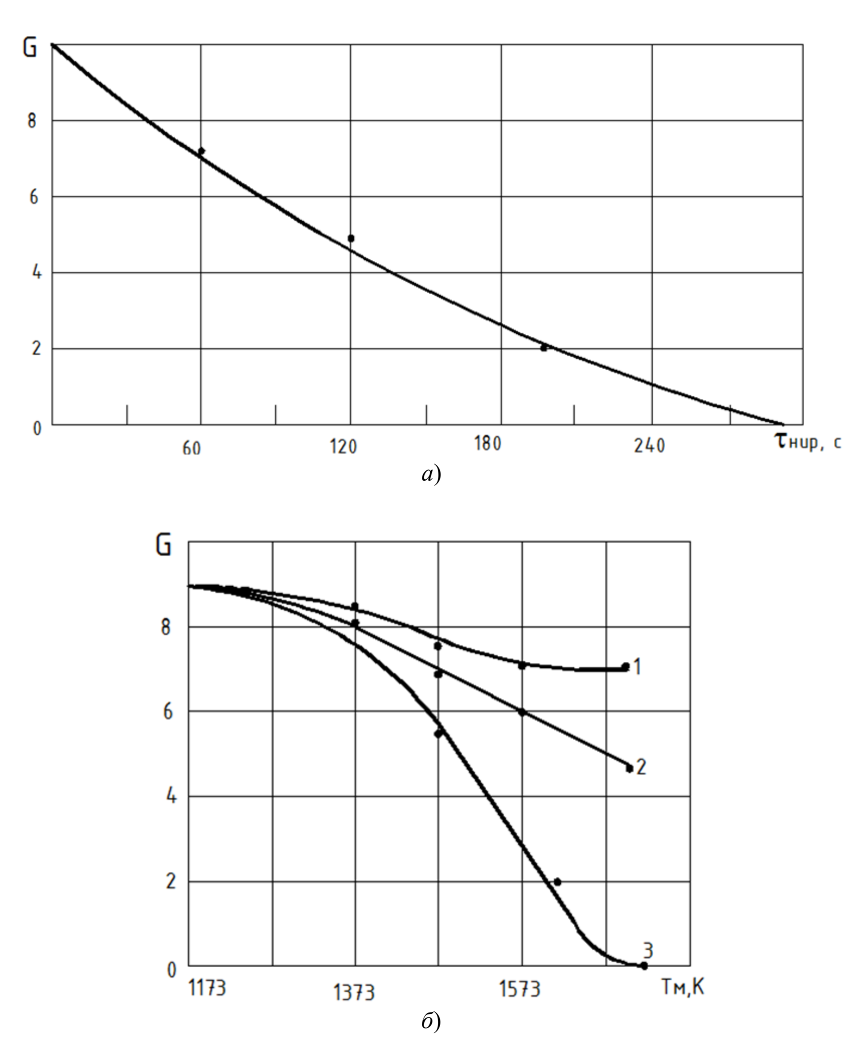


Рис. 3. Зависимость величины зерна аустенита *G* стали 15Х2НМФА-ВРВ от τ н.и.р. (*а*) и максимальной температуры нагрева *Тм* (*б*) при: *Wн* = 227 и *Wо* = 17 (1); Wн = 67 и *Wо* = 4,85 (2); *Wн* = 6,85 и *Wо* = 0,85 град/сек (3)

Можно увидеть, что снижение скорости нагрева *Wн* и охлаждения *Wо* приводит к закономерному росту зерна, что связано с увеличением длительности пребывания металла ЗТВ при температуре выше точки *Ас*3. Таким образом, окончательный размер зерна аустенита зависит от *Тм* и τн.и.р. Наибольшая его величина характерна для ТЦС электрошлаковой сварки, минимальная величина — для теплового режима автоматической сварки под флюсом.

Изучено влияние параметров термической обработки на кинетику изменения твердости металла имитированной ЗТВ, характеризующую развитие процессов структурно-фазовых изменений, в том числе дисперсионного твердения. Установлено, что значительное повышение твердости металла ЗТВ наблюдается в течение 1–3 ч нагрева в диапазоне температур 873–773 К (рис. 4).

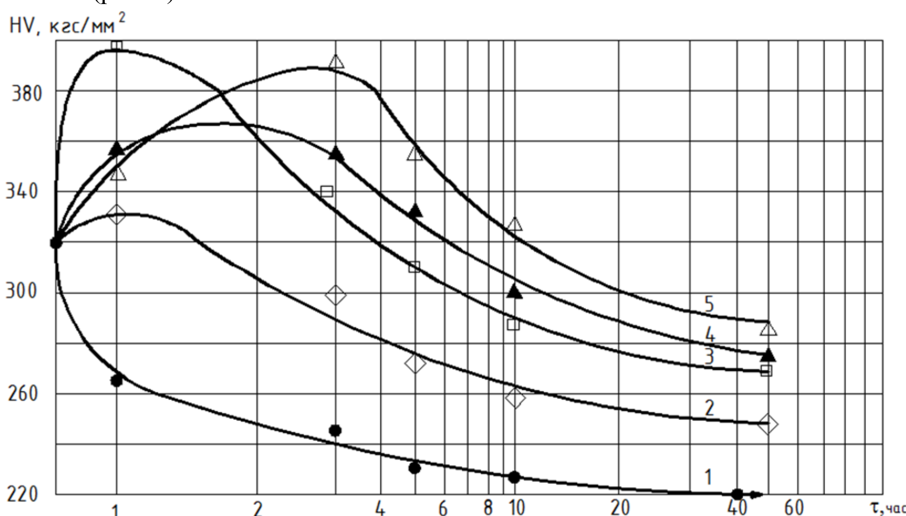
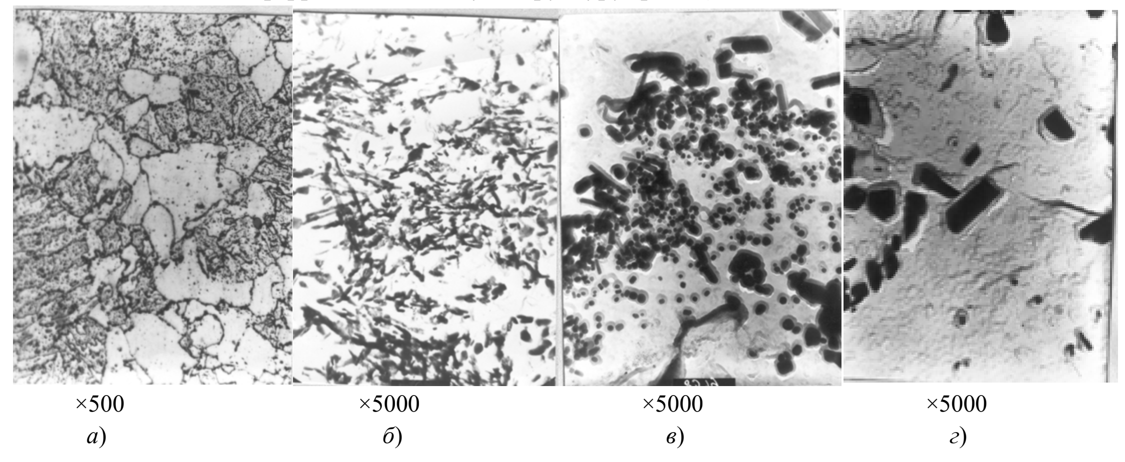


Рис. 4. Температурно-временная зависимость твердости *HV* металла имитированной ЗТВ от длительности нагрева при различных температурах: 1 — 923 К; 2 — 898 К; 3 — 873 К; 4 — 773 К; 5 — 823 К

Дисперсионное твердение обусловлено структурно-фазовыми изменениями в металле ЗТВ при термической обработке. Повторный нагрев образующегося при сварочном нагреве пересыщенного твердого раствора приводит к его распаду, продукты которого способствуют возрастанию твердости. При формировании бейнитно-мартенситной структуры эффект дисперсионного твердения, проявляющийся во временном увеличении твердости, наблюдается в металле ЗТВ уже на начальной стадии нагрева при всех рассмотренных температурах. Максимальные значения твердости в процессе старения возрастают с понижением температуры повторного нагрева. Характерным является также более быстрое наступление стадии перестаривания при повышении температуры термообработки. Если речь идет о мартенситно-бейнитной структуре, то дисперсионному твердению предшествует этап разупрочнения вследствие распада мартенсита. Дальнейшее повышение температуры и времени выдержки приводит к быстрому старению и перестариванию металла ЗТВ, что связано с выделением и коагуляцией карбидов. Следует отметить, что в состоянии поставки сталь 15Х2НМФА имела ферритно-бейнитную структуру (рис. 5).



×500 *а*) ×5000 *б*) ×5000 *в*) ×5000 *г*)

Рис. 5. Микроструктура стали 15Х2НМФА-ВРВ в состоянии поставки (*а*); после имитации ТЦС (*б*); после ТЦС и повторного нагрева при T = 823 К длительностью 3 часа (*в*); после имитации ТЦС и отпуска длительностью 40 часов (*г*)

Феррит располагался преимущественно по границам аустенитных зерен. В микроструктуре металла после имитации ТЦС можно выделить относительно крупнозернистую структуру мартенсита игольчатого типа, мелкозернистую структуру бейнита пластинчатого типа с аустенитными зернами. Такой характер свидетельствует о полной перекристаллизации исходной структуры стали, связанной с высокой скоростью нагрева и охлаждения ТЦС. Повторный нагрев при T = 823 К способствовал увеличению количества дисперсных частиц, развитию процессов старения и перестаривания.

Состав карбидной фазы идентифицировали с помощью методов микродифракции, рентгеноструктурного анализа пакетов реплик и карбидного осадка. Установлено, что у стали 15Х2НМФА в состоянии после воздействия ТЦС наблюдается большое количество удлиненных включений цементита Me_3C, прямоугольных пластинок правильной формы Me_7C_3 и небольшое количество частиц $Me_{23}C_6$ неправильной округлой формы. Таким образом, основной упрочняющей фазой на ранней стадии старения металла ЗТВ является легированный цементит Me_3C. Только после длительной выдержки (1–3 ч) количество карбида Me_7C_3 преобладает в карбидном осадке. Ванадий не образует в стали 15Х2НМФА самостоятельных карбидов. Его содержание в составе других карбидов при старении практически не возрастает. Молибден также не образует самостоятельные карбиды, но растворяется в составе других, в частности в цементите Me_3C и карбиде хрома Me_7C_3, возникающих в процессе старения.

В результате исследования установлено влияние режима термической обработки на кинетику фазовых превращений (табл. 4).

Таблица 4

Влияние длительности повторного нагрева на фазовый состав карбидов металла ЗТВ стали 15Х2НМФА-ВРВ

Режим термической обработки	Состав карбидов
После воздействия ТЦС (без термообработки)	Me_3C; Me_7C_3; $Me_{23}C_6$ (следы)
Нагрев до T = 823 К, τ = 3 ч	Me_7C_3; $Me_{23}C_6$ (следы); Me_3C (следы)
Нагрев до T = 823 К, τ = 40 ч	$Me_{23}C_6$; Me_7C_3; Me_3C (следы)

Установлено, что после термической обработки общее количество карбидной фазы увеличивается по сравнению с исходным состоянием. Следует отметить, что, по данным работы [7], свидетельством завершения процесса отпуска является наличие в структуре стали 15Х2НМФА только карбидов $Me_{23}C_6$ и Me_7C_3.

Таким образом, при термической обработке в процессе релаксации остаточных сварочных напряжений деформации локализуются в границах зерен (отмечается их относительное разупрочнение), и в толстостенных сварных соединениях стали 15Х2НМФА-ВРВ образуются ТТО. Все это обусловлено наличием температурно-временного интервала дисперсионного твердения металла ЗТВ. Вероятность разрушения заметно возрастает при высокой исходной поврежденности границ зерен металла ЗТВ, сформированной в процессе ТЦС.

Полученные результаты теоретических и экспериментальных исследований и вскрытые закономерности положены в основу разработки практических технологических рекомендаций по предотвращению образования ТТО сварных соединений стали 15Х2НМФА-ВРВ. К их числу относится рекомендация использовать альтернативный электрошлаковой сварке способ — однопроходную автоматическую электродуговую сварку с принудительным формированием под тонким слоем шлака (АСТ) при погонной энергии $Q_{св}$ не более 15 МДж/м.

Выполнено опытно-промышленное опробование способа АСТ. Контроль качества производственных толстостенных сварных соединений, выполненных способом АСТ, подтвердил отсутствие недопустимых технологических дефектов.

Выводы. Повышение чистоты стали 15Х2НМФА-ВРВ мартеновской выплавки, дополнительно подвергнутой внепечному рафинированию и вакуумированию, стимулирует склонность к росту зерна металла ЗТВ, накоплению сульфидов пленочной формы на границах зерен и межзеренному разрушению при сварке с $Q_{св}$ более 15 МДж/м. Дальнейшая деградация структуры при термической обработке является основной причиной развития ТТО именно на участке крупного зерна ЗТВ. Вскрыт механизм влияния основных параметров термического цикла сварки: $T_м$, $W_н$, $W_о$, τн.и.р. — на размер аустенитного зерна и связанную с ним флуктуацию концентрации серы металла ЗТВ. Установлено, что требуемая структурная и химическая однородность и стойкость против ТТО участка крупного зерна металла ЗТВ стали 15Х2НМФА-ВРВ достигается при размере аустенитного зерна G от 1 до 9 баллов, сформированного при дуговой сварке с погонной энергией не более 15 МДж/м.

Библиографический список

1. Бакалдин, В. И. Основные проблемы и пути их решения при разработке проекта корпуса реактора ВВЭР-1500 / В. И. Бакалдин, В. В. Петров, В. Г. Федосов // Тяжелое машиностроение. — 2006. — № 2. — С. 2–5.

2. Касаткин, Б. С. Стали и сварочные материалы для изготовления корпусов ядерных реакторов / Б. С. Касаткин, А. К. Царюк // Автоматическая сварка. — 1976. — № 7. — С. 50–54.

3. Крутасова, Е. И. Надежность металла энергетического оборудования / Е. И. Крутасова. — Москва : Энергоиздат, 1981. — 240 с.

4. Хромченко, Ф. А. Диагностика и ресурс сварных соединений паропроводов ТЭС / Ф. А. Хромченко, В. А. Лаппа, Р. Н. Калугин // Сварочное производство. — 2001. — № 7. — С. 21–25.

5. Покатаев, С. В. Влияние продолжительности затвердевания отливок из Mn-Ni-Mo-стали с различным содержанием серы на формообразование и размеры сульфидов / С. В. Покатаев, Г. В. Валова, Н. М. Новикова // НИИЭИНФОРМЭНЕРГОМАШ. — 1982. — № 5. — С. 6–10.

6. Протоковилов, И. В. Управление формированием сварных соединений при ЭШС / И. В. Протоковилов, В. Б. Порохонько // Автоматическая сварка. — 2012. — № 10. — С. 54–59.

7. Земзин, В. Н. Термическая обработка и свойства сварных соединений / В. Н. Земзин, Р. З. Шрон. — Ленинград : Машиностроение, 1978. — 367 с.

8. Brandi, S.-D. Electroslag and electroslag welding / S.-D. Brandi, S. Liu, R.-D. Thomas // AWS Welding handbook. — 2012. — Vol. 6A. — P. 365–379.

9. Vinckier, A. Reheat cracking in welded structures during stress relief heat treatments/ A. Vinckier, A.-J. Dhooge // Heat Treating. — 1979. — Vol. 1. — P. 72.

10. Nakamura, H. Stress-Relief Cracking in Heat-Affected Zone / H. Nakamura, T. Naiki, H. Okabayashi // Doc. of International Institute of Welding : Annual Assembly. — Kyoto, 1969. — № IIW-IX-648-69 / IIW-X-531-69. — 30 p.

11. Ito, Y. Study on stress relief cracking in welded low alloy steels. Report 2 / Y. Ito, M. Nakanishi // Journal of the Japan welding society. — 1972. — Vol. 41, № 1. — P. 59–64.

12. Полетаев, Ю. В. Влияние надреза на склонность сварных соединений к межзеренному разрушению / Ю. В. Полетаев, В. Ю. Полетаев, Д.В. Рогозин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 3 (82). — С. 28–34.

13. Полетаев, В. Ю. Влияние химической активности флюса для электрошлаковой сварки на стойкость металла шва против трещин при термической обработке / В. Ю. Полетаев, Ю. В. Полетаев, А. Н. Грицина // Инновационные технологии в машиностроении и металлургии : сб. статей VII науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2015. — С. 258–271.

14. Hobeev, A. E. Influence of weld joints Damaging at the Stage of Manufacturing on Operating Reliability / A. E. Hobeev, Yu. V. Poletaev // Material issues in design, manufacturing and operation of nuclear power plants equipment : proceedings of the 7th international conference. — Saint Petersburg, 2002. — Vol. 1. — P. 438–447.

15. Мураль, В. В. Диффузия серы в гамма-железе / В. В. Мураль, А. П. Фокин // Металловедение и термическая обработка металлов. — 1978. — № 6. — С. 18–21.

16. Полетаев, Ю. В. Длительная малоцикловая прочность сварных соединений и выбор аустенитностабильных сталей / Ю. В. Полетаев. — Новочеркасск : ЛИК, 2010. — 281 с.

17. Шоршоров, М. Х. Фазовые превращения и изменения свойств стали при сварке. Атлас / М. Х. Шоршоров, В. В. Белов. — Москва : Наука, 1972. — 219 с.

References

1. Bakaldin, V.I., Petrov, V.V., Fedosov, V.G. Osnovnye problemy i puti ikh resheniya pri razrabotke proekta korpusa reaktora VVER-1500. [Main problems and their solutions under the development of project VVER-1500.] Russian Journal of Heavy Machinery, 2006, no. 2, pp. 2–5 (in Russian).

2. Kasatkin, B.S., Tsaryuk, A.K. Stali i svarochnye materialy dlya izgotovleniya korpusov yadernykh reaktorov. [Metals and welding materials for manufacturing nuclear reactor pressure vessels.] Avtomaticheskaya Svarka, 1976, no. 7, pp. 50–54 (in Russian).

3. Krutasova, E.I. Nadezhnost' metalla energeticheskogo oborudovaniya. [Reliability of power equipment metal.] Moscow: Energoizdat, 1981, 240 p. (in Russian).

4. Khromchenko, F.A., Lappa, V.A., Kalugin, R.N. Diagnostika i resurs svarnykh soedineniy paroprovodov TES. [Diagnostics and life of welded joints of TPP steam pipes.] Svarochnoe Proizvodstvo, 2001, no. 7, pp. 21–25 (in Russian).

5. Pokataev, S.V., Valova, G.V., Novikova, N.M. Vliyanie prodolzhitel'nosti zatverdevaniya otlivok iz Mn-Ni-Mo-ctali s razlichnym soderzhaniem sery na formoobrazovanie i razmery sul'fidov. [Effect of solidification of castings of Mn-Ni-Mo-Steel with different sulfur contents on shaping and dimensions of sulfides.] NIIEINFORMENERGOMASh, 1982, no. 5, pp. 6–10 (in Russian).

6. Protokovilov, I.V., Porokhonko, V.B. Upravlenie formirovaniem svarnykh soedineniy pri EShS. [Management of welded joints formation at ESW.] Avtomaticheskaya Svarka, 2012, no. 10, pp. 54–59 (in Russian).

7. Zemzin, B.N., Shron, R.Z. Termicheskaya obrabotka i svoystva svarnykh soedineniy. [Heat treatment and properties of welded joints.] Leningrad: Mashinostroenie, 1978, 367 p. (in Russian).

8. Brandi, S.-D., Liu, S., Thomas, R.-D. Thomas Electroslag and electroslag welding. AWS Welding handbook, 2012, vol. 6A, pp. 365–379.

9. Vinckier, A., Dhooge, A.-J. Reheat cracking in welded structures during stress relief heat treatments. Heat Treating, 1979, vol. 1, p. 72.

10. Nakamura, H., Naiki, T., Okabayashi, H. Stress-Relief Cracking in Heat-Affected Zone. Doc. of International Institute of Welding: Annual Assembly. Kyoto, 1969, no. IIW-IX-648-69 / IIW-X-531-69, 30 p.

11. Ito, Y., Nakanishi, M. Study on stress relief cracking in welded low alloy steels. Report 2. Journal of the Japan welding society, 1972, vol. 41, no. 1, pp. 59–64.

12. Poletaev, Yu.V., Poletaev, V.Yu., Rogozin, D.V. Vliyanie nadreza na sklonnost' svarnykh soedineniy k mezhzerennomu razrusheniyu. [Notch effect on the liability of welded joints to intergranular fracture.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 3 (82), pp. 28–34 (in Russian).

13. Poletaev, V.Yu., Poletaev, Yu.V., Gritsina, A.N. Vliyanie khimicheskoy aktivnosti flyusa dlya elektroshlakovoy svarki na stoykost' metalla shva protiv treshchin pri termicheskoy obrabotke. [Chemical activity effect of flux for electroslag welding on resistance against cracking of the weld metal under heat treatment.] Innovatsionnye tekhnologii v mashinostroenii i metallurgii: sb. statey VII nauch.-prakt. konf. [Innovative technologies in machine building and metallurgy: Proc. VII Sci.-Pract. Conf.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2015, pp. 258–271 (in Russian).

14. Hobeev, A. E., Poletaev, Yu.V. Influence of weld joints damaging at the stage of manufacturing on operating reliability. Material issues in design, manufacturing and operation of nuclear power plants equipment: Proc. 7th Int. Conf. Saint Petersburg, 2002, vol. 1, pp. 438–447.

15. Mural, V.V., Fokin, A.P. Diffuziya sery v gamma-zheleze. [Diffusion of sulfur in gamma-iron.] Metal Science and Heat Treatment, 1978, no. 6, pp. 18–21 (in Russian).

16. Poletaev, Yu.V. Dlitel'naya malotsiklovaya prochnost' svarnykh soedineniy i vybor austenitno-stabil'nykh staley. [Long-term low-cycle strength of welded joints and selection of austenitic-stable steels.] Novocherkassk: LIK, 2010, 281 p. (in Russian).

17. Shorshorov, M. K., Belov, V.V. Fazovye prevrashcheniya i izmeneniya svoystv stali pri svarke. Atlas. [Phase transitions and changes of steel properties during welding. Atlas.]. Moscow: Nauka, 1972, 219 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 21.03.2016
Сдана в редакцию 22.03.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 21.03.2016
Submitted 22.03.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 628.517.625.08 DOI 10.12737/22150

Исследования шумообразования на рабочих местах локомотивных бригад от воздействия акустического излучения внутренних источников[*]

С. Ф. Подуст[**]
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Studies on noise generation in workplaces of locomotive crews from acoustic radiation effects of the internal sources[***]

S. F. Podust[**]
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель исследований, результаты которых приведены в данной статье, заключалась в изучении закономерностей формирования спектров шума на рабочих местах локомотивных бригад, создаваемых звуковым излучением внутренних источников шума, и соответствия октавных уровней звукового давления санитарным нормам. Измерения проводились на грузовых и пассажирских электровозах анализатором шума и вибрации «Ассистент Total+», класс точности 1, с предусилителем ПУ-01 и микрофонным капсюлем МК233 с частотным диапазоном измерений от 2 до 40000 Гц. Экспериментальные исследования показали, что практически все внутренние источники шума создают превышения уровней звукового давления над предельно-допустимыми величинами.

The research objective is to study regularities of the noise spectra development at the working sites of locomotive brigades created by the sound radiation of the internal noise sources, and the conformity octave sound pressure levels to the sanitary standards. The investigation results are given. The measurements are carried out on freight and passenger locomotives by the noise and vibration analyzer “Assistant Total+”, accuracy rating 1, with preamplifier PU-01 and MIC capsule MK233 with a frequency measurement range from 2 up to 40,000 Hz. The experimental studies have shown that almost all the internal noise sources produce the sound pressure level increase above the maximum permissible values.

Ключевые слова: акустическое излучение, рабочие места, источники шума, локомотивная бригада

Keywords: acoustic emission, working sites, noise sources, locomotive crew.

Введение. Исследованию шума подвижного состава посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных специалистов [1–10]. В этих работах изучен спектральный состав шума, создаваемого при движении во внешней среде. Следует отметить недостаточное количество исследований закономерностей шумообразования на рабочих местах локомотивных бригад, т.е. внутри кузовов. Грузовые и пассажирские электровозы имеют различные источники, излучающие звуковую энергию во внутренний воздушный объем кузовных конструкций. Экспериментальному исследованию воздействия звукового излучения внутренних источников посвящена данная статья.

Основная часть. Экспериментальные исследования шума и вибрации производились на полигонах Новочеркасского электровозостроительного завода и Ростовского электровозоремонтного завода. Уровни звукового давления измерялись в нормируемом частотном диапазоне.

При проведении экспериментов использовался анализатор шума и вибрации «Ассистент Total+», заводской №049410, класс точности 1, с предусилителем ПУ-01 и микрофонным капсюлем МК233 заводской №719 с частотным диапазоном измерений от 2 до 40000 Гц. Измерения проводились при проведении специальной оценки рабочих мест по условиям труда организацией «Центр охраны труда и промышленной безопасности». Данная организация имеет аттестат аккредитации на право проведения работ по специальной оценке условий труда, подтвержденного областью аккредитации.

Результаты измерения уровней звукового давления приведены при неподвижном электровозе и скорости движения 55 км/ч на рис. 1–6.

[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: podustss@nevz.com
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

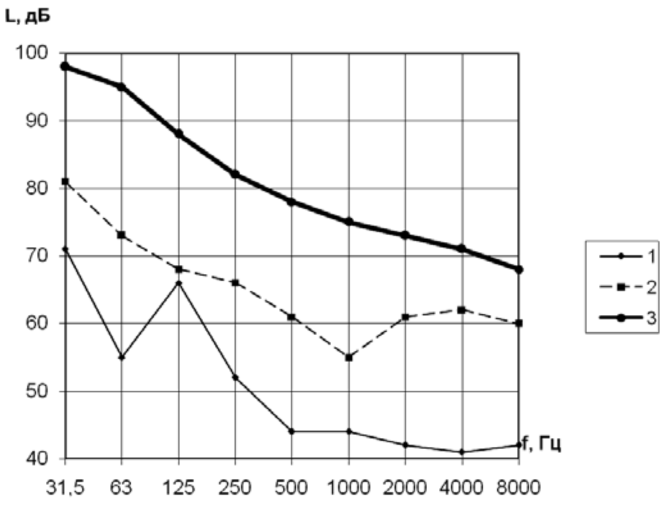


Рис. 1. Спектры шума в кабине машиниста:
1 — включена силовая установка; 2 — при движении; 3 — предельный спектр

Результаты измерений показали, что уровни звукового давления не превышают предельно-допустимых значений во всем нормируемом диапазоне частот. Уровни звукового давления в тамбуре не превышают санитарных норм при работающей силовой установке (рис. 2). При движении электровоза уровни шума в тамбуре (даже при такой невысокой скорости движения) превышают санитарные нормы в широкой полосе частот 125–8000 Гц на 5–10 дБ.

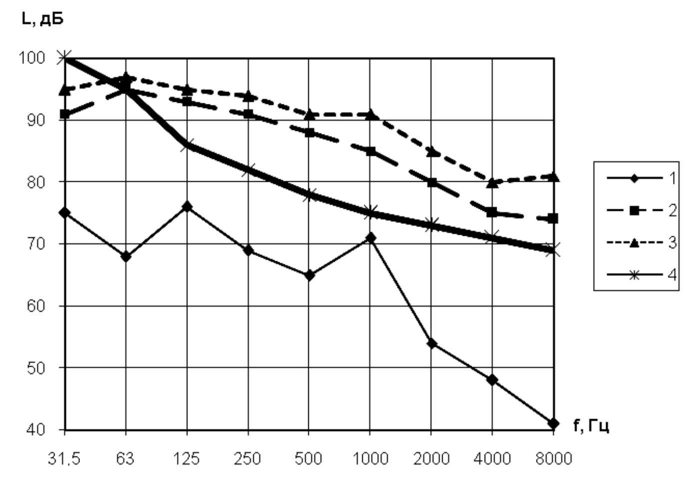


Рис. 2. Спектры шума в тамбуре:
1 — силовая установка; 2 — при движении; 3 — при открытой двери; 4 — предельный спектр

В третьей и шестой октавах уровни звукового давления достигают величин 78 и 71 дБ. Как показали результаты эксперимента при открытых дверях, уровни звукового давления увеличиваются на 2–5 дБ, что говорит о недостаточной звукоизоляции.

В секции выпрямительно-инверторного преобразователя (ВИП) уровень звукового давления в шестой октаве при неподвижном электровозе уже превышает норматив на 3 дБ (рис. 3).

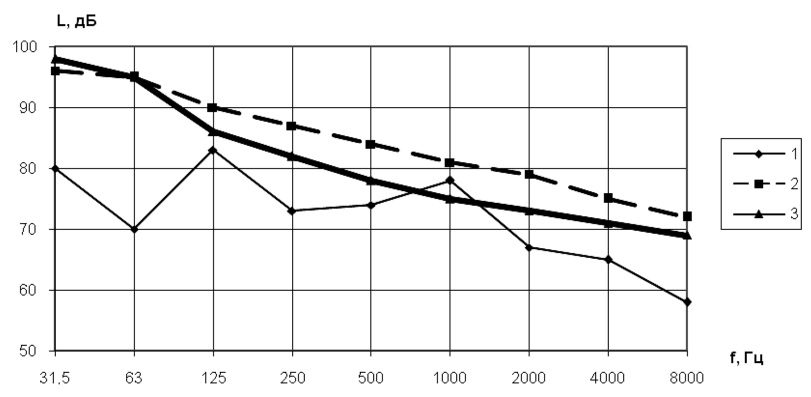


Рис. 3. Спектры шума в секции ВИП:
1 — при работающей станции; 2 — при движении; 3 — предельный спектр

При работе трансформатора уровни звукового давления достигают величин 82 дБ на частоте 125 Гц и 79 дБ на частоте 1000 Гц. Максимальное превышение норматива составляет 6 дБ в трансформаторном отсеке.

В секции трансформатора только при работающем агрегате уровень звукового давления в шестой октаве превышает норматив на 6 дБ (рис. 4).

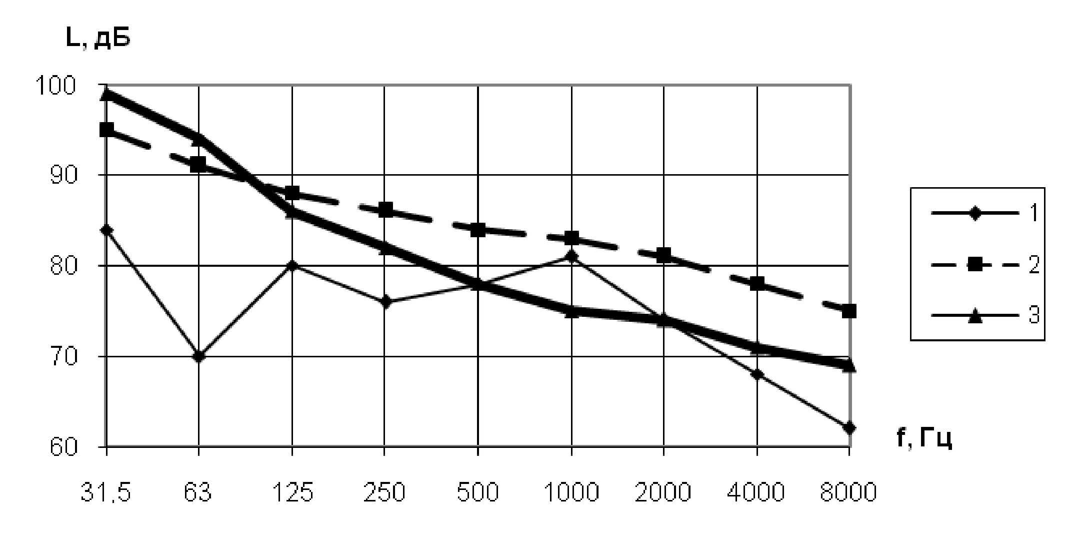


Рис. 4. Спектры шума в секции трансформатора:
1 — при работающем трансформаторе; 2 — при движении; 3 — предельный спектр

При движении формирование спектра практически не отличается от шумовой картины в секции ВИП.

Практически полностью закономерности шумообразования повторяются в секции вспомогательной машины (рис. 5). Причем эта закономерность наблюдается как при только работающем агрегате, так и при движении электровоза.

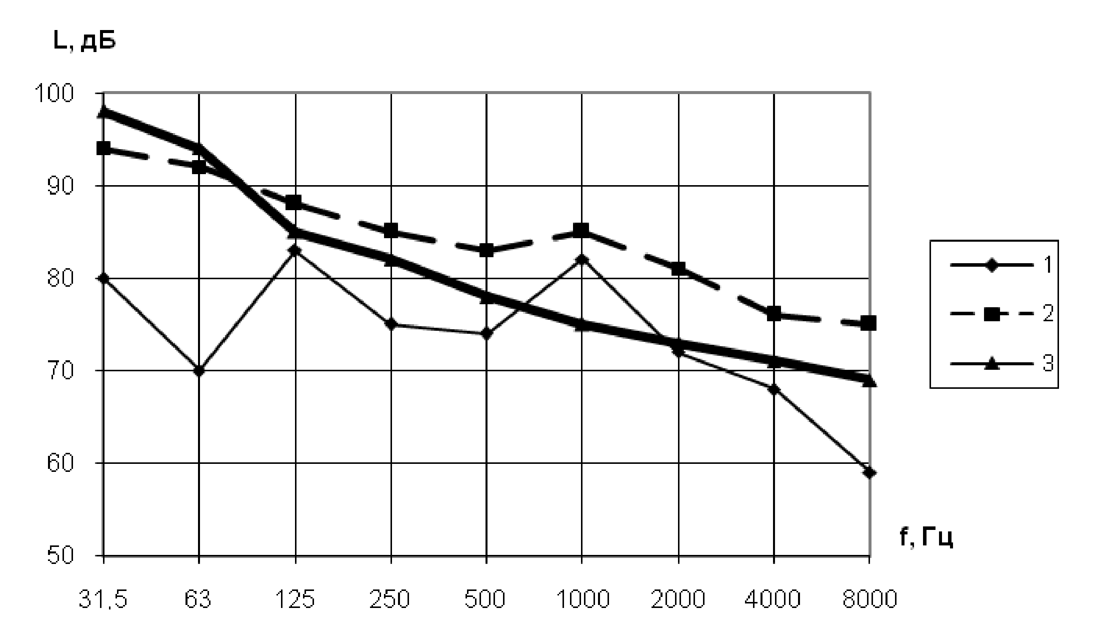


Рис. 5. Спектры шума в секции вспомогательной машины:
1 — при работающем агрегате; 2 — при движении; 3 — предельный спектр

Измерения уровней звукового давления в отсеке электрооборудования проводились при неподвижном электровозе ЭП20. Измерялись октавные уровни звукового давления возле высоковольтного блока, низковольтного блока, тягового трансформатора, тяговых преобразователей (рис. 6).

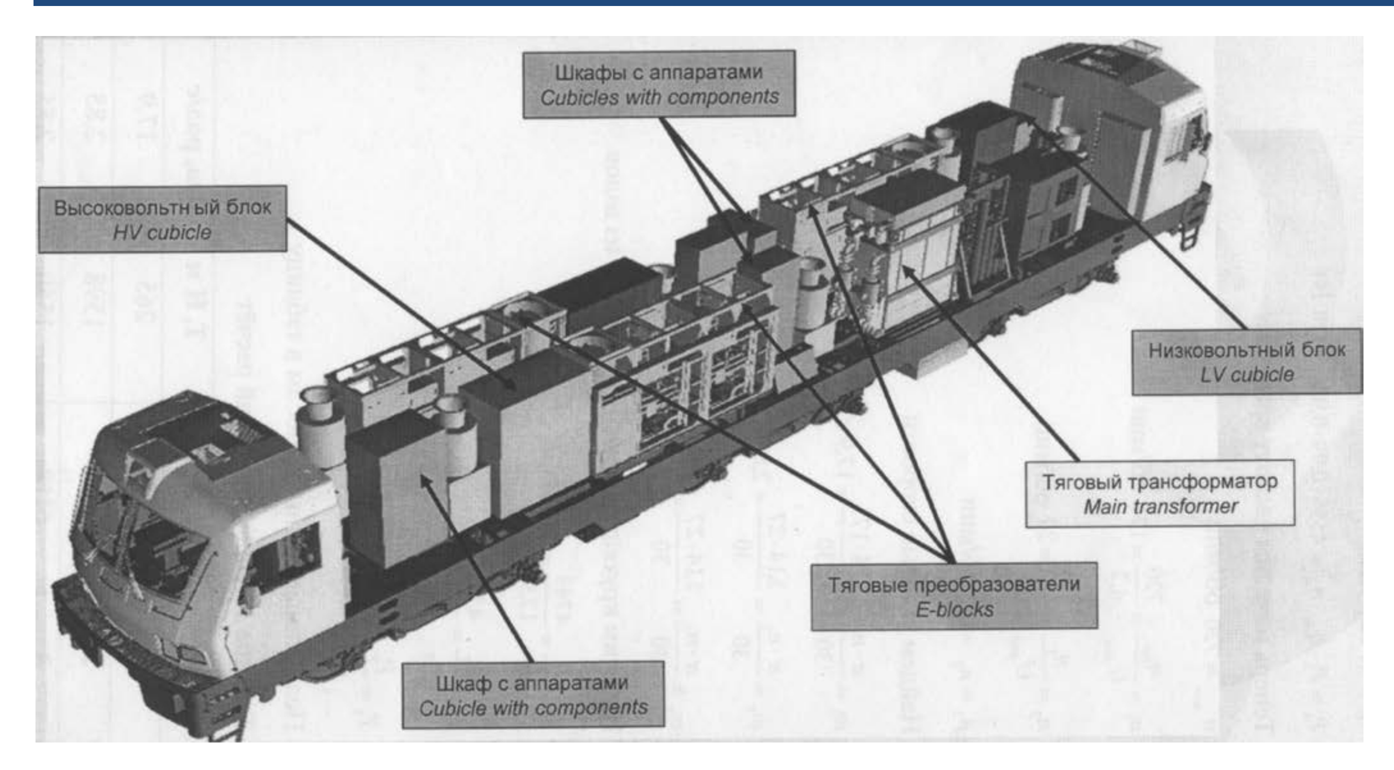


Рис. 6. Расположение оборудования на ЭП20

Результаты измерений показали, что уровни шума тягового трансформатора ЭП20 и грузового электровоза практически идентичны, т.к. разница в уровнях звукового давления находится в пределах точности измерительной аппаратуры. Уровни шума шкафов с аппаратами не превышают санитарных норм. Спектры шума высоковольтных блоков, тяговых преобразователей и низковольтного преобразователя приведены ниже. Результаты измерений показали, что спектр шума возле высоковольтного блока имеет ярко выраженный средне- и высокочастотный характер (рис. 7).

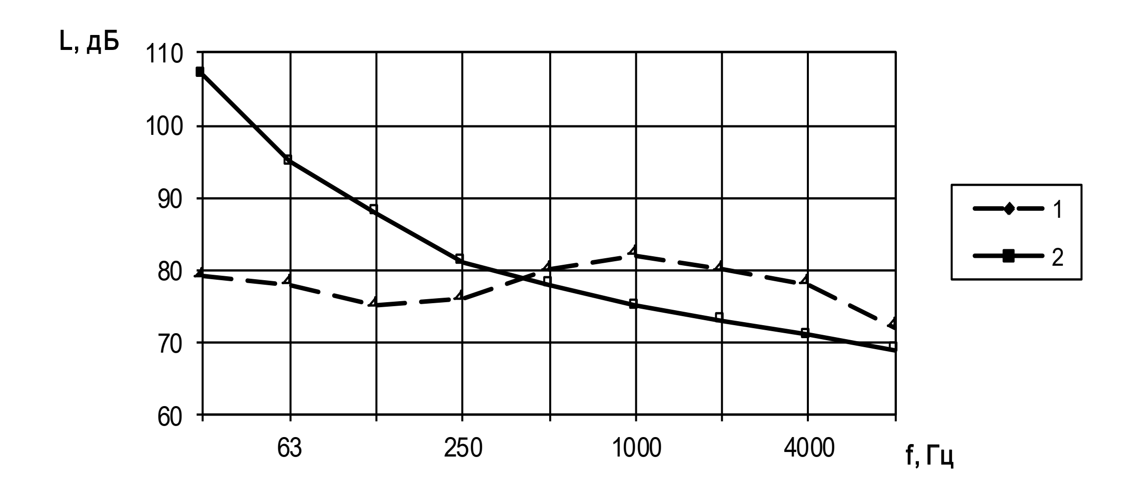


Рис. 7. Спектры шума высоковольтного блока:
1 — высоковольтный блок; 2 — норматив

Уровни звукового давления превышают предельно-допустимые значения в пятой-девятой октавах. Максимальные величины превышений зафиксированы в шестой-восьмой октавах, составляющие 7–8 дБ. В пятой и девятой октавах уровни звукового давления превышают норматив на 2 дБ.

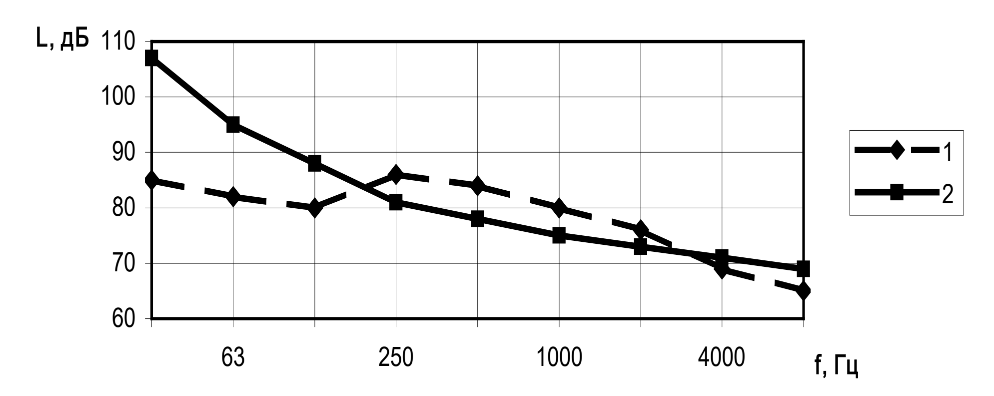


Рис. 8. Спектры шума низковольтного блока:
1 — низковольтный блок; 2 — норматив

Спектры звукового давления низковольтного блока имеют (в основном) среднечастотный характер (рис. 8). Превышения над нормативом наблюдается в четвертой-седьмой октавах и составляет 3–6 дБ.

Аналогичный состав спектра шума имеют тяговые преобразователи (рис. 9)

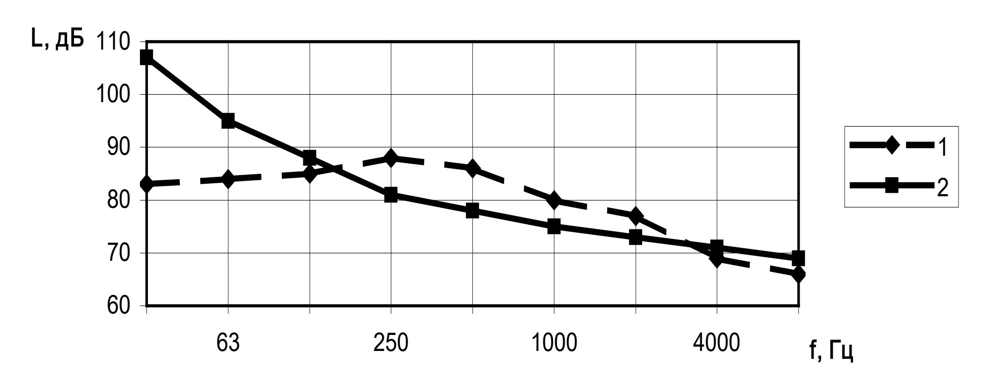


Рис. 9. Спектры шума тяговых преобразователей:
1 — тяговый преобразователь; 2 — норматив

Уровни звукового давления превышают норматив также в четвертой-седьмой октавах на 4–8 дБ.

В категории этих источников шума снизить интенсивность звукового излучения практически невозможно. Возможности снижения уровней звукового давления до санитарных норм могут быть реализованы следующими способами:

— установкой звукопоглощающих устройств на внутренних поверхностях элементов кузовных конструкций;
— установкой акустических экранов в ближнем к источникам звуковом поле;
— установкой соответствующих устройств непосредственно на излучающих звук поверхностях источников шума, выполняющих комплексную функцию звукопоглощения, вибропоглощения и звукоизоляции. Поскольку излучающие звук поверхности являются плоскими элементами, то предпочтительным является третий способ.

Несколько иная картина формирования шумовых характеристик наблюдается в секции компрессора (рис. 10).

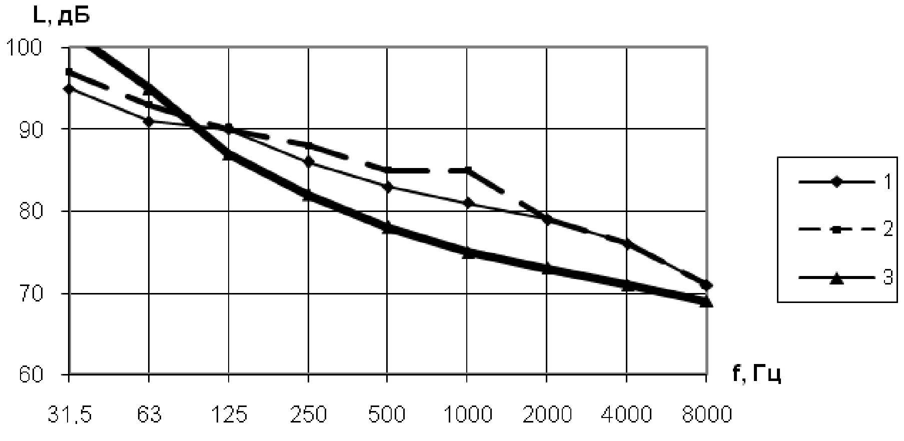


Рис. 10. Спектры шума в секции компрессора:
1 — при работающем агрегате; 2 — при движении электровоза; 3 — предельный спектр

Заключение. Следует отметить, что наиболее высокие уровни шума создает компрессор. При неподвижном электровозе уровни звукового давления превышают санитарные нормы в широкой полосе частот 125–8000 Гц. Величины превышений составляют 3–7 дБ, и максимальные значения зафиксированы в шестой-восьмой октавах (со среднегеометрическими частотами 1000, 2000, 4000 Гц) и составляют 6–7 дБ.

Полученные данные являются основой для разработки практических рекомендаций по снижению уровней звукового давления. Следует отметить, что снижение шума самих источников в условиях предприятий машиностроения изготовителей электровозов практически невозможно. Поэтому наиболее обоснованным способом является рациональный подбор систем звукопоглощения.

Библиографический список

1. Брандль, Х. Взаимодействие оснований и сооружений высокоскоростных железных дорог / Х. Брандль, А. Паульмичл // Материалы межд. XIII Дунайско-Европейской конференции по геотехнике (Любляна, Словения, 29–31 мая 2006) // Развитие городов и геотехническое строительство. — 2007. — №11. — С. 157–164.

2. Браун, В. Оценка воздействия вибраций от железнодорожного транспорта / В. Браун // Железные дороги мира. — 1985. — №8. — С. 70–74.

3. Бюхлер, С. Измерение уровня шума с учётом числа колёсных пар и длины вагона / С. Бюхлер // Железные дороги мира. — 2009. — №3. — С. 55–57.

4. Бюхлер, С. Снижение уровня шума в кривых / С. Бюхлер, Б. Таллемер // Железные дороги мира. — 2009. — №6. — С. 70–76.

5. Гёсснер, Р. Снижение уровня шума на железнодорожном транспорте Европы / Р. Гёсснер // Железные дороги мира. — 2008. — №3. — С. 62–66.

6. Томпсон, Д. Малошумный путь / Д. Томпсон, С. Джонс // Железные дороги мира. — 2002. — №9. — С. 1–9.

7. Дайшль, Ф. Защита от шума и вибрации на подземных участках железной дороги и метрополитена / Ф. Дайшль // Железные дороги мира. — 1985. — №1. — С. 1–11.

8. Иванов, Н. И. Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом: учебник. — Москва : Логос, 2010. — 424 с.

9. Кабаяси, М. Исследование вибрации и шума из-за неровностей на поверхности катания модели колеса / М. Кабаяси, Т. Наито // Железные дороги мира. — 1984. — № 7. — С. 131–132.

10. Кзольбе, К. Акустический аспект шероховатости рельсов и колёс / К. Кзольбе // Железные дороги мира. — 2010. — №12. — С. 71–74.

References

1. Brandl, H., Paulmichl, A. Vzaimodeystviye osnovaniy i sooruzheniy vy-sokoskorostnykh zheleznykh dorog. [Interaction of high-speed rail lines foundations and facilities.] Materialy mezhd. XIII Dunaysko-Yevropeyskoy konferentsii po geotekhnike (Lyublyana, Sloveniya, 29–31 maya 2006) [Proc. Int. XIII Danube-European Conference on Geotechnical Engineering (Ljubljana, Slovenia, 29-31 May 2006)] Razvitie gorodov i geotekhnicheskoe stroitel'stvo, 2007, no. 11, pp. 157-164 (in Russian).

2. Braun, V. Otsenka vozdeystviya vibratsiy ot zheleznodorozhnogo transporta. [Assessment of the impact of vibrations from railway transport.] Zheleznye dorogi mira, 1985, no. 8, pp. 70-74 (in Russian).

3. Bühler, S. Izmereniye urovnya shuma s uchotom chisla kolosnykh par i dliny vagona. [Measurement of the noise level taking into account the number of wheelsets and carriage length.] Zheleznye dorogi mira, 2009, no. 3, pp. 55-57 (in Russian).

4. Bühler, S., Tallemer, B. Snizheniye urovnya shuma v krivykh. [Reduction of noise in curves.] Zheleznye dorogi mira, 2009, no. 6, pp. 70-76 (in Russian).

5. Gössner, R. Snizheniye urovnya shuma na zheleznodorozhnom transporte Yevropy [Noise reduction in railway transport in Europe.] Zheleznye dorogi mira, 2008, no. 3, pp. 62-66 (in Russian).

6. Tompson, D., Jones, S. Maloshumnyy put'. [Low-noise track.] Zheleznye dorogi mira, 2002, no. 9, pp. 1-9 (in Russian).

7. Deishl, F. Zashchita ot shuma i vibratsii na podzemnykh uchastkakh zheleznoy dorogi i metropolitena [Protection against noise and vibration in underground railway stations and metro.] Zheleznye dorogi mira, 1985, no. 1, pp. 1-11 (in Russian).

8. Ivanov, N.I. Inzhenernaya akustika. Teoriya i praktika bor'by s shumom. [Engineering acoustics. Theory and practice of noise control.] Moscow: Logos, 2010, 424 p. (in Russian).

9. Kobayashi, M., Naito, T. Issledovaniye vibratsii i shuma iz-za nerovnostey na poverkhnosti kataniya modeli kolesa [Vibration and noise of model wheel due to tread roughness.] Zheleznye dorogi mira, 1984, no. 7, pp. 131-132 (in Russian).

10. Czolbe, C. Akusticheskiy aspekt sherokhovatosti rel'sov i kolos. [Acoustic aspect of the roughness of rails and wheels.] Zheleznye dorogi mira, 2010, no. 12, pp. 71-74 (in Russian).

Поступила в редакцию 27.08.2016
Сдана в редакцию 27.08.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 27.08.2016
Submitted 27.08.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 51:621.891 DOI 10.12737/23784

Расчетная модель радиального подшипника повышенной несущей способности, работающего на микрополярной смазке с учетом ее вязкостных характеристик от температуры*

К. С. Ахвердиев[1], Е. О. Лагунова[2], К. С. Солоп[3]**
[1, 2, 3] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Design model of heavy-duty radial bearing running on micropolar grease with account of its viscosity-temperature characteristics ***

K. S. Akhverdiev[1], E. O. Lagunova[2], K. S. Solop[3]**
[1, 2, 3] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью данного исследования является описание метода расчета радиального подшипника скольжения с адаптированным профилем опорной поверхности, работающего на микрополярном смазочном материале. Кроме того, предполагается, что вязкостные характеристики микрополярной жидкости зависят от температуры. Рассматривается частичное заполнение смазочным материалом рабочего зазора (т. е. наличие свободной поверхности). Кроме обычных безразмерных параметров теории ньютоновской жидкости вводятся и другие параметры для микрополярной жидкости: взаимодействие N и N_1 (характеризует зависимость от размера молекул смазки). В результате численного анализа показано, что с увеличением теплового параметра K несущая способность подшипника уменьшается. С увеличением параметра N_1 и параметра ω, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности, несущая способность увеличивается. При значении параметра $\omega = 0{,}5$ достигается максимум несущей способности. При $N_1 \to \infty$ значение несущей способности стремится к соответствующему значению для случая ньютоновского смазочного материала.

The study objective is to develop a method for calculating the plain journal bearing with an adapted profile of the bearing surface operating on the micropolar lubrication. Furthermore, it is assumed that the micropolar fluid viscosity characteristics are temperature dependent. Partial filling of the front gap with lubricant (i.e. availability of a free surface) is considered. Except regular dimensionless parameters of Newtonian fluid theory, other options for micropolar liquid are introduced, namely the interaction of N and N_1 parameters characterizing the dependence on the size of the grease molecules. The numerical analysis shows that with the heat parameter (K) increment, the carrying capacity of the bearing decreases. With the increment of the parameters N_1 and ω characterizing the adapted profile of the bearing surface, the bearing capacity increases. At the parameter point of ω=0.5, maximum load capacity is achieved. At $N_1 \to \infty$ the bearing capacity value tends to the corresponding value for the case of Newtonian lubricant

Ключевые слова: радиальный подшипник, несущая способность, микрополярный смазочный материал, зависимость вязкостных характеристик от температуры, адаптированный профиль

Keywords: radial bearing, load capacity, micropolar lubricant, temperature dependent viscous characteristics, adapted profile.

Введение. Как известно, в настоящее время в качестве модели гидродинамической смазки подшипников скольжения широко используется микрополярный жидкий смазочный материал. Поэтому разработка методов расчета подшипников скольжения, работающих на микрополярном жидком смазочном материале, требует учета зависимости вязкости не только от давления, а также зависимость вязкостных характеристик от температуры. Значимый недостаток существующих методов расчета подшипников скольжения, работающих на микрополярном жидком смазочном материале, состоит в том, что в большинстве случаев или вовсе не учитывается зависимость вязкости от давления и температуры [1–7], или учитывается эта зависимость только от давления [8–11].

Постановка задачи. Рассмотрим установившееся движение микрополярного смазочного материала в зазоре радиального подшипника. Предполагается, что подшипник с адаптированным профилем опорной поверхности неподвижен, а вал вращается с угловой скоростью Ω (рис. 1).

*Работа выполнена по гранту ОАО «РЖД» на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта.
**E-mail: vm@rgups.ru, lagunova@rambler.ru
*** The research is done on OJSC “RR” grant on the development of academic schools in the sphere of railway transport.

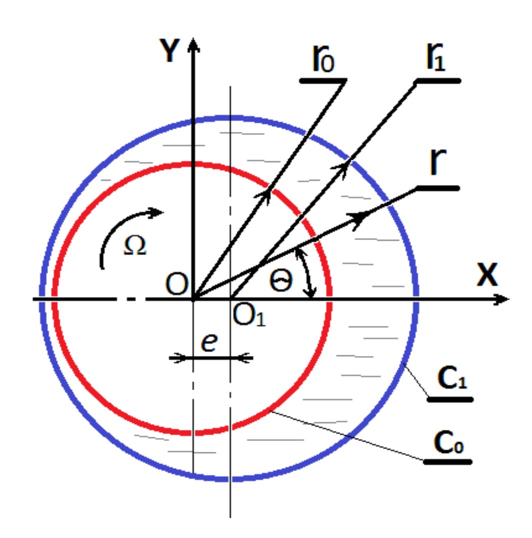


Рис. 1. Расчетная схема радиального подшипника

Предполагается, что имеет место частичное заполнение смазочным материалом рабочего зазора (т. е. наличие свободной поверхности). Кроме того, предполагается, что вязкостные характеристики микрополярной жидкости зависят от температуры.

$$\mu' = \mu_0 e^{-\beta' T'}, \qquad \kappa' = \kappa_0 e^{-\beta' T'}, \qquad \gamma' = \gamma_0 e^{-\beta' T'} \tag{1}$$

Здесь μ_0 — характерная вязкость ньютоновского смазочного материала; κ_0 и γ_0 — характерные вязкости микрополярного смазочного материала;
T' — температура, β' — экспериментальная постоянная величина.

Уравнение контуров вала и подшипниковой втулки в полярной системе координат r', θ в центре вала запишутся в виде:

$$r' = r_0, \quad r' = r_1 + e\cos\theta - a\sin\omega\theta, \tag{2}$$

где r_0 — радиус шипа; r_1 — радиус подшипника; e — эксцентриситет; $\frac{e}{\delta}, \frac{a}{\delta}$ — малая величина одного порядка ($\delta = r_1 - r_0$); ω — параметр контактного профиля подлежит определению.

Основные уравнения и граничные условия. В качестве исходных уравнений берется система безразмерных уравнений движения микрополярной жидкости для случая «тонкого слоя» с учетом (1), а также уравнение неразрывности:

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + N^2 \frac{\partial \upsilon}{\partial r} = \frac{1}{e^{-\beta T}} \frac{dp}{d\theta}, \\ \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial r^2} = \frac{\upsilon}{N_1} + \frac{1}{N_1}\frac{\partial u}{\partial r}, \qquad \frac{\partial u}{dr} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0. \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь размерные величины $u', v', \upsilon', p', \mu', \kappa', \gamma', \tau', T', r'$ связаны с соответствующими безразмерными $u, v, \upsilon, p, \kappa, \gamma, T, r$ следующими соотношениями:

$$\begin{gathered} u' = u\Omega r_0; \quad v' = \Omega\delta v; \quad \nu' = \nu^* \nu; \quad p' = p^* p; \\ \mu' = \mu_0\mu; \quad \kappa' = \kappa_0\kappa; \quad \gamma' = \gamma_0\gamma; \quad T' = T_0 T; \quad r' = r_0 + \delta r; \\ \upsilon^* = \frac{r_0\Omega}{2\delta}, \quad p^* = \frac{r_0^2\Omega(2\mu_0 + \kappa_0)}{2\delta^2}, \quad \delta = r_1 - r_0; \\ N^2 = \frac{\kappa_0}{2\mu_0 + \kappa_0}; \quad N_1 = \frac{l^2 2\mu_0}{\delta^2\kappa_0}; \quad l^2 = \frac{\gamma_0}{4\mu_0}. \end{gathered} \tag{4}$$

Здесь u', v' — компоненты вектора скорости; υ' — скорость вращения микрочастиц, T_0 — характерная температура.

Как видно из системы (3), помимо обычных безразмерных параметров, встречающихся в теории ньютоновской жидкости, здесь вводятся и другие параметры для микрополярной жидкости.

Параметр взаимодействия $N \to 0$ при $\kappa_0 \to 0$.

Безразмерный параметр N_1 зависит от параметра l, имеющего размерность длины, и его можно трактовать как характеристику, зависящую от размера молекул смазки. Система уравнений (3) с точностью до членов $O\left(\frac{\delta}{r_0}\right)$ решается при следующих граничных условиях:

$$u=0,\quad v=0,\quad \upsilon=0 \quad \text{при} \quad r=h(\theta)=1+\eta\theta-\eta_1\sin\omega\theta;$$
$$u=1,\quad v=0,\quad \upsilon=0 \quad \text{при} \quad r=0;$$
$$p=(0) \quad \text{при} \quad \theta=\theta_1 \quad \text{и} \quad \theta=\theta_2; \tag{5}$$
$$\eta=\frac{e}{\delta};\quad \eta_1=\frac{a}{\delta};$$

θ_1 и θ_2 — соответственно координаты начала и конца свободной поверхности. Осредним второе уравнение системы (3) по толщине смазочного слоя. Получим:

$$\frac{1}{h}\int_0^h\frac{\partial^2\nu}{\partial r^2}dr=\frac{1}{N_1h}\int_0^h\nu dy+\frac{1}{N_1h}\int_0^h\frac{\partial u}{\partial r}dr\,. \tag{6}$$

Найдем решение уравнения (6) в виде:

$$\upsilon=A_1(\theta)r^2+A_2(\theta)r+A_3(\theta)\,. \tag{7}$$

Из граничных условий (5) следует, что

$$A_3=0;\qquad A_2=-A_1h\,. \tag{8}$$

С учетом (8) для υ получим выражение:

$$\upsilon=A_1(\theta)\cdot\left(r^2-rh\right). \tag{9}$$

Подставляя (9) в (6) с точностью до членов $O\left(\eta\cdot\frac{1}{N_1}\right)$, $O\left(\eta_1\cdot\frac{1}{N_1}\right)$, $O\left(\frac{1}{N_1^2}\right)$, получим:

$$\upsilon=-\frac{1}{2N_1}\left(r^2-2h\right),\qquad \frac{\partial\upsilon}{\partial y}=-\frac{1}{2N_1}(2r-h)\,. \tag{10}$$

С учетом (10) система уравнений (3) в принятом нами приближении преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial^2u}{\partial r^2}-\frac{N^2}{2N_1}(2r-h)=e^{\beta T}\frac{dp}{d\theta},$$
$$\upsilon=-\frac{1}{2N_1}\left(r^2-rh\right), \tag{11}$$
$$\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}=0.$$

Точное автомодельное решение системы (11) с граничными условиями (5) будем искать в виде:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial r}+U(r,\theta),\qquad v=-\frac{\partial\psi}{\partial\theta}+V(r,\theta),$$
$$V(r,\theta)=-\tilde{v}(\xi)h'_\theta\,,\qquad U(r,\theta)=\tilde{u}(\xi),\qquad \xi=\frac{r}{h(\theta)},$$
$$\psi(r,\theta)=\tilde{\psi}(\xi),\qquad e^{\beta T}\frac{dp}{d\theta}=\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}, \tag{12}$$
$$\upsilon=-\frac{1}{2N_1}\left(\xi^2-\xi\right).$$

С учетом (12) из системы (11), получим:

$$\tilde{\psi}''' = \tilde{C}_2, \qquad \tilde{u}''(\xi) = \tilde{C}_1 + \frac{N^2}{2N_1}(2\xi - 1),$$

$$\tilde{u}' + \xi\tilde{v}' = 0, \qquad \upsilon = -\frac{1}{2N_1}\left(\xi^2 - \xi\right), \tag{13}$$

$$\frac{dp}{d\theta} = e^{-\beta T}\left(\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}\right).$$

Граничные условия (5) примут вид:

$$\tilde{\psi}'(0) = 0, \quad \tilde{\psi}'(1) = 0; \qquad \tilde{u}(0) = 1, \qquad \tilde{v}(0) = 0,$$

$$\tilde{u}(1) = 0, \qquad \tilde{v}(1) = 0, \tag{14}$$

$$\int_0^1 \tilde{u}(\xi)\,d\xi = 0, \qquad p(\theta_1) = p(\theta_2) = 0.$$

Решая задачу (13) - (14) непосредственным интегрированием, получим:

$$\tilde{\psi}'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}\left(\xi^2 - \xi\right),$$

$$\tilde{u}(\xi) = \tilde{C}_1\frac{\xi^2}{2} + \frac{N^2}{2N_1}\left(\frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^2}{2}\right) + \left(\frac{N^2}{12N_1} - \frac{\tilde{C}_1}{2} - 1\right)\xi + 1, \tag{15}$$

$$\upsilon = -\frac{1}{2N_1}\left(\xi^2 - \xi\right).$$

Здесь $\tilde{C}_1 = 6 - \dfrac{N^2}{N_1}$, а $\tilde{C}_2$ в дальнейшем определим из условия $p(\theta_1) = p(\theta_2) = 0$.

Как и ожидалось, при $N_1 \to \infty$, $v \to \infty$ полученные результаты полностью совпадают с результатом для случая ньютоновской смазки.

Для определения гидродинамического давления имеем:

$$e^{\beta T}\frac{dp}{d\theta} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}. \tag{16}$$

Для решения этого уравнения необходимо вначале найти функцию $\mu = \dfrac{1}{e^{\beta T}}$. Воспользуемся выражением для скорости диссипации энергии под действием сил сдвига. Получим

$$\frac{dH'}{d\theta} = \frac{2\mu_0\mu\Omega^2 r_0^2 h}{\delta}\int_0^1\left(\frac{\tilde{\psi}''}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{u}'(\xi)}{h(\theta)}\right)^2 d\xi. \tag{17}$$

Повышенная температура будет определяться выражением.

$$\frac{dT'}{d\theta} = \frac{dH'}{d\theta}\cdot\frac{1}{c_p Q} = \frac{1}{c_p Q}\cdot\frac{2\mu_0\mu\Omega^2 r_0^2 h(\theta)}{\delta}\int_0^1\left(\frac{\tilde{\psi}''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{u}'(\xi)}{h(\theta)}\right)^2 d\xi. \tag{18}$$

Здесь Q — расход смазки в единицу времени; c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

$$Q = \Omega r_0\delta\int_0^1 \psi'(\xi)\,d\xi = \frac{-\delta\Omega r_0\tilde{C}_2}{12}. \tag{19}$$

Продифференцируем по θ зависимость μ от температуры T:

$$\frac{d\mu}{d\theta} = -\mu\beta\frac{dT}{d\theta}. \tag{20}$$

Комбинируя (18) - (20), получим:

$$\frac{1}{\mu^2(\theta)}\frac{d\mu}{d\theta} = \frac{24\beta\mu_0\Omega r_0\, h(\theta)}{\tilde{C}_2 c_p\delta^2 T_0}\int_0^1\left(\frac{\tilde{\psi}''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{u}'(\xi)}{h(\theta)}\right)^2 d\xi. \tag{21}$$

Введем следующие обозначения:

$$K = \frac{24\beta\mu_0\Omega r_0}{h_0^2 c_p T_0}.$$

$$\Delta_1=\int_0^1\left(\tilde{\psi}''(\xi)\right)^2 d\xi=\frac{\tilde{C}_2}{12},\quad \Delta_2=\int_0^1 2\tilde{\psi}''(\xi)\tilde{u}'(\xi)d\xi=\frac{1}{6}\tilde{C}_2\tilde{C}_1,$$
$$\Delta_3=\int_0^1\left(\tilde{u}'\right)^2 d\xi=\frac{N^2}{720}+4-\frac{N^2}{N_1}+\frac{N^4}{12N_1^2}. \tag{22}$$

Здесь K — тепловой параметр.

С учетом (22) уравнение (21) преобразуется к виду:

$$\frac{1}{\mu^2(\theta)}\frac{d\mu}{d\theta}=\frac{K}{\tilde{C}_2}\left(\frac{\Delta_1}{h^3(\theta)}+\frac{\Delta_2}{h^2(\theta)}+\frac{\Delta_3}{h(\theta)}\right), \tag{23}$$

Интегрируя уравнение (23), получим:

$$\mu(\theta)=\frac{1}{1-\frac{K}{\tilde{C}_2}\left[J_3(\theta)\Delta_1+J_2(\theta)\Delta_2+J_1(\theta)\Delta_3\right]},\quad J_\kappa(\theta)=\int_{\theta_1}^{\theta}\frac{d\theta}{h^\kappa(\theta)}. \tag{24}$$

Гидродинамическое давление p с учетом (24) определяем из уравнения (16).

$$p=\tilde{C}_1\int_{\theta_1}^{\theta}\frac{\mu(\theta)d\theta}{h^2(\theta)}+\tilde{C}_2\int_{\theta_1}^{\theta}\frac{\mu(\theta)d\theta}{h^3(\theta)}=\tilde{C}_1\tilde{J}_2(\theta)+\tilde{C}_2\tilde{J}_3(\theta)=$$
$$=\left(6-\frac{N^2}{N_1}\right)\left\{(\theta-\theta_1)-\eta(\theta-\theta_1)^2-\frac{2\eta_1}{\omega}\cos\omega(\theta-\theta_1)-\right.$$
$$-\left[(\theta_2-\theta_1)^2+\frac{\eta}{2}(\theta_2-\theta_1)^3+\frac{\eta_1(\theta_2-\theta_1)}{\omega}\cos\omega(\theta_2-\theta_1)\right]\times$$
$$\left.\times\left[(\theta-\theta_1)-\frac{3\eta}{2}(\theta-\theta_1)^2-\frac{3\eta_1}{\omega}\cos\omega(\theta_2-\theta_1)\right]\right\}. \tag{25}$$

Перейдем к определению основных рабочих характеристик радиального подшипника.

Для безразмерной несущей способности и безразмерной силы трения с учетом (25) получим:

$$R_y=-\frac{r_0^3\Omega(2\mu_0+\kappa_0)}{2\delta^2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}p\sin\theta d\theta,\qquad R_x=-\frac{r_0^3\Omega(2\mu_0+\kappa_0)}{2\delta^2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}p\cos\theta d\theta,$$
$$L_{mp}=-\frac{\mu_0\Omega r_0}{\delta}\left[\int_{\theta_1}^{\theta_2}-\frac{\tilde{C}_2}{2}\frac{d\theta}{h^2(\theta)}+\left(\frac{7N^2}{12N_1}-4\right)\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{d\theta}{h(\theta)}\right]. \tag{26}$$

Входные параметры для расчета несущей способности и силы трения, определяемые выражением (22) - (26), приведены в таблицах №1 и №2.

Таблица 1

Входные параметры для расчета несущей способности и силы трения

$\tilde{J}_1$	$\tilde{J}_2$	$\tilde{J}_3$	$\eta=\eta_1$	N	N_1	ω	β	K	$\theta_2-\theta_1$
7,36	7,12	2,83	0,01	0,95	100	0,5	0,7	0,8	15°
7,34	7,10	2,82	0,01	0,95	200	0,5	0,8	0,9	15°
7,38	7,14	2,84	0,01	0,95	300	0,5	0,6	0,7	15°
14,02	13,22	5,377	0,01	0,95	100	0,5	0,7	0,8	30°
14,006	13,21	5,358	0,01	0,95	200	0,5	0,8	0,9	30°
14,04	13,24	5,396	0,01	0,95	300	0,5	0,6	0,7	30°

Таблица 2

Входные параметры для расчета несущей способности и силы трения

Δ_1	Δ_2	Δ_3	N	N_1	ω	$\eta=\eta_1$	β	K
0,003	0,1997	3,99	0,95	100	0,5	0,01	0,7	0,8
0,0033	0,1998	3,995	0,95	200	0,5	0,01	0,8	0,9
0,0033	0,1999	3,997	0,95	300	0,5	0,01	0,6	0,7

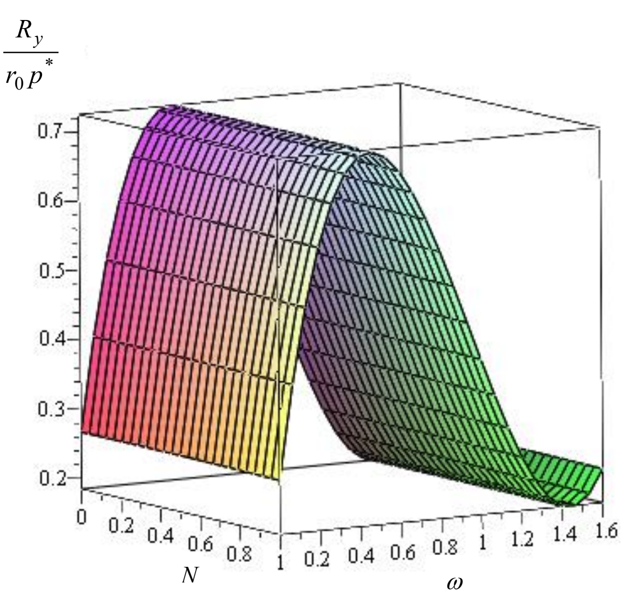


Рис. 2. Зависимость безразмерной несущей способности от параметра связи N и параметра ω

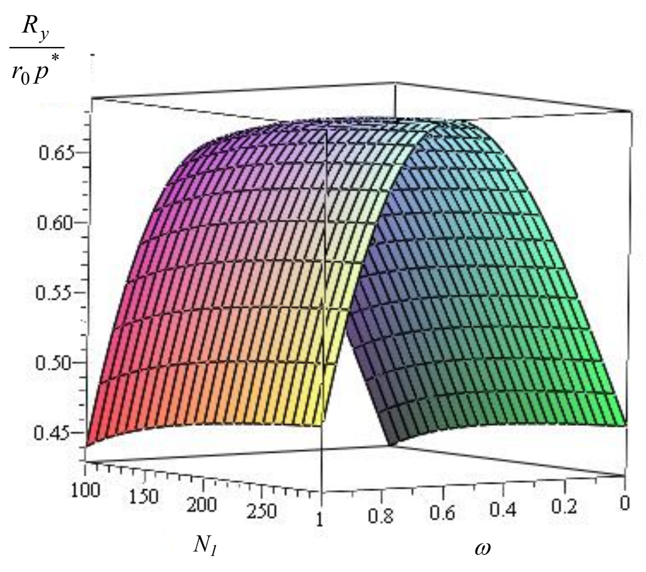


Рис. 3. Зависимость безразмерной несущей способности от параметра N_1 и параметра ω

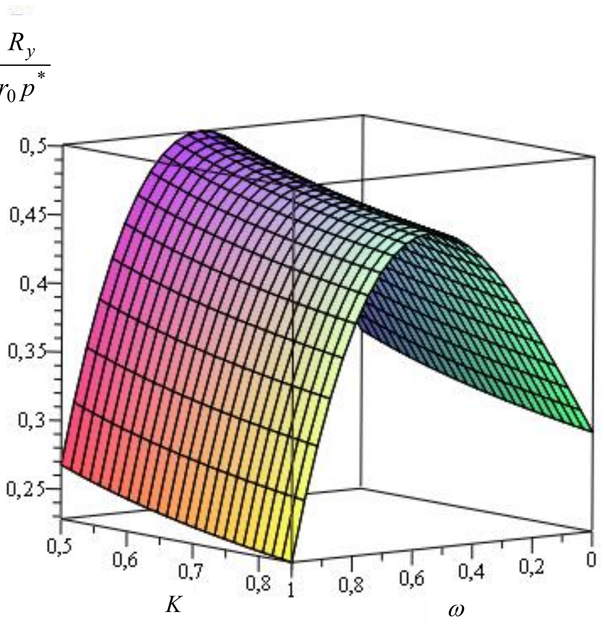


Рис. 4. Зависимость безразмерной несущей способности от теплового параметра K и параметра ω

Выводы. Результаты численного анализа, приведенные в табл. 1, 2 и на рис. 2–4 позволяют сделать следующие выводы.

1) Основные рабочие характеристики подшипника существенно зависят от:

— параметра ω, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности;

— теплового параметра K;

— экспериментального параметра β, обусловленного зависимостью вязкости от температуры Т.

2) С увеличением теплового параметра K несущая способность подшипника уменьшается. Наиболее резкое уменьшение отмечается при K<0,5. При K>0,7 несущая способность стабилизируется. С увеличением параметра N_1 и параметра ω, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности, несущая способность увеличивается. Параметр связи N не оказывает существенного влияния на несущую способность. При значении параметра ω=0,5 наблюдается ярко выраженный максимум несущей способности. При $N_1 \to \infty$ значение несущей способности стремится к соответствующему значению несущей способности для случая ньютоновского смазочного материала.

Библиографический список

1. Мукутадзе, М. А. Математическая модель сжимаемой микрополярной гидродинамической смазки радиального подшипника с адаптированным профилем его опорной поверхности / М. А. Мукутадзе // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 8 (59). — С. 1400–1404.

2. Математическая модель гидродинамической смазки радиального подшипника, работающего в нестационарном режиме на микрополярной смазке / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщения. — 2008. — № 1 (29). — С. 147–151.

3. Гидродинамический расчет радиального подшипника, работающего в нестационарном режиме на вязкопластичной смазке, обладающей микрополярными свойствами / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщения. — 2008. — № 4 (32). — С. 131–138.

4. Аналитический метод прогнозирования значений критериев микрополярной смазки, обеспечивающих устойчивый режим работы радиального подшипника скольжения / К. С. Ахвердиев [и др.] // Трение и износ. — 2008. — Т. 29, № 2. — С. 184–191.

5. Математическая модель микрополярной смазки подшипников скольжения с податливой опорной поверхностью / К. С. Ахвердиев [и др.] // Трение и смазка в машинах и механизмах. — 2012. — № 6. — С. 22–25.

6. Вовк, А. Ю. Математическая модель прогнозирования значений безразмерных критериев микрополярной смазки, обеспечивающих рациональный режим работы радиального подшипника скольжения / А. Ю. Вовк, М. А. Мукутадзе, М. А. Савенкова // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщения. — 2007. — № 1 (25). — С. 5–8.

7. Расчетная модель радиального подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на микрополярной смазке с учетом ее вязкостных характеристик от давления [Электронный ресурс] / К. С. Ахвердиев [и др.] // Инженерный вестник Дона. — 2013. — № 4. — Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2200 (дата обращения: 20.11.14).

8. Расчетная модель упорного подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на неньютоновских смазочных материалах с адаптированной опорной поверхностью [Электронный ресурс] / К. С. Ахвердиев [и др.] // Инженерный вестник Дона. — 2013. — № 4. — Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2201 (дата обращения: 20.11.14).

9. Ахвердиев, К. С. Разработка расчетных моделей подшипников скольжения на основе усовершенствования упругодинамической теории смазки / К. С. Ахвердиев, М. А. Мукутадзе, А. Ч. Эркенов. — Ростов-на-Дону : Изд-во РГУПС, 2012. — 371 с.

10. Мукутадзе, М. А. Разработка системы расчетных моделей подшипников скольжения на основе развития гидродинамической и реодинамической теории смазки : дис. … д-ра техн. наук / М. А. Мукутадзе. — Ростов-на-Дону : РГУПС, 2015. — 476 с.

11. Лагунова, Е. О. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости от давления радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / Е. О. Лагунова, Т. С. Черкасова, М. А. Мукутадзе // Тр. Междунар. науч.-практ. конф. «Транспорт-2014». Ч. III. Технические и естественные науки. — Санкт-Перербург, 2014. — С. 218–220.

References

1. Mukutadze, M.A. Matematicheskaya model' szhimaemoy mikropolyarnoy gidrodinamicheskoy smazki radial'nogo podshipnika s adaptirovannym profilem ego opornoy poverkhnosti. [Mathematical model of compressible micropolar hydrodynamic lubrication for radial bearing with adapted profile of its surface.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 8 (59), pp. 1400–1404 (in Russian).

2. Akhverdiev, K.S., et al. Matematicheskaya model' gidrodinamicheskoy smazki radial'nogo podshipnika, rabotayushchego v nestatsionarnom rezhime na mikropolyarnoy smazke. [Mathematical model of hydrodynamic lubrication for radial bearing operating in an unsteady mode on micropolar lubrication.] Vestnik RGUPS, 2008, no. 1 (29), pp. 147–151 (in Russian).

3. Akhverdiev, K.S., et al. Gidrodinamicheskiy raschet radial'nogo podshipnika, rabotayushchego v nestatsionarnom rezhime na vyazkoplastichnoy smazke, obladayushchey mikropolyarnymi svoystvami. [The hydrodynamic calculation of radial bearing operating in nonstationary conditions with viscous-plastic lubricant having micropolar properties.] Vestnik RGUPS, 2008, no. 4 (32), pp. 131–138 (in Russian).

4. Akhverdiev, K.S., et al. Analiticheskiy metod prognozirovaniya znacheniy kriteriev mikropolyarnoy smazki, o-bespechivayushchikh ustoychivyy rezhim raboty radial'nogo podshipnika skol'zheniya. [Analytical method for prognosis of values of micropolar lubrication criteria providing stable operation of radial sliding bearing.] Friction and Wear, 2008, vol. 29, no. 2, pp. 184–191 (in Russian).

5. Akhverdiev, K.S., et al. Matematicheskaya model' mikropolyarnoy smazki podshipnikov skol'zheniya s podatlivoy opornoy poverkhnost'yu. [Mathematical model of micropolar greasing of bearings of sliding with a pliable basic surface.] Friction & Lubrication in Machines and Mechanisms, 2012, no. 6, pp. 22–25 (in Russian).

6. Vovk, A.Y., Mukutadze, M.A., Savenkova, M.A. Matematicheskaya model' prognozirovaniya znacheniy bezrazmernykh kriteriev mikropolyarnoy smazki, obespechivayushchikh ratsional'nyy rezhim raboty radial'nogo podshipnika skol'zheniya. [Mathematical model for predicting values of dimensionless criteria of micropolar lubrication ensuring rational operation of the radial plain bearing.] Vestnik RGUPS, 2007, no. 1 (25), pp. 5–8 (in Russian).

7. Akhverdiev, K.S., et al. Raschetnaya model' radial'nogo podshipnika skol'zheniya s povyshennoy nesushchey sposobnost'yu, rabotayushchego na mikropolyarnoy smazke s uchetom ee vyazkostnykh kharakteristik ot davleniya. [Computational model of the radial plain bearing with high load carrying capacity operating at micropolar grease with account of its viscous characteristics from pressure.] Engineering Journal of Don, 2013, no. 4. Available at: http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2200 (accessed: 20.11.14) (in Russian).

8. Akhverdiev, K.S., et al. Raschetnaya model' upornogo podshipnika skol'zheniya s povyshennoy nesushchey sposobnost'yu, rabotayushchego na nen'yutonovskikh smazochnykh materialakh s adaptirovannoy opornoy poverkhnost'yu. [Computational model of thrust sliding bearing with high load-bearing capacity operating on non-Newtonian lubricants with adapted supporting surface.] Engineering Journal of Don, 2013, no. 4. Available at: http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2201 (accessed: 20.11.14) (in Russian).

9. Akhverdiev, K.S., Mukutadze, M.A., Erkenov, A.C. Razrabotka raschetnykh modeley podshipnikov skol'zheniya na osnove usovershenstvovaniya uprugodinamicheskoy teorii smazki. [Development of computational models of plain bearings on the basis of improving elastic dynamical theory of lubrication.] Rostov-on-Don: RSTU Press, 2012, 371 p. (in Russian).

10. Mukutadze, M.A. Razrabotka sistemy raschetnykh modeley podshipnikov skol'zheniya na osnove razvitiya gidrodinamicheskoy i reodinamicheskoy teorii smazki: dis. … d-ra tekhn. nauk. [Development of calculation models system of sliding bearings on the basis of the hydrodynamic lubrication theory and rheodynamic theory of lubrication: Dr.Sci. (Engs.) diss.] Rostov-on-Don: RSTU, 2015, 476 p. (in Russian).

11. Lagunova, E.O.,Cherkasova, T.S., Mukutadze, M.A. Raschetnaya model' s uchetom zavisimosti vyazkosti ot davleniya radial'nogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu. [Computational model with account of dependence of viscosity on the radial bearing pressure which has higher load-bearing capacity.] Tr. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. «Transport-2014». Ch. III. Tekhnicheskie i estestvennye nauki. [Proc. Int. Sci.-Pract. Conf. "Transport-2014". Part III. Engineering and Science] St. Petersburg, 2014, pp. 218–220 (in Russian).

Поступила в редакцию 24.06.2016
Сдана в редакцию 24.06.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 24.06.2016
Submitted 24.06.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 539.182; 519.632 DOI 10.12737/22156

Применение численных фундаментальных решений в методе точечных источников поля*

С. Ю. Князев[1], **Е. Е. Щербакова**[2**]

[1, 2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Application of the numerically obtained fundamental solutions in the field point-source method***

S. Yu. Knyazev[1], **E. E. Shcherbakova**[2**]

[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является получение интегрального уравнения, с помощью которого, используя известное фундаментальное решение другого уравнения, возможно численным методом найти фундаментальное решение линейного уравнения эллиптического типа. Вводится понятие численного фундаментального решения (ЧФР). Полученные таким образом численные фундаментальные решения (ЧФР) могут быть использованы при решении краевых задач для уравнений эллиптического типа различной размерности с помощью метода точечных источников поля (МТИ). Результатом работы является создание эффективного численного метода решения краевых задач с использованием ЧФР. Это позволяет расширить круг решаемых с помощью МТИ задач. Таким образом, МТИ выступает в качестве универсального численного метода при решении краевых задач для линейных уравнений эллиптического типа. Особенно эффективно применение предложенного способа при решении трехмерных задач Дирихле для уравнений со сферически симметричными фундаментальными решениями. В качестве тестовой задачи предложенным способом решено уравнение Шредингера для одномерного квантового осциллятора. Показано, что, используя фундаментальные решения уравнения Шредингера, полученные численно, удается найти собственные значения и собственные функции квантового осциллятора. Найденные собственные функции осциллятора соответствуют известным аналитическим решениям квантовой задачи. В качестве другого тестового примера решается двумерная краевая задача для уравнения Гельмгольца. В этом случае предварительно находится численное фундаментальное решение для уравнения Гельмгольца. Вычислены зависимости погрешности численного решения от числа узлов в области решения задачи. На основании полученных результатов делается вывод о перспективности предложенного численного метода.

Ключевые слова: фундаментальное решение, метод фундаментальных решений, метод точечных источников, метод интегрированных источников, дискретные источники.

The work objective is to obtain an integral equation by which, using the known fundamental solution to the other equation, it is possible to find a fundamental solution to the linear elliptic equation. The concept of a numerical fundamental solution (NFS) is introduced. The so obtained numerical fundamental solutions (NFS) can be used for solving boundary value problems for N-dimensional elliptic equations by the field point source method (PSM). The research result is the development of the effective numerical method for solving boundary value problems using the NFS. This allows expanding the range of solvable problems using PSM, making PSM a universal numerical method for solving boundary value problems for linear elliptic equations. It admits solutions to various types of boundary value problems. Especially effective is the use of the proposed method for solving three-dimensional Dirichlet problems for equations with spherically symmetric fundamental solutions. The Schrödinger equation for a one-dimensional quantum oscillator is solved by the proposed method as a test problem. It is shown that it is possible to find the eigenvalues and eigenfunctions of the quantum oscillator using numerically obtained fundamental solutions to the Schrödinger equation. The oscillator eigenfunctions obtained by the proposed method are in good agreement with the known analytical solutions to quantum problems. Then, as another test example, a two-dimensional boundary value problem for the Helmholtz equation is solved. In this case, it is necessary to obtain a numerical fundamental solution to the Helmholtz equation first. Dependences of the numerical solution error on the nodes number in the problem solution domain are calculated. Upon the results obtained, the following conclusion is made. The results of solving test problems confirm the efficiency of the proposed numerical method.

Keywords: fundamental solution, method of fundamental solutions, point source method, integrated sources method, discrete sources.

Введение. Метод точечных источников поля (МТИ) является одним из эффективных методов моделирования физических полей (например, электрических и магнитных) в технических (в том числе электромеханических) устройствах [1–4]. Для указанного метода характерна высокая точность численного решения и чрезвычайная простота ком-

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

**E-mail: ksy@donpac.ru, sherbakovaee@mail.ru

***The research is done within the frame of independent R&D.

пьютерной реализации [5–9]. Наилучшие результаты получены при использовании МТИ для моделирования физических полей, описываемых однородными линейными уравнениями эллиптического типа с известными фундаментальными решениями, задаваемыми аналитически. Такими уравнениями являются уравнение Лапласа, уравнение Гельмгольца, бигармоническое уравнения, некоторые другие типы уравнений. Применение МТИ в этом случае позволило решить значительное число прикладных задач по моделированию, например: стационарных электрических, магнитных [8–10], тепловых, концентрационных полей [11–14], полей упругих напряжений [15–17]. МТИ успешно применяется также при численном решении краевых задач для неоднородных уравнений, таких как уравнение Пуассона [18–19], неоднородное уравнение Гельмгольца [19–21]. Однако во всех случаях использования МТИ предполагается известным фундаментальное решение соответствующего уравнения математической физики. Это резко ограничивает круг решаемых с помощью МТИ задач. Тем не менее, и в этом случае возможно решение краевых задач с помощью МТИ, если предварительно найти численные значения фундаментальных решений при определенных значениях параметров. Назовем фундаментальное решение, заданное численно, численным фундаментальным решением (ЧФР). Ниже описан метод нахождения ЧФР для линейных уравнений эллиптического типа и показывается возможность использования этих решений в МТИ.

Интегральное уравнение для дополнительной составляющей фундаментального решения. Пусть фундаментальное решение $g(r)$ линейного уравнения эллиптического типа $LU=0$ известно. Требуется найти фундаментальное решение $G(r)$ уравнения типа $(L+l)U=0$. Здесь L и l — линейные операторы эллиптического типа. Представим искомое фундаментальное решение $G(\mathrm{r})$ в виде

$$G(r)=g(r)+u(r). \tag{1}$$

Здесь $u(r)$ — искомая функция. Назовем $g(r)$ основной составляющей, а $u(r)$ — дополнительной составляющей фундаментального решения $G(r)$.

В соответствии с определением фундаментального решения справедливо соотношение

$$(L+l)G=\delta(r)\ .$$

Подставим в это выражение (1). В результате получим

$$(L+l)(g+u)=\delta(r),$$

или

$$Lg+Lu+\mathrm{lg}+lu=\delta(r). \tag{2}$$

Так как $Lg=\delta(r)$ ($g(r)$ есть фундаментальное решение уравнения $LU=0$), то уравнение (2) запишем в виде

$$Lu=-\mathrm{lg}-lu\ . \tag{3}$$

Правую часть этого уравнения будем рассматривать как плотность заряда $\rho(r)$ неоднородного уравнения $Lu=\rho(\mathrm{r})$. Тогда частное решение неоднородного уравнения (3) можно записать в виде

$$u(r)=\int g(r,R)\rho(R)d\Omega_R$$

или в виде

$$u(r)+\int_{\Omega} g(r,R)lu(R)d\Omega_R=-\int_{\Omega} g(r,R)lg(R)d\Omega_R\ . \tag{4}$$

Областью интегрирования в (4) может быть шар радиусом R_0, который заключает в себя область ω задачи, решаемой с помощью искомого фундаментального решения.

Уравнение (4) допускает численное решение. В результате находятся приближенные значения для ЧФР в узловых точках области $\Omega\supset\omega$. Эти значения можно использовать при решении задачи Дирихле с помощью, например, МТИ. При решении задачи Неймана или краевой задачи третьего рода наряду со значениями фундаментального решения необходимо иметь возможность вычисления нормальных производных фундаментального решения на границе области ω или частных производных по координатам. Для вычисления частных производных можно воспользоваться соотношением (4). Например, продифференцировав (4) по координате x, получим

$$\frac{\partial u(r)}{\partial x}=-\int_{\Omega}\frac{\partial g(r,R)}{\partial x}l\big(u(R)+g(R)\big)d\Omega_R\ . \tag{5}$$

Аналогичное соотношение можно получить для частной производной дополнительной составляющей фундаментального решения по координате y и по координате z (при решении трехмерных задач). Используя найденные значения функции $u(\mathrm{r})$ в узлах области Ω с помощью численного интегрирования в правой части соотношения (5) можно вычислить приближенные значения частной производной дополнительной составляющей фундаментального решения в любой точке области Ω и использовать эти значения при численном решении краевой задачи.

Фундаментальные решения уравнения Шредингера. В качестве простейшего примера найдем фундаментальные решения одномерного уравнения Шредингера, описывающего колебания квантового осциллятора. Пусть частица массой m совершает упругие колебания с частотой ω и энергией E. Уравнение Шредингера запишем в виде [22]

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=\frac{m^2\omega^2}{\hbar^2}x^2\psi ,$$

а после замены переменных $\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\to x$ запишем как

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2}{\hbar\omega}E\psi=x^2\psi \text{, или как}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+e\psi=x^2\psi , \tag{6}$$

где $e=\frac{2}{\hbar\omega}E$.

Здесь операторами L и l, фигурирующими в (2)–(4), будем считать $L=\frac{d^2}{dx^2}$ и $l=-x^2$. Как известно, фундаментальное решение уравнения $\frac{d^2\psi}{dx^2}+e\psi=0$ равно $g(x)=\frac{\sin\left(\sqrt{e}|x|\right)}{2\sqrt{e}}$ [23]. Классически допустимая область движения осциллятора ограничивается отрезком $[-\sqrt{e},\sqrt{e}]$, поэтому в качестве области решения для квантового осциллятора можно взять отрезок $\omega=\left[-\sqrt{e},\sqrt{e}\right]=[-l,l]$, а областью интегрирования в (4) считать, например, отрезок $\Omega=[-1{,}5\sqrt{e},\ 1{,}5\sqrt{e}]=[-d,d]$. Тогда уравнение (4) запишется как

$$u(x)-\frac{1}{2\sqrt{e}}\int_{-d}^{d}\sin\left(\sqrt{e}|x-X|\right)X^2u(X)dX=\frac{1}{4e}\int_{-d}^{d}\sin\left(\sqrt{e}|x-X|\right)\sin\left(\sqrt{e}|X|\right)X^2dX . \tag{7}$$

Обозначим интеграл в правой части интегрального уравнения (7) как $f(x)$. В данном случае функция $f(x)$ вычисляется аналитически. В более общем случае, если исходное дифференциальное уравнение имеет другой вид, функцию $f(x)$ находят численно.

Для численного решения уравнения (7) интеграл в левой части соотношения (7) представляют в виде интегральной суммы, используя тот или иной метод численного интегрирования. Если, например, используется простейший метод численного интегрирования, метод прямоугольников, то отрезок Ω разбивается на N элементарных отрезков.

Обозначим значения искомой функции $u(x)$ в некоторых, например, в средних точках x_i элементарных отрезков как u_i, где i — номер элементарного отрезка. В результате для величин u_i, будет получена система линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum a_{ij}u_j=b_i \text{, где } b_i=f(x_i),\ a_{ij}=\begin{cases}1, & i=j;\\ -\frac{h_j}{2\sqrt{e}}\sin\left(\sqrt{e}|x_i-x_j|\right)x_j^2, & i\neq j.\end{cases}$$

Здесь h_j — длина элементарного отрезка с номером j.

После того как величины u_i найдены, значения искомого фундаментального решения в узлах x_i , т. е. ЧФР вычисляются с помощью формулы (1):

$$G(x_i)=g(x_i)+u_i .$$

Для дальнейшего удобно (но не обязательно), используя величины $G(x_i)$, получить интерполяционную формулу для фундаментального решения $G(x)$. Теперь можно приступить к нахождению решения уравнения (5) с помощью МТИ. Для этого справа и слева от области решения задачи, т. е. отрезка ω, в точках с координатами $z_l=-l-\delta x$ и $z_r=l+\delta x$ размещаются заряды q_l и q_r, моделирующие искомое поле $\psi(x)$ в области ω. Здесь δx — удаленность за-

рядов, моделирующих поле $\psi(x)$, от границ области ω. Разумеется, должно выполняться условие $l+\delta x \le d$, т. е. точки z_l и z_r не должны выйти за пределы области Ω. Искомое решение представляем как суперпозицию полей двух точечных зарядов, т. е. в виде соотношения

$$\psi(x) = q_l G(l+x+\delta x) + q_r G(l-x+\delta x) . \tag{8}$$

Для окончательного решения задачи необходимо найти величины зарядов q_l и q_r, используя два каких-либо дополнительных условия, накладываемых на волновую функцию $\psi(x)$. Очевидно, что физический смысл имеют только четные и нечетные волновые функции. Отсюда следует, что заряды q_l и q_r либо равны друг другу ($q_l = q_r = q$), либо имеют противоположные знаки ($q_l = -q_r = q$). Величину заряда q следует выбрать так, чтобы удовлетворить условию нормировки волновой функции, например, потребовав, чтобы максимальное по абсолютной величине значение волновой функции в области решения ω равнялось единице.

Известно [22], что решение уравнения (6) имеет реальный физический смысл не при любых значениях энергии E, т. е. параметра e, а только при $E = \frac{\hbar\omega}{2} e = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$, где квантовое число n может принимать только целочисленные значения, начиная с нуля. Только при этих значениях квантового числа волновая функция на бесконечности обращается в ноль. Очевидно, что при этом на границах области решения волновая функция будет иметь значения заметно меньшие, чем при других, не целочисленных значениях числа n.

Назовем величину $K = 1/\left(\left|\psi(-l)\right| + \left|\psi(l)\right|\right)$ критерием задачи. На рис. 1 представлен график зависимости критерия задачи K от энергии частицы, точнее, от числа n, которое изменяется в пределах от 0 до 10. Находились четные решения уравнения Шредингера. Вычисления проводились при числе узлов в области Ω $N = 100$.

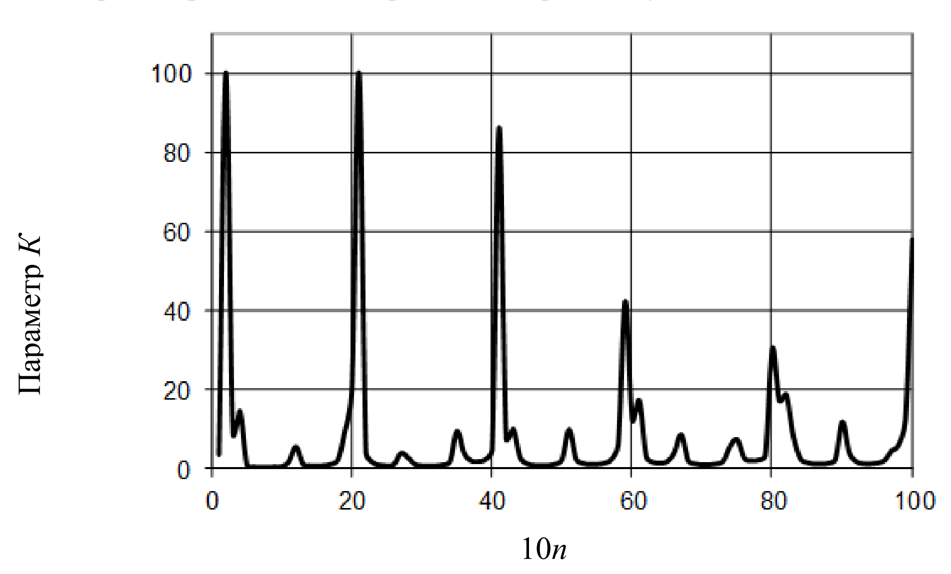


Рис. 1. Зависимость параметра $K = 1/\left(\left|\psi(-l)\right| + \left|\psi(l)\right|\right)$ от квантового числа n

Из рис. 1 видно, что максимумы на кривой соответствуют значениям квантового числа n, близким к 0, 2, 4, 6, 8 и 10. Это в точности согласуется с известными результатами квантовой теории для собственных значений энергии и для состояний осциллятора с четными волновыми функциями. Соответствующая зависимость $K = K(n)$, полученная для нечетных волновых функций, имеет максимумы при нечетных целочисленных значениях квантового числа n.

Решение уравнения Шредингера (5) в аналитическом виде [22]:

$$\psi_n(x) = A\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_n(x), \tag{9}$$

где $H_n(x)$ — полином Эрмита степени n, сравнивалось с волновой функцией $\psi(x)$, рассчитанной по формуле (8), и погрешность численного метода оценивалась с помощью формулы

$$\varepsilon = \max_{x\in\omega} \left|\psi_n(x) - \psi(x)\right| .$$

При вычислении погрешности ε волновая функция (9) нормировалась так же, как и волновая функция $\psi(x)$, т. е. нормировочный множитель A в (9) выбирался таким, чтобы максимальное по абсолютной величине значение волновой функции $\psi_n(x)$ в области решения ω равнялось единице. Очевидно, что точность численного решения зависит от числа узлов в области Ω, т. е. от числа N. На рис. 2 представлены такие зависимости, полученные при значениях кантового числа $n = 0$ (жирная сплошная линия); $n = 2$ (тонкая сплошная линия); $n = 4$ (пунктирная линия).

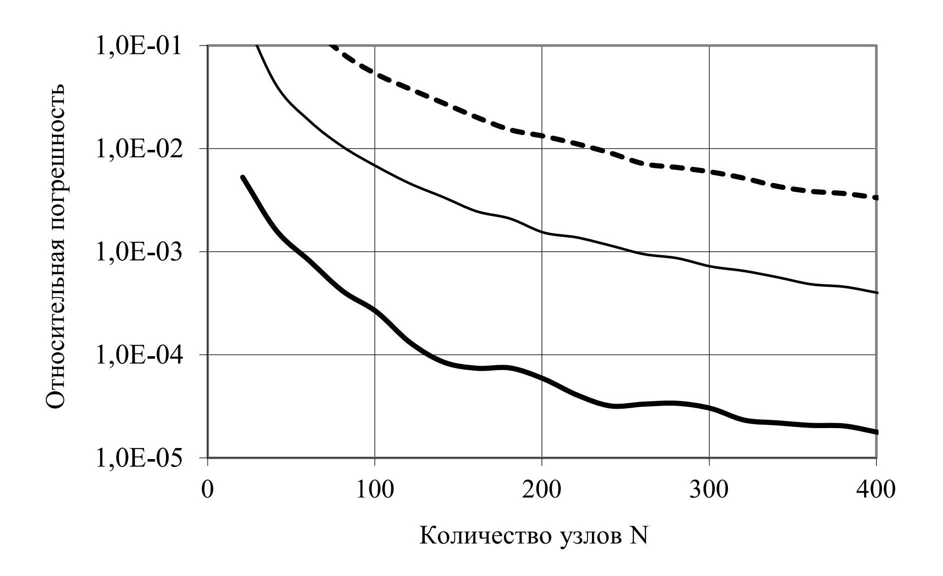


Рис. 2. Зависимость погрешности численного решения для волновой функции от числа узлов N в области решения для разных значений квантового числа n: $n = 0$ (жирная сплошная линия); $n = 2$ (тонкая сплошная линия); $n = 4$ (пунктирная линия)

Таким образом, применение численного фундаментального решения позволяет не только найти волновые функции, т. е. решить уравнение Шредингера, но и установить собственные значения энергии. Точность полученных результатов легко регулируется путем изменения числа узлов N в области решения задачи. Снизить погрешность решения можно также, используя более точный метод численного интегрирования.

Тестовый пример решения двумерной краевой задачи. В качестве второй тестовой задачи решалась задача Дирихле для уравнения Гельмгольца

$$\Delta U + \lambda U = 0$$

в круговой области ω радиусом r_0. При использовании МТИ заряды, моделирующие искомое поле, располагались на вспомогательной окружности радиусом $R_q = k \cdot r_0$, где постоянная $k > 1$ определяет удаленность моделирующих зарядов от границ области ω. При решении данной тестовой задачи применялись ЧФР для уравнения Гельмгольца, вычисленные с использованием фундаментальных решений для уравнения Лапласа $g(r,R) = \frac{1}{2\pi}\ln|r-R|$. Таким образом, в данной задаче $L = \Delta$ и $l = \lambda$. В качестве области интегрирования Ω в (4) использовался круг радиусом R_0. На геометрические параметры задачи накладывалось условие $r_0 + R_q \le R_0$. Моделировалось поле Гельмгольца точечного заряда, помещенного в точку $\mathbf{\rho} = (x_Q, 0)$ на оси X. Известные потенциалы этого поля сравнивались с вычисленными с помощью МТИ при использовании ЧФР значениями, и вычислялась относительная среднеквадратичная погрешность ε решения. При численном интегрировании в уравнении (4) использовались значения подинтегральных функций в узлах равномерной прямоугольной сетки. Количество узлов N сетки, находящихся внутри или на границе области **Ω**, является одним из важнейших параметров задачи, определяющим точность ее решения. Часть этих узлов в количестве N_u находится внутри области решения задачи ω. Другим важным параметром является количество моделирующих зарядов N_q, равномерно располагаемых на вспомогательной окружности. На рис. 3 представлены зависимости среднеквадратичной погрешности ε от количества узлов N_u в области ω. Вычисления производились при следующих значениях параметров: $N_q = 50$; $r_0 = 2$; $k = 1{,}3$; $R_q = k \cdot r_0$; $R_0 = 5$.

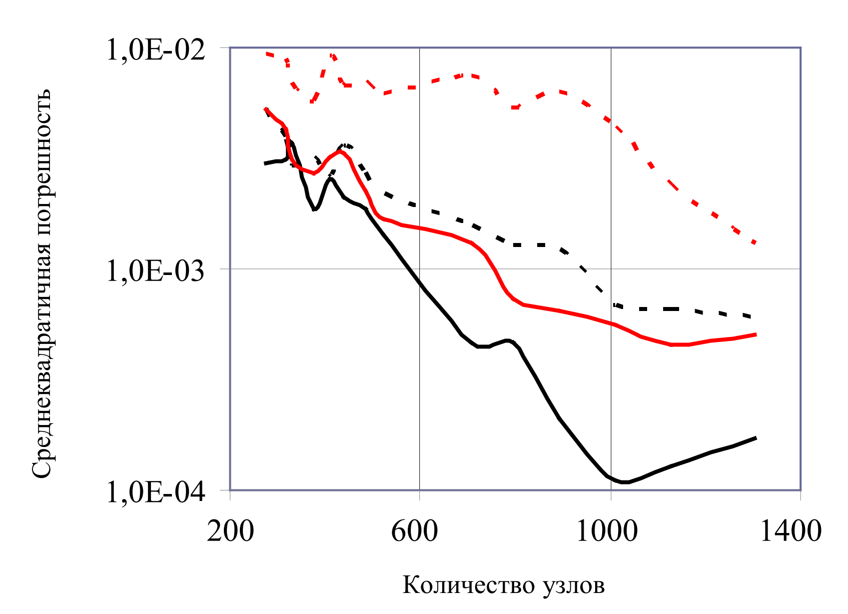


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичной погрешности ε от количества узлов N_u в области решения задачи ω для разных значений параметра λ: λ = –0,5 (черная пунктирная линия); λ = –1,0 (черная сплошная линия); λ = 0,5 (красная пунктирная линия); λ = 1,0 (красная сплошная линия)

Кривые, представленные на рис. 3 черным цветом, получены при отрицательных значениях параметра λ: пунктирной линии соответствует λ = –0,5; сплошной линии соответствует λ = –1,0. Кривые, представленные на рис. 3 красным цветом, получены при положительных значениях параметра λ: пунктирной линии соответствует λ = 0,5; сплошной линии соответствует λ = 1,0. Из данных рис. 3 видно, что при решении краевой задачи предложенным способом легко достигается решение с относительной среднеквадратичной погрешностью порядка 10^{-4}–10^{-3}. Этот результат можно считать вполне приемлемым. Кроме того, из рис. 3 видно, что, как и следовало ожидать, погрешность результата убывает с ростом количества узлов N_u в области ω. Можно ожидать, что при использовании более точного, по сравнению с методом прямоугольников, метода численного интегрирования в выражении (4) можно получить более точное численное решение краевой задачи и более быстрое снижение погрешности с ростом числа узлов N_u.

Выводы Рассмотренные выше тестовые примеры подтверждают возможность использования ЧФР при решении краевых задач с помощью МТИ. Особенно эффективно применение предложенного способа при решении задач Дирихле для уравнений со сферически симметричными фундаментальными решениями. Таким свойством обладают, например, фундаментальные решения для уравнений Лапласа и Гельмгольца. В этом случае фундаментальное решение зависит только от величины аргумента, т. е. от длины радиус-вектора **r**, а не от его ориентации. Поэтому в уравнении (4) можно предварительно произвести интегрирование по угловым координатам и получить одномерное интегральное уравнение для численного нахождения функции $u(r)$ и вычисления ЧФР, которое в этом случае представляет собой одномерный массив чисел. Так как после нахождения ЧФР вычисление производных для фундаментальных решений легко производится с помощью соотношений подобных (5), то это делает возможным решение задач Неймана и краевых задач третьего рода. Следует отметить также, что ЧФР, полученные для некоторой области Ω, могут использоваться в МТИ при решении различных краевых задач для различных областей $\omega \subset \Omega$.

Библиографический список

1. Алексидзе, М. А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач / М. А. Алексидзе. — Москва : Наука, 1991. — 352 с.

2. Fairweather, G. The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems / G. Fairweather, A. Karageorghis // Advances in Computational Mathematics. — 1998. — Vol. 9. — P. 69–95.

3. Alves, C.-J.-S. A new method of fundamental solutions applied to nonhomogeneous elliptic problems / C.-J.-S. Alves, C.-S. Chen // Advances in Computational Mathematics. — 2005. — Vol. 23 — P. 125–142.

4. Князев, С. Ю. Устойчивость и сходимость метода точечных источников поля при численном решении краевых задач для уравнения Лапласа / С. Ю. Князев // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2010. — № 3. — С. 3–12.

5. Погрешность метода точечных источников при моделировании потенциальных полей в областях с различной конфигурацией / Ю. А. Бахвалов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2012. — № 5. — С. 17–21.

6. Князев, С. Ю. Сравнительный анализ двух вариантов метода коллокаций при численном моделировании потенциальных полей / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. Н. Заиченко // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2014. — № 1. — С. 17–19.

7. Князев, С. Ю. Решение трехмерных краевых задач для уравнений Лапласа с помощью метода дискретных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2015. — № 5. — С. 25–30.

8. Князев, С. Ю. Метод точечных источников для компьютерного моделирования физических полей в задачах с подвижными границами : дис. … д-ра техн. наук / С. Ю. Князев. — Новочеркасск, 2011. — 342 с.

9. Князев, С. Ю. Компьютерное моделирование потенциальных полей методом точечных источников / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2012. — 156 с.

10. Бахвалов, Ю. А. Математическое моделирование физических полей методом точечных источников / Ю. А. Бахвалов, С. Ю. Князев, А. А. Щербаков // Известия Российской академии наук. Серия физическая. — 2008. — Т. 72, № 9. — С. 1259–1261.

11. Князев, С. Ю. Решение задач тепло- и массопереноса с помощью метода точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. — 2006. — № 4. — С. 43–47. — (Технические науки).

12. Князев, С. Ю. Численное исследование стабильности термомиграции плоских зон / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2007. — № 1. — С. 14–19.

13. Князев, С. Ю. Сравнительный анализ различных вариантов использования метода точечных источников поля при моделировании температурных полей / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Физико-математическое моделирование систем : мат-лы XII междунар. семинара. — Воронеж : Воронеж. гос. техн. ун-т, 2014. — С. 52–56.

14. Исследование стабильности термомиграции ансамбля линейных зон с помощью трехмерной компьютерной модели, построенной на основе метода точечных источников поля / Л. С. Лунин [и др.] // Вестник Южного научного центра. — 2015. — Т. 11, № 4. — С. 9–15.

15. Князев, С. Ю. Моделирование полей упругих деформаций с применением метода точечных источников / С. Ю. Князев, В. Н. Пустовойт, Е. Е. Щербакова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 1 (80). — С. 29–38.

16. Моделирование трехмерных полей упругих деформаций с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 4 (83). — С. 13–23.

17. Князев, С. Ю. Математическое моделирование полей упругих деформаций методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ. — 2015. — № 5 (75). — С. 21–23.

18. Князев, С. Ю. Численное решение краевых задач для уравнения Пуассона методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Енгибарян // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 2 (77). — С. 15–20.

19. Князев, С. Ю. Численное решение уравнений Пуассона и Гельмгольца с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2007. — № 2. — С. 77–78.

20. Князев, С. Ю. Численное решение краевых задач для неоднородных уравнений Гельмгольца методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. Н. Заиченко // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2014. — № 4. — С. 14–19.

21. Князев, С. Ю. Применение метода точечных источников поля при численном решении задач на собственные значения для уравнения Гельмгольца / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2016. — № 3 (545). — С. 11–17.

22. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : Наука, 1963. — 703 с.

23. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — 2-е изд., стереотип. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 400 с.

References

1. Alexidze, M.A. Fundamental'nye funktsii v priblizhennykh resheniyakh granichnykh zadach. [Fundamental functions in approximate solutions of boundary value problems.] Moscow: Nauka, 1991, 352 p. (in Russian).

2. Fairweather, G., Karageorghis, A. The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems. Advances in Computational Mathematics, 1998, vol. 9, pp. 69–95.

3. Alves, C.-J.-S., Chen, C.-S. A new method of fundamental solutions applied to nonhomogeneous elliptic problems. Advances in Computational Mathematics, 2005, vol. 2, pp. 125–142.

4. Knyazev, S.Yu. Ustoychivost' i skhodimost' metoda tochechnykh istochnikov polya pri chislennom reshenii kraevykh zadach dlya uravneniya Laplasa. [Stability and Convergence of Point-Source Field Method at Numerical Solution to Boundary Value Problems for Laplace Equation.] Russian Electromechanics, 2010, no. 3, pp. 3–12 (in Russian).

5. Bakhvalov, Y.A., et al. Pogreshnost' metoda tochechnykh istochnikov pri modelirovanii potentsial'nykh poley v oblastyakh s razlichnoy konfiguratsiey. [Errors of Point Source Method under Simulation of Potential Fields in Areas with Different Shape Configuration.] Russian Electromechanics, 2012, no. 5, pp. 17–21 (in Russian).

6. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Zaichenko, A.N. Sravnitel'nyy analiz dvukh variantov metoda kollokatsiy pri chislennom modelirovanii potentsial'nykh poley. [A Comparative Analysis of Two Variants of the Collocation in Numerical Modeling of Potential Fields.] Russian Electromechanics, 2014, no. , pp. 17–19 (in Russian).

7. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E. Reshenie trekhmernykh kraevykh zadach dlya uravneniy Laplasa s pomoshch'yu metoda diskretnykh istochnikov polya. [The Decision of the Three-Dimensional Boundary Value Problems for the Laplace Equation Using the Method of Discrete Sources of the Field.] Russian Electromechanics, 2015, no. 5, pp. 25–30 (in Russian).

8. Knyazev, S.Yu. Metod tochechnykh istochnikov dlya komp'yuternogo modelirovaniya fizicheskikh poley v zadachakh s podvizhnymi granitsami : dis. … d-ra tekhn. nauk. [Point-source method for computer modeling of physical fields in problems with moving boundaries: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Novocherkassk, 2011, 342 p. (in Russian).

9. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Komp'yuternoe modelirovanie potentsial'nykh poley metodom tochechnykh istochnikov. [Computer modeling of potential fields by point-source method.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2012, 156 p. (in Russian).

10. Bakhvalov, Yu.A., Knyazev, S.Yu., Shcherbakov, A.A. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh poley metodom tochechnykh istochnikov. [Mathematical modeling of physical fields by a method of dot sources.] Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2008, vol. 72, no. 9, pp. 1259–1261 (in Russian).

11. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E. Reshenie zadach teplo- i massoperenosa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov polya. [Solution to heat and mass transfer problems by field point source method.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2006, no. 4, pp. 43–47 (in Russian).

12. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E. Chislennoe issledovanie stabil'nosti termomigratsii ploskikh zon. [Numerical study of stability of flat bands thermomigration.] Russian Electromechanics, 2007, no. 1, pp. 14–19 (in Russian).

13. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Sravnitel'nyy analiz razlichnykh variantov ispol'zovaniya metoda tochechnykh istochnikov polya pri modelirovanii temperaturnykh poley. [Comparative analysis of different use cases of field point source method under simulation of temperature fields.] Fiziko-matematicheskoe modelirovanie sistem: mat-ly XII mezhdunar. seminara. [Physico- mathematical system modeling: Proc. XII Int. Workshop.] Voronezh: Voronezh State Technical University, 2014, pp. 52–56 (in Russian).

14. Lunin, L.S., et al. Issledovanie stabil'nosti termomigratsii ansamblya lineynykh zon s pomoshch'yu trekhmernoy komp'yuternoy modeli, postroennoy na osnove metoda tochechnykh istochnikov polya. [The study of stability of thermomigration of an ensemble of linear zones using a three-dimensional computer model constructed on the basis of the field point sources method.] Vestnik SSC RAS, 2015, vol. 11, no. 4, pp. 9–15 (in Russian).

15. Knyazev, S.Yu., Pustovoyt, V.N., Shcherbakova, E.E. Modelirovanie poley uprugikh deformatsiy s primeneniem metoda tochechnykh istochnikov. [Modeling the elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 1 (80), pp. 29–38 (in Russian).

16. Knyazev, S.Yu. , et al. Modelirovanie trekhmernykh poley uprugikh deformatsiy s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov.[Modeling of three-dimensional elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 4 (83), pp. 13–23 (in Russian).

17. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Matematicheskoe modelirovanie poley uprugikh deformatsiy metodom tochechnykh istochnikov polya. [Mathematical modeling of elastic deformation fields by field point source method.] Mathematical Methods in Engineering and Technologies-MMTT, 2015, no. 5 (75), pp. 21–23 (in Russian).

18. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Yengibaryan, A.A. Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya uravneniya Puassona metodom tochechnykh istochnikov polya. [Numerical solution to boundary problems for Poisson equation by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2014, vol. 14, no. 2 (77), pp. 15–20 (in Russian).

19. Knyazev, S.Yu. Chislennoe reshenie uravneniy Puassona i Gel'mgol'tsa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov. [Numerical solution to Poisson and Helmholtz equations using point source method.] Russian Electromechanics, 2007, no. 2, pp. 77–78 (in Russian).

20. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Zaichenko, A.N. Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya neodnorodnykh uravneniy Gel'mgol'tsa metodom tochechnykh istochnikov polya. [Numerical Solution of the Boundary Problems with Non-Homogeneous Helmholtz Equation by Field Point-Source Method.] Russian Electromechanics, 2014, no. 4, pp. 14–19 (in Russian).

21. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E. Primenenie metoda tochechnykh istochnikov polya pri chislennom reshenii zadach na sobstvennye znacheniya dlya uravneniya Gel'mgol'tsa. [The Numerical Eigenvalue Problems Solution for the Helmholtz Equation Using the Point Sources Method] Russian Electromechanics, 2016, no. 3 (545), pp. 11–17 (in Russian).

22. Landau, L.D., Lifshits, E.M. Kvantovaya mekhanika. Nerelyativistskaya teoriya. [Quantum Mechanics. Nonrelativistic theory.] Moscow: Nauka, 1963, 703 p. (in Russian).

23. Vladimirov, V.S., Zharinov, V.V. Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of Mathematical Physics] 2nd ed. Moscow: FIZMATLIT, 2004, 400 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 18.07.2016
Сдана в редакцию 18.07.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 18.07.2016
Submitted 18.07.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 51.77 DOI 10.12737/22154

Информационная поддержка мониторинга состояния организации*

Л. В. Борисова[1], Л. А. Димитрова[2], И. Н. Нурутдинова[3]**
[1, 2, 3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Information support for monitoring of the organization state ***

L.V. Borisova[1], L. A. Dimitrova[2], I. N. Nurutdinova[3]**
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью настоящей работы является подготовка, обработка и анализ экспертной информации, предназначенной для определения уровня зрелости организации на основе самооценки. Для установления уровня зрелости использованы критерии стандарта ГОСТ Р ИСО 9004–2010. Поставлены задачи определения последовательности действий для получения оценки уровня зрелости и разработки методики формирования экспертной информации, адекватно отражающей реальную ситуацию. Для решения поставленных задач использован математический аппарат теории нечетких множеств. Подготовка и анализ экспертной информации составляет суть этапа фаззификации при создании экспертной системы. Решение задачи проиллюстрировано на модельном примере. Определены лингвистические переменные, построены функции принадлежности, определены аддитивный и мультипликативный показатели согласованности, построены матрицы согласованности и индексов нечеткости. Для получения этих характеристик использована программная система ввода экспертной информации. Установлено достаточно высокое качество экспертной информации и ее пригодность для использования на последующих этапах создания экспертной системы. Предложенная методика может быть применена как для формирования экспертной информации при определении уровня зрелости организаций, так и для решения любых задач при разработке экспертных систем, функционирующих на основе нечеткой экспертной информации.

The paper objective is the preparation, processing and analysis of the expert information to determine the organization maturity level on the basis of the self-assessment. GOST R ISO 9004–2010 criteria are used to establish the maturity level. The following tasks are set: to determine the sequence of actions for assessing the maturity level of the organization, and to develop methods of generating the expert information that gives an adequate view of the actual situation. A mathematical apparatus of fuzzy sets theory is used to solve the problems. The preparation and analysis of the expert information is the gist of the fuzzification stage in creating an expert system. The solution to the problem is illustrated by a model example. Linguistic variables and additive and multiplicative indices of conformity are determined. Membership functions and matrices of consistency and of fuzziness indexes are constructed. The program system of expert information input is used to obtain these characteristics. Sufficiently high quality of the expert information and its applicability on the subsequent stages of the expert system operation are determined. The proposed methods can be applied both for the expert information generation under determining the organization maturity level, and for solving any problem of the development of the expert systems that operate on the basis of the fuzzy expert information.

Ключевые слова: экспертная система, лингвистическая переменная, функция принадлежности, показатели согласованности, уровень зрелости организации.

Keywords: expert system, linguistic variable, membership function, consistency indices, maturity level of organization.
.

Введение. В целях достижения и сохранения устойчивого успеха в процессе функционирования организации проводится мониторинг ее состояния и оценка перспектив. Обеспечение успеха организации предполагает оптимальное соотношение высоких показателей удовлетворенности всех заинтересованных сторон: потребителей, владельцев, акционеров, поставщиков, партнеров и общества. В условиях сложной и нестабильной обстановки эта задача приобретает большую актуальность, для ее решения необходим четкий и практически автоматизированный алгоритм. Для определения состояния организации и уровня зрелости с точки зрения достижения устойчивого успеха используется самооценка. В результате самооценки организация получает информацию, полезную для всех заинтересованных сто-

*Работа выполнена по договору между ООО «Технический центр ДОН» и ДГТУ №63 от 01.07.2016.
**E-mail: borisovalv09@mail.ru, kaf-qm@donstu.ru, nurut.inna@yandex.ru
***The research is done within the frame of Contract No. 63, 01.07.2016.

рон. В частности, выявляются сильные и слабые стороны, определяются приоритеты деятельности, корректируется стратегия развития. Методика самооценки установлена стандартом ГОСТ Р ИСО 9004–2010 [1]. В ней определены 5 уровней зрелости, которые выставляются по каждому направлению деятельности, и 6 основных критериев, способных помочь организации решить внутренние проблемы. Перечислим эти критерии:

1) менеджмент для достижения устойчивого успеха организации,
2) стратегия и политика,
3) менеджмент ресурсов,
4) менеджмент процессов,
5) мониторинг, измерение, анализ и изучение,
6) улучшения, инновации и обучение.

Для применения методики, предложенной стандартом ГОСТ Р ИСО 9004-2010, необходимо определить четкую последовательность действий по выяснению уровня зрелости. Следует отметить, что методика не содержит алгоритма определения уровня зрелости для предприятия в целом (а только для каждого элемента в отдельности).

Для определения уровня зрелости организации предлагается использовать оценки внутренних экспертов [2]. Такие оценки содержат элемент субъективизма, а ряд характеристик являются качественными и сложно измеряются количественно, поэтому целесообразно создание экспертной системы на основе подхода теории нечетких множеств [3, 4]. В настоящее время экспертные системы используются как в задачах принятия решений в технических областях [5–7], так и для получения оценок в гуманитарных областях [8–10]. Методика нечеткого моделирования процесса получения достоверной оценки, основанная на использовании аппарата нечетких множеств, содержит этапы фаззификации, композиции и дефаззификации [11, 12]. На этапе фаззификации условия задачи представляются в лингвистической форме, определяются лингвистические переменные (ЛП), функции принадлежности (ФП) и показатели согласованности. Тем самым устанавливается адекватность и пригодность экспертной информации. На этапе композиции все нечеткие множества, назначенные для каждого терма каждой входной лингвистической переменной, объединяются, и формируется единственное нечеткое множество — значение для выводимой лингвистической переменной. В результате использования набора правил — нечеткой базы знаний — вычисляется значение истинности для предпосылки каждого правила на основании конкретных нечетких операций, соответствующих конъюнкции или дизъюнкции термов в левой части правил. Этап дефаззификации заключается в получении на основе нечеткого логического вывода конкретной оценки.

Очевидно, что результат работы экспертной системы в значительной степени зависит от качества и адекватности исходной экспертной информации. В настоящей статье мы подробно остановимся на этапе фаззификации.

Методика фаззификации. Проиллюстрируем методику фаззификации на модельном примере. Поскольку уровень зрелости определяется на основе всех показателей, то представим каждый из них в виде ЛП. Для входных ЛП введем следующие термы: низкий (соответствует 1-му и 2-му уровням), средний (соответствует 3-му уровню), высокий (соответствует 4-му и 5-му уровням).

Введение трех термов при наличии пяти уровней зрелости отвечает требованию минимальной неопределенности для экспертов. В соответствии с наименованиями основных критериев зрелости, приведенных в [1], введем следующие ЛП.

Кортеж ЛП «менеджмент для достижения устойчивого успеха организации» (МДУУО) имеет вид:

<МДУУО, балл {низкий, средний, высокий}, [1–20],>.

Кортеж ЛП «стратегия и политика» (СП) имеет вид:

<СП, балл {низкий, средний, высокий}, [1–15],>.

Кортеж ЛП «менеджмент ресурсов» (МР) имеет вид:

<МР, балл {низкий, средний, высокий}, [1–40],>.

Кортеж ЛП «менеджмент процессов» (МП) имеет вид:

<МП, балл {низкий, средний, высокий}, [1–15],>.

Кортеж ЛП «мониторинг, измерение, анализ и изучение» (МИАИ) имеет вид:

<МИАИ, балл {низкий, средний, высокий}, [1–30]>.

Кортеж ЛП «улучшения, инновации и обучение» (УИО) имеет вид:

<УИО, балл {низкий, средний, высокий}, [1–15]>.

Для выходной ЛП «уровень зрелости организации» (УЗО) в соответствии со стандартом ГОСТ Р ИСО 9004-2010 [1] выберем 5-термовую модель. Кортеж ЛП УЗО имеет вид:

<УЗО, % {1-й уровень, 2-й уровень, 3-й уровень, 4-й уровень, 5-й уровень}, [0–100],>.

Выполним построение термов ФП с помощью типовых трапециевидных функций [13]. При этом для описания крайнего левого терма используется выражение $\mu^L(x)$, для средних термов — $\mu^C(x)$, для крайнего правого терма — $\mu^R(x)$:

$$\mu^L(x)=\begin{cases}1, & \text{если} \quad x\le a\\ \dfrac{b-x}{b-a}, & \text{если} \quad x<b\\ 0, & \text{если} \quad x\ge b\end{cases};\quad \mu^C(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le a\\ \dfrac{x-a}{c-a}, & \text{если} \quad a<x<c\\ 1, & \text{если} \quad c\le x\le d\\ \dfrac{b-x}{b-d}, & \text{если} \quad d<x<b\\ 0, & \text{если} \quad x\ge b\end{cases};\quad \mu^R(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{если} \quad x<b\\ 1, & \text{если} \quad x\ge b\end{cases}.$$

Для оценки ЛП были привлечены четыре эксперта. В результате реализации процедуры фаззификации [14, 15] построены ФП входных и выходной ЛП. В табл. 1 приведены значения коэффициентов для всех входных ЛП, а на рисунке в качестве примера изображены графики ФП ЛП МДУУО, представленные экспертами.

Таблица 1

Значения коэффициентов *a*, *b*, *c*, *d* ФП входных ЛП

ЛП	Термы	1-й эксперт	2-й эксперт	3-й эксперт	4-й эксперт
МДУУО	Левый	$a = 6, b = 10$	$a = 6, b = 9$	$a = 7, b = 10$	$a = 8, b = 11$
	Центральный	$a = 6, b = 17$ $c = 10, d = 12$	$a = 6, b = 17$ $c = 9, d = 13$	$a = 7, b = 17$ $c = 10, d = 13$	$a = 8, b = 15$ $c = 11, d = 13$
	Правый	$a = 12, b = 17$	$a = 13, b = 17$	$a = 13, b = 17$	$a = 13, b = 15$
СП	Левый	$a = 4, b = 7$	$a = 5, b = 7$	$a = 5, b = 7$	$a = 4, b = 6$
	Центральный	$a = 4, b = 12$ $c = 7, d = 9$	$a = 5, b = 12$ $c = 7, d = 9$	$a = 5, b = 11$ $c = 7, d = 8$	$a = 4, b = 10$ $c = 6, d = 8$
	Правый	$a = 9, b = 12$	$a = 9, b = 12$	$a = 8, b = 11$	$a = 8, b = 10$
МР	Левый	$a = 12, b = 18$	$a = 13, b = 17$	$a = 14, b = 18$	$a = 13, b = 18$
	Центральный	$a = 12, b = 32$ $c = 18, d = 26$	$a = 13, b = 32$ $c = 17, d = 27$	$a = 14, b = 31$ $c = 18, d = 26$	$a = 13, b = 30$ $c = 18, d = 25$
	Правый	$a = 26, b = 32$	$a = 27, b = 32$	$a = 26, b = 31$	$a = 25, b = 30$
МП	Левый	$a = 3, b = 5$	$a = 4, b = 5$	$a = 4, b = 5$	$a = 3, b = 5$
	Центральный	$a = 3, b = 9$ $c = 5, d = 7$	$a = 4, b = 9$ $c = 5, d = 7$	$a = 4, b = 9$ $c = 5, d = 8$	$a = 3, b = 9$ $c = 5, d = 8$
	Правый	$a = 7, b = 9$	$a = 7, b = 9$	$a = 8, b = 9$	$a = 8, b = 9$
МИАИ	Левый	$a = 10, b = 14$	$a = 10, b = 14$	$a = 12, b = 17$	$a = 12, b = 17$
	Центральный	$a = 10, b = 26$ $c = 14, d = 21$	$a = 10, b = 27$ $c = 14, d = 23$	$a = 12, b = 26$ $c = 17, d = 21$	$a = 12, b = 27$ $c = 17, d = 23$
	Правый	$a = 21, b = 26$	$a = 23, b = 27$	$a = 21, b = 26$	$a = 23, b = 27$
УИО	Левый	$a = 5, b = 7$	$a = 6, b = 8$	$a = 6, b = 8$	$a = 5, b = 7$
	Центральный	$a = 5, b = 12$ $c = 7, d = 9$	$a = 6, b = 12$ $c = 8, d = 9$	$a = 6, b = 12$ $c = 8, d = 10$	$a = 5, b = 12$ $c = 7, d = 10$
	Правый	$a = 9, b = 12$	$a = 9, b = 12$	$a = 10, b = 12$	$a = 10, b = 12$

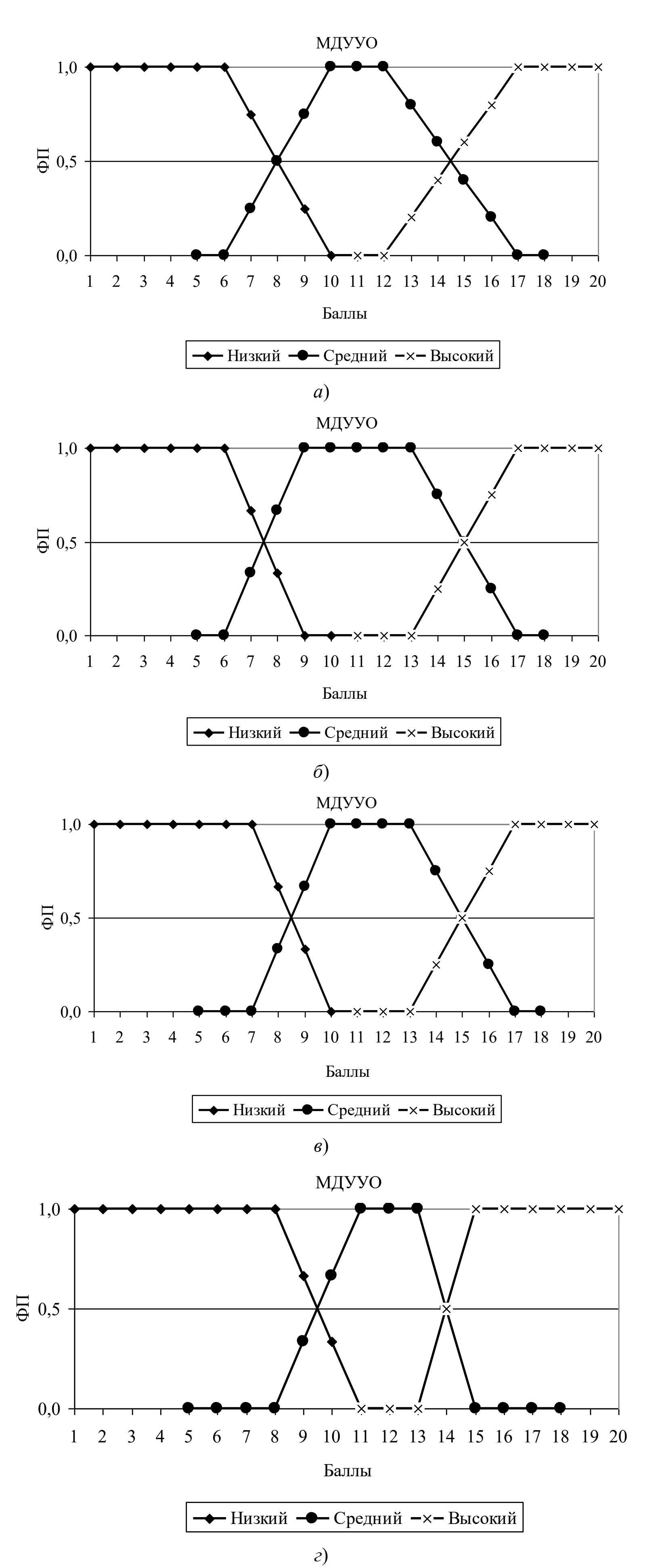


Рис. Функции принадлежности ЛП МДУУО: 1-й эксперт (*а*); 2-й эксперт (*б*); 3-й эксперт (*в*); 4-й эксперт (*г*)

Для оценки адекватности экспертной информации проведен анализ ее согласованности [16, 17]. Общая согласованность множества моделей экспертного оценивания признака определяется аддитивным k и мультипликативным $\tilde{k}$ показателями [13, 17]:

$$k=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}\frac{\int_0^1 \min\limits_{\forall i=1,2,\dots,n}\mu_{il}(x)dx}{\int_0^1 \max\limits_{\forall i=1,2,\dots,n}\mu_{il}(x)dx};\qquad \tilde{k}=\sqrt[m]{\prod_{l=1}^{m}\frac{\int_0^1 \min\limits_{\forall i=1,2,\dots,n}\mu_{il}(x)dx}{\int_0^1 \max\limits_{\forall i=1,2,\dots,n}\mu_{il}(x)dx}}. \quad (1)$$

Показатель различия d между моделями двух экспертов, i-го и j-го, в рамках l-го терма определяется как линейное расстояние (Хемминга) между нечеткими множествами с ФП $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ [13, 17]:

$$d=\int_0^1\left|\mu_{il}(x)-\mu_{jl}(x)\right|dx. \quad (2)$$

Показатель согласованности между моделями определяется величиной k_{ij}^l [5]:

$$k_{ij}^l=\frac{\int_0^1 \min[\mu_{il}(x),\mu_{jl}(x)]dx}{\int_0^1 \max[\mu_{il}(x),\mu_{jl}(x)]dx}. \quad (3)$$

Затем строится матрица парной согласованности K^l моделей i-го и j-го экспертов. Очевидно, что на главной диагонали матрицы стоят единицы, и матрица симметрична.

На основе матрицы парной согласованности моделей для всех термов находится матрица согласованности моделей по всем термам. Ее элементы определяются формулой [13, 17]:

$$k_{ij}=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}k_{ij}^l. \quad (4)$$

Все характеристики согласованности (1)–(4) получены с помощью программной системы ввода экспертной информации [18]. В табл. 2 и 3 приведены характеристики парной согласованности для каждого терма ЛП МДУУО: матрицы парной согласованности K^1, K^2, K^3 и матрицы индексов нечеткости D^1, D^2, D^3 (верхние индексы 1, 2, 3 относятся к термам низкий, средний, высокий соответственно).

Таблица 2

Матрицы парной согласованности экспертной информации для ЛП МДУУО по каждому из термов

K^1	K^2	K^3
1 0,9 0,909 0,769	1 0,867 0,857 0,65	1 0,909 0,909 0,865
0,9 1 0,818 0,682	0,867 1 0,867 0,6	0,909 1 1 0,833
0,909 0,818 1 0, 846	0,857 0,867 1 0, 692	0,909 0,833 1 0,833
0,769 0,682 0,846 1	0,65 0,6 0,692 1	0,865 0,833 0,833 1

Таблица 3

Матрицы индексов нечеткости экспертной информации для ЛП МДУУО по каждому из термов

D^1	D^2	D^3
0 0,062 0,062 0,187	0 0,091 0,091 0,212	0 0,062 0,062 0,104
0,062 0 0,125 0,25	0,091 0 0,091 0,273	0,062 0 0 0,125
0,062 0,125 0 0,125	0,091 0,091 0 0,182	0,062 0,062 0 0, 125
0,187 0,25 0,125 0	0,212 0,273 0,182 0	0,104 0,125 0,125 0

Для всех входных ЛП в табл. 4 приводим матрицы парной согласованности и индексов нечеткости по всем термам, а также аддитивные k и мультипликативные $\tilde{k}$ показатели согласованности.

Таблица 4

Характеристики согласованности экспертной информации по всем термам для входных ЛП

ЛП	K	D	k	$\tilde{k}$
МДУУО	1 0,892 0,892 0,761 0,892 1 0,895 0,709 0,892 0,895 1 0,791 0,761 0,709 0,791 1	0 0,072 0,072 0,168 0,072 0 0,072 0,216 0,072 0,072 0 0,144 0,168 0,216 0,144 0	0,694	0,687
СП	1 0,925 0,798 0,748 0,925 1 0,865 0,682 0,798 0,865 1 0,778 0,748 0,682 0,778 1	0 0,054 0,143 0,188 0,054 0 0,089 0,242 0,142 0,089 0 0,153 0,188 0,242 0,153 0	0,682	0,674
МР	1 0,946 0,919 0,897 0,946 1 0,895 0,873 0,919 0,895 1 0,92 0,897 0,873 0,92 1	0 0,041 0,062 0,079 0,041 0 0,081 0,099 0,062 0,081 0 0,06 0,079 0,099 0,06 0	0,835	0,834
МП	1 0,892 0,776 0,88 0,892 1 0,875 0,776 0,776 0,875 1 0,896 0,88 0,776 0,896 1	0 0,083 0,153 0,069 0,083 0 0,069 0,153 0,153 0,069 0 0,083 0,069 0,153 0,083 0	0,776	0,776
МИАИ	1 0,885 0,848 0,741 0,885 1 0,741 0,857 0,848 0,741 1 0,875 0,741 0,857 0,875 1	0 0,079 0,113 0,193 0,079 0 0,193 0,113 0,113 0,193 0 0,079 0,193 0,113 0,079 0	0,741	0,74
УИО	1 0,859 0,796 0,93 0,859 1 0,921 0,796 0,796 0,921 1 0,867 0,93 0,796 0,867 1	0 0,103 0,155 0,052 0,103 0 0,052 0,155 0,155 0,052 0 0,103 0,052 0,155 0,103 0	0,796	0,793

Как видно из табл. 4, согласованность представленных экспертных данных достаточно высокая, и они могут быть использованы в экспертной системе для реализации этапов композиции и дефаззификации. На этапе композиции формулируются продукционные правила и делается вывод согласно правилам нечеткой логики. На этапе дефаззификации вычисляются точные значения результирующей ЛП. Для этих вычислений используют, например, метод «центра тяжести» [19]. Такой метод реализуется в среде *MatLab* с помощью пакета прикладных программ *Fuzzy Logic Toolbox* или с помощью приближенной методики [20] достаточно высокой точности.

Заключение. Рассмотрена методика информационной поддержки подготовки экспертной информации для анализа состояния организации и определения уровня ее зрелости с точки зрения достижения устойчивого успеха согласно стандарту ГОСТ Р ИСО 9004–2010. Алгоритм фаззификации исходной информации реализуется в четыре этапа.

1. Изучение предметной области, определение значимых лингвистических переменных и установление оптимальной лингвистической шкалы.
2. Сбор экспертной информации, построение функций принадлежности лингвистических переменных.
3. Вычисление характеристик согласованности экспертной информации: матриц парной согласованности и индексов нечеткости, аддитивного и мультипликативного показателей согласованности.
4. Вывод об адекватности экспертной информации и ее пригодности для дальнейшей обработки в экспертной системе.

Предложенная методика применена к модельному примеру анализа информации о состоянии организации, представленной четырьмя экспертами. Данная методика может быть применена в любых экспертных системах, функционирующих на основе нечеткой экспертной информации.

Библиографический список

1. ГОСТ Р ИСО 9004–2010. Менеджмент для достижения устойчивого успеха организации / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. — Москва : Стандартинформ, 2011. — 32 с.

2. О подходе к оценке уровня зрелости организации с использованием теории нечетких множеств / Н. Н. Шумская [и др.] // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 9-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 19-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2016». — Ростов-на-Дону, 2016. — С. 364–366.

3. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / А. Н. Аверкин [и др.] ; под ред. Д. А. Поспелова. — Москва : Наука, 1986. — 312 с.

4. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А. Н. Борисов [и др.]. — Москва : Радио и связь, 1989. — 394 с.

5. Асаи, К. Прикладные нечеткие системы / К. Асаи, Д. Ватада, С. Сугэно. — Москва : Мир, 1993. — 368 с.

6. Димитров, В. П. Совершенствование методов технического обслуживания зерноуборочной техники на основе экспертных систем : дис. … д-ра техн. наук / В. П. Димитров. — Ростов-на-Дону, 2002. — 300 с.

7. Тугенгольд, А. К. К вопросу построения нечеткой экспертной системы продукционного типа для технологической регулировки машин / А. К. Тугенгольд, В. П. Димитров, Л. В. Борисова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2008. —Т. 8, № 3 (38). — С. 419–426.

8. Hrehova, S. Application of fuzzy principles in evaluating quality of manufacturing process / S. Hrehova, A. Vagaska // WSEAS Transactions on Power Systems. — 2012. — Vol. 7. — P. 50–59.

9. Особенности экспертного контроля качества в сфере обслуживания / Л. В. Борисова [и др.] // Качество продукции: контроль, управление, повышение, планирование : сб. науч. тр. междунар. науч.-практ. конф. — Курск, 2014. — С. 110–113.

10. О подходе к экспертной оценке качества знаний / Н. Н. Шумская [и др.] // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 8-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 18-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2015». — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 321–324.

11. Zadeh, L.-A. Fuzzy sets / L.-A. Zadeh // Fuzzy sets and systems. — 1965 — № 8. — P. 338–353.

12. Knowledge representation in fuzzy logic / ed. R.-R. Yager, L.-A. Zadeh // An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems. — New York : Springer, 1992. — Vol. 165. — P. 1–27. — (The Springer International Series in Engineering and Computer Science).

13. Димитров, В. П. Теоретические и прикладные аспекты разработки экспертных систем для технического обслуживания машин / В. П. Димитров, Л. В. Борисова. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2007. — 202 с.

14. Димитров, В. П. О методике фаззификации нечеткой экспертной информации / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — Т. 11, № 1–2 (62). — С. 46–50.

15. Борисова, Л. В. О методике представления нечетких экспертных знаний / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14.— № 4 (79). — С. 93–102.

16. Димитров, В. П. Методика оценки согласованности моделей нечетких экспертных знаний / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 2 (45). — С. 205–216.

17. Димитров, В. П. О показателях согласованности моделей экспертного оценивания / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 3-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 13-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2010». — Ростов-на-Дону, 2010. — С. 283–286.

18. Программная система для ввода экспертных знаний / В. П. Димитров [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 1 (52). — С. 83–90.

19. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления / И. М. Макаров [и др.]. — Москва : Наука, 2006. — 333 с.

20. Димитров, В. П. О методике дефаззификации нечеткой экспертной информации / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 6 (49). — С. 868–878.

References

1. GOST R ISO 9004-2010. Menedzhment dlya dostizheniya ustoychivogo uspekha organizatsii. [GOST R ISO 9004-2010. Managing for the sustained success of an organization -A quality management approach.] Federal Agency for Technical Regulation and Metrology. Moscow: Standartinform, 2011, 32 p. (in Russian).

2. Shumskaya, N.N., et al. O podkhode k otsenke urovnya zrelosti organizatsii s ispol'zovaniem teorii nechetkikh mnozhestv. [On approach to assessment of organization maturity level with the use of fuzzy-set theory.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 9-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 19-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2016». [Current state and development trends of agricultural machinery: Coll. of sci. papers of 8th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 18th Int. Agroindustrial Exhibition “Interagromash-2016”.] Rostov-on-Don, 2016, pp. 364–366 (in Russian).

3. Averkin, A.N., et al. Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta. [Fuzzy sets in models of control and artificial intelligence.] Pospelov, D.A., ed. Moscow: Nauka, 1986, 312 p. (in Russian).

4. Borisov, A.N., et al. Obrabotka nechetkoy informatsii v sistemakh prinyatiya resheniy. [Fuzzy information processing in the decision-making systems.] Moscow: Radio i svyaz', 1989, 394 p. (in Russian).

5. Asai, K., Sugeno, S. Prikladnye nechetkie sistemy.[Applied fuzzy systems.] Moscow: Mir, 1993, 368 p. (in Russian).

6. Dimitrov, V.P. Sovershenstvovanie metodov tekhnicheskogo obsluzhivaniya zernouborochnoy tekhniki na osnove ekspertnykh sistem : dis. … d-ra tekhn. nauk. [Improving maintenance methods of harvesters based on expert systems: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2002, 300 p. (in Russian).

7. Tugengold, A.K., Dimitrov, V.P., Borisova, L.V. K voprosu postroeniya nechetkoy ekspertnoy sistemy produktsionnogo tipa dlya tekhnologicheskoy regulirovki mashin. [To the question of fuzzy expert system constructing production type for technological adjustment of machines.] Vestnik of DSTU, 2008, vol. 8, no. 3 (38), pp. 419–426 (in Russian).

8. Hrehova, S.,Vagaska, A. Application of fuzzy principles in evaluating quality of manufacturing process . WSEAS Transactions on Power Systems, 2012, vol. 7, pp. 50–59.

9. Borisova, L.V. et al. Osobennosti ekspertnogo kontrolya kachestva v sfere obsluzhivaniya. [Features of export quality control in the service sector.] Kachestvo produktsii: kontrol', upravlenie, povyshenie, planirovanie : sb. nauch. tr. mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Quality of products: control, management, improvement, planning: Coll. sci. papers Int. Sci.-Pract. Conf.] Kursk, 2014, pp. 110–113 (in Russian).

10. Shumskaya, N.N., et al. O podkhode k ekspertnoy otsenke kachestva znaniy. [On approach to the expert assessment of the knowledge quality.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 8-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 18-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2015». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 8th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 18th Int. Agroindustrial Exhibition “Interagromash-2015”.] Rostov-on-Don, 2015, pp. 321–324 (in Russian).

11. Zadeh, L.-A. Fuzzy sets. Fuzzy sets and systems, 1965, no. 8, pp. 338–353.

12. Yager, R.-R., ed., Zadeh, L.-A. Knowledge representation in fuzzy logic. An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems. New York: Springer, 1992, vol. 165, pp. 1–27 (The Springer International Series in Engineering and Computer Science).

13. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V. Teoreticheskie i prikladnye aspekty razrabotki ekspertnykh sistem dlya tekhnicheskogo obsluzhivaniya mashin. [Theoretical and applied aspects of the development of expert systems for maintenance of machinery.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2007, 202 p. (in Russian).

14. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike fazzifikatsii nechetkoy ekspertnoy informatsii. [On expert information fuzzification method.] Vestnik of DSTU, 2012, vol. 11, no. 2 (62), pp. 46–50 (in Russian).

15. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike predstavleniya nechetkikh ekspertnykh znaniy. [On method of representation of fuzzy expertise.] Vestnik of DSTU, 2014, vol. 14, no. 4 (79), pp. 93–102 (in Russian).

16. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. Metodika otsenki soglasovannosti modeley nechetkikh ekspertnykh znaniy. [Methods for estimating coordination of fuzzy expert knowledge models.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 2 (45), pp. 205–216 (in Russian).

17. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O pokazatelyakh soglasovannosti modeley ekspertnogo otsenivaniya. [On reconciliation expert estimation models.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 3-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 13-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2010». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 3rd Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 13th Int. Agroindustrial Exhibition “Interagromash-2010”.] Rostov-on-Don, 2010, pp. 283–286 (in Russian).

18. Dimitrov, V.P., et al. Programmnaya sistema dlya vvoda ekspertnykh znaniy. [Programmed system for input of expert knowledge.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 1 (52), pp. 83–90 (in Russian).

19. Makarov, I.M., et al. Iskusstvennyy intellekt i intellektual'nye sistemy upravleniya. [Artificial intelligence and intelligent control systems.]. Moscow: Nauka, 2006, 333 p. (in Russian).

20. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike defazzifikatsii nechetkoy ekspertnoy informatsii. [On defuzzification method in fuzzy expert information processing.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 6 (49), pp. 868–878 (in Russian).

Поступила в редакцию 29.07.2016
Сдана в редакцию 29.07.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 29.07.2016
Submitted 29.07.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.415.532 DOI 10.12737/22160

Метод выбора между ручным и автоматизированным тестированием, основанный на свойствах программного продукта*

Е. Ю. Галимова[1], А. Н. Коваленко[2]**
[1, 2] Высшая школа печати и медиатехнологий Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Method of selecting between manual and automated testing based on the software product features***

E. Y. Galimova[1], A. N. Kovalenko[2]**
[1,2] Higher School of Printing Arts and Media Technologies, St. Petersburg State University of Technology and Design, St. Petersburg, Russian Federation

Целью данной работы является создание и исследование метода выбора между ручным и автоматизированным тестированием программного продукта (ПП). Суть предлагаемого метода состоит в организации процедуры взаимодействия тестировщиков с программистами, которые завершили процесс написания программного кода и провели модульное тестирование. Предложен специальный вопросник из 20 пунктов, который заполняется программистом. Полученные таким образом, обработанные и проанализированные ответы позволяют судить о важных для работы тестировщика особенностях функционирования будущего программного продукта. В результате установлена общая связь свойств, определяющих полезность программного продукта, с методом тестирования. Если требуется проверка функциональных возможностей и (или) надежности, рекомендуется применять смешанное тестирование — ручное и автоматизированное. Если требуется проверка практичности и (или) сопровождаемости, рекомендуется применять ручное тестирование. Если требуется проверка эффективности и (или) мобильности, рекомендуется применять автоматизированное тестирование. Методика направлена на улучшение качества тестирования и основана на ГОСТ РИСО/МЭК 9126-93.

Ключевые слова: ручное тестирование ПП, автоматизированное тестирование ПП, полуавтоматизированное тестирование ПП, метод выбора.

The work objective is to develop and investigate a method of choosing between manual and automated testing of the software product (SP). The proposed method principle consists in the organization of the interaction routines between testers and programmers who have completed the coding and unit testing process. A special questionnaire of 20 points which is filled in by a programmer is offered. Thus, the obtained, processed and analyzed answers make assertions about features of the prospective software product performance valuable for a tester. As a result, a general connection between the properties that determine the software utility and the testing method is specified. When functionality and (or) the reliability checking is requested, it is recommended to use the mixed testing – both manual and automated. When usability and (or) maintainability checking is requested, it is recommended to use the manual testing. When productivity and (or) portability checking is requested, it is recommended to use the automated testing. The methods are aimed at improving the testing quality on the basis of GOST RISO/IEC 9126-93.

Keywords: manual software testing, automated software testing, semi-automated software testing, selection method.

Введение. Процесс разработки программного продукта (ПП) рассматривается как каскадная модель, работа в которой предполагает последовательное выполнение следующих этапов: анализ требований, проектирование, реализация, тестирование, внедрение, поддержка [1]. Данная модель обладает высокой степенью формализации, что делает ее применимой при управлении большими проектами. Она предназначена для использования на второй стадии тестирования, которая проводится в группах профессиональных тестировщиков по завершении работы программистов. В приведенном виде постановка задачи в научной литературе не встречается.

В основе работы — предложения по организации взаимодействия программистов и тестировщиков. Данное взаимодействие предлагается базировать на специальном простом вопроснике. С ним работают программисты, а затем ответы дополняют тестировщики.

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: Galim81@mail.ru, akovalenko@uprint.spb.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

В действующих стандартах [2] описаны характеристики, определяющие полезность ПП для конечных пользователей:

1) функциональные возможности (атрибуты: пригодность, правильность, способность к взаимодействию, согласованность, защищенность);
2) надежность (атрибуты: стабильность, устойчивость к ошибке, восстанавливаемость);
3) практичность (атрибуты: понятность, обучаемость, простота использования);
4) эффективность (атрибуты: характер изменения во времени, характер изменения ресурсов);
5) сопровождаемость (атрибуты: анализируемость, изменяемость, устойчивость, тестируемость);
6) мобильность (атрибуты: адаптируемость, простота внедрения, соответствие, взаимозаменяемость).

Перечисленные свойства ПП важны во многих отношениях, в частности, они влияют на выбор плана тестирования.

Основная часть

Опросный лист для разработчиков ПП

При поступлении ПП на тестирование предлагается получать ответы от программистов и системных аналитиков на приведенные ниже вопросы 1–20. Каждый вопрос отражает определенный набор свойств ПП. Если дан утвердительный ответ, указанные выше свойства предполагается проверять в предстоящей итерации тестирования. После вопроса указаны свойства из приведенного выше набора характеристик полезности ПП.

1. Обладает ли ПП функционалом для выполнения повторяющихся действий? Свойства: функциональные возможности, надежность, эффективность.
2. Часто ли будут выходить новые версии ПП? Свойства: эффективность, мобильность.
3. Достаточно ли форм с полями для ввода данных? Свойства: функциональные возможности, эффективность.
4. Предъявляются ли высокие требования к производительности? Свойства: функциональные возможности, надежность, эффективность.
5. Предусмотрены ли переходы с одной платформы (конфигурации аппаратных средств) на другую при работе с ПП? Свойства: надежность, эффективность.
6. Предполагается ли эксплуатация ПП при максимальной нагрузке? Свойства: надежность, эффективность.
7. Много ли web-ссылок в ПП? Свойства: функциональные возможности, надежность.
8. Предусмотрены ли операции, выполняемые вручную? Свойства: практичность, сопровождаемость.
9. Планируется ли проверка эргономичности ПП? Свойства: функциональные возможности, сопровождаемость.
10. Будут ли регулярно проверяться корректность установки, обновления и удаления ПП? Свойства: практичность, сопровождаемость.
11. Важна ли простота и быстрота восприятия выходных данных? Планируется ли проверка удобочитаемости формата выходных данных? Свойства: практичность, сопровождаемость.
12. Много ли сторонних управляющих элементов использовалось при разработке? Свойства: практичность, сопровождаемость.
13. Необходимо ли оценивать способность восстановления системы после сбоя? Свойства: функциональные возможности, надежность.
14. Много ли в ПП графических объектов? Свойства: функциональные возможности, практичность.
15. Много ли в ПП функционала, который предполагает печать документов на принтере? Свойства: функциональные возможности, надежность, сопровождаемость.
16. Должно ли тестирование пройти в сжатые сроки? Свойства: сопровождаемость.
17. Планируется ли проводить функциональное тестирование? Свойства: функциональные возможности.
18. Предполагается ли создавать наборы входных тестовых данных заново перед каждой итерацией тестирования? Свойства: надежность, функциональные возможности.
19. Будет ли проводиться тестирование на некорректных входных данных? Свойства: функциональные возможности, надежность.
20. Использовались ли при разработке ПП сложные логические структуры (ветвления, циклы)? Свойства: надежность.

Работа с результатами опроса

Результаты опроса разработчиков ПП поступают в отдел тестирования для анализа. Порядок вопросов не случаен. Положительный ответ на любой из первых семи вопросов говорит в пользу автоматизации тестирования; в пользу ручного — положительные ответы на вопросы с 8 по 16; в пользу смешанного тестирования — положительные ответы на вопросы с 17 по 20.

Обсудим эти вопросы.

Стандартный инструмент автоматизации тестирования способен записывать, а потом воспроизводить последовательности действий тестировщика. Затем программное средство автоматизации сравнивает полученный результат с эталоном. Если сравнение успешное, то тест считается пройденным. В противном случае сообщается, что в тесте допущена ошибка. Одним из стандартных инструментов автоматизации тестирования является программное обеспечение *Selenium*. Его важное преимущество — наличие драйверов под все распространенные платформы, включая мобильные, а также широкий спектр функциональных возможностей [3, 4]. Но *Selenium* не решает вопросы, поставленные в данной статье.

1. Если в ПП много функционала для выполнения повторяющихся действий, в тестовом наборе будет много однотипных тестов. Автоматизированное тестирование позволяет существенно сократить время выполнения повторяющихся тестов (например, тесты могут выполняться в круглосуточном режиме). ПП, в которых есть функционал для многократного выполнения однотипных действий, лучше всего поддается автоматизации, поэтому данный фактор — первый в списке.

2. Каждая новая версия ПП должна проходить цикл регрессионного тестирования. Полностью проверяется весь функционал, то есть повторно выполняются старые тесты. Разработанный для более ранних версий набор автоматических тестов с актуальными изменениями может применяться в новой версии ПП. Это позволяет экономить ресурсы при подготовке тестовых наборов. Из вышесказанного следует, что автоматизация эффективна при регрессионном тестировании (второе место в списке).

3. Визитная карточка ПП — пользовательский интерфейс, поэтому его проверка производится практически при каждой тестовой итерации. Тестирование пользовательского интерфейса, если работа с ПП требует ввода в специальные поля большого количества данных, становится рутинным процессом для тестировщика. Одни и те же действия с небольшими вариациями выполняются много раз. Негативную роль может сыграть человеческий фактор — от однообразной работы внимание тестировщика притупляется. Именно такие тесты легко автоматизируются. Итак, вопрос об особенностях интерфейса ПП — третий в списке.

4. Одна из важных характеристик ПП — производительность, ее уровень и стабильность. Тестирование производительности обычно подразумевает поэтапное увеличение нагрузки — увеличивается частота выполнения операций и (или) количество пользователей. На каждом уровне нагрузки измеряются системные показатели (ожидание процессорами ввода-вывода, очереди на использование процессора, очереди на использование диска и т. д.). Такие показатели обычно считываются с помощью специальных программных средств, то есть с использованием автоматизации, поэтому вопрос о тестировании производительности занял четвертое место.

5. Конфигурация рабочей станции зависит от особенностей ее функциональных частей, характера связей между ними и от требований решаемых задач [5]. Предполагается, что у конечных пользователей ПП будут различные конфигурации рабочих станций. Этим объясняется важность конфигурационного тестирования. Различные конфигурации часто встречаются в известных распределенных системах [6]. Набор возможных конфигураций велик, на каждой из них прогоняются однотипные тесты. Таким образом, автоматизация конфигурационного тестирования помогает экономить значительные ресурсы и занимает пятое место в списке.

6. Во многих случаях для ПП важна устойчивость работы при чрезмерных нагрузках на систему (банковское ПО, навигационное ПО). Возникает необходимость проводить нагрузочное тестирование. Удобно имитировать максимальные нагрузки с использованием специальных инструментов автоматизации (шестое место).

7. На сегодняшний день многие ПП имеют web-интерфейс (кроссплатформенный по своей природе). Он менее ресурсоемкий, и его использование позволяет не устанавливать на рабочую станцию вспомогательное ПО. Зачастую web-интерфейс одного ПП обладает объемным функционалом. Ручное тестирование может занять много времени, а сократить его помогает автоматизация, поэтому вопросы, касающиеся интернет-приложений, включены в блок автоматизации и занимают здесь последнее, седьмое место.

Следует отметить, что в современных условиях ручное тестирование не теряет актуальности [7]. И следующий блок объединяет вопросы (с 8-го по 16-й) именно о ручном тестировании. Чем больше количество положительных ответов в этой части вопросника, тем большая доля ручного тестирования необходима.

8. Если функционал предполагает ручные операции во время работы ПП (например, загрузка диска, подключение дополнительного оборудования), то необходимо участие тестировщика в процессе выполнения проверок. Соответственно, вопрос о функционале ПП поставлен в данном блоке на первое место.

9. Удобство (эргономичность) подразумевает свойства ПП, влияющие на параметры применения и их индивидуальную оценку потенциальными пользователями [8]. Высокая эргономичность ПП позволяет быстрее решать задачи, входящие в функционал, поэтому данный вопрос занимает второе место в блоке.

10. Корректность установки важна, так как хотя бы один раз каждый ПП проходит процесс установки (третье место в блоке).

11. Удобочитаемость — это, в первую очередь, простота восприятия информации. За рубежом разработаны специальные формулы для расчета удобочитаемости. Например, для текстов на английском языке активно используется формула Флэша — Кинкайда [9]:

$$\text{Удобочитаемость} = 206{,}835 - 1{,}015 \times (\text{всего слов/всего предложений}) - $$
$$- 84{,}6 \times (\text{всего слогов/всего слов}).$$

Из представленной формулы видно, что наиболее удобочитаемы тексты с довольно короткими словами и предложениями.

Некоторое представление об удобочитаемости дает так называемый индекс туманности Ганнинга. Точнее, он показывает примерный возраст, с которого можно понимать данный текст. Первоначально разработанная для английского языка, формула Ганнинга, соответствующим образом модифицированная, иногда применяется и для русскоязычных текстов. Важным параметром данного индекса является удельное число многосложных слов (как правило, в русском языке считаются многосложными слова с количеством слогов более четырех). Очевидно, что чем больше в тексте многосложных слов, тем он труднее для восприятия. Однако следует отметить, что на сегодняшний день нет общепризнанных подходов для определения удобочитаемости русскоязычных текстов. Во многих случаях приходится полагаться на экспертную оценку, не поддающуюся автоматизации. Удобочитаемость выходных данных обеспечивает комфорт в работе конечных пользователей, что напрямую влияет на массовость распространения ПП и его востребованность. Данный вопрос поставлен на четвертое место в блоке.

12. Количество сторонних управляющих элементов, используемых при разработке, напрямую влияет на выбор подхода тестирования. Известно поведение на выходе сторонних управляющих элементов, но не известна их внутренняя структура. Если есть документация на каждый управляющий элемент, возможно применение автоматизированного тестирования. В противном случае рекомендуется сосредоточиться на разработке ручных проверок, которые «нацелят» данные элементы на выполнение нужных в процессе тестирования действий (пятое место в блоке).

13. Если цель тестирования — проверить обеспечение сохранности данных, то могут активно использоваться ручные операции: прекратить подачу электропитания, внести вручную ошибочные значения в таблицы баз данных, закрыть ПП на компьютере в момент выполнения им синхронизации данных (с сетевыми папками, мобильными устройствами, совместно используемым ПО). Данный вопрос находится в блоке на шестом месте.

14. В ряде случаев необходимо протестировать *Graphical user interface* (*GUI*) — графический интерфейс пользователя, элементы которого (кнопки, меню, иконки) выполнены в виде графических изображений. Такое тестирование направлено на проверку:

— внешнего вида и форм взаимодействия с пользователями;

— доступа к внутренней функциональности ПП через элементы интерфейса.

Ручное тестирование предпочтительнее, так как тестировщик оценивает интерфейс не по формальным признакам, а следовательно, сможет найти больше дефектов. Поддержка ручных тестов *GUI* менее затратная в финансовом плане. Хотя автоматизация не исключается, так как повышает скорость и объемы выполняемых. Данный фактор занимает седьмое место в блоке.

15. Тестирование качества печати требует экспертной оценки, поэтому автоматизация здесь невозможна. В данном случае функционал ПП довольно узок, и вопрос занимаем в списке восьмое место.

16. Если сроки тестирования ограничены, то оптимальным выбором будет автоматизация процесса. Ручные операции имеют смысл только в случае, если данный ПП поступил на тестирование впервые (то есть это не регрессионное тестирование). Таким образом, данный вопрос занимает в блоке последнее, девятое, место.

Третий блок включает вопросы (с 17-го по 20-й), выявляющие необходимость смешанного тестирования.

17. Функциональное тестирование — самое сложное и объемное, поэтому уместна как ручная, так и автоматизированная проверка, в зависимости от оцениваемого функционала (первое место в блоке).

18. Для некоторых ПП приходится заново создавать наборы входных тестовых данных перед каждой итерацией тестирования. Например, тестирование пользовательских аккаунтов на форуме. При несоблюдении пользователем правил форума его аккаунт может быть заблокирован. Вместо заблокированных аккаунтов придется создавать новые для следующей итерации тестирования. Непосредственно ввод данных о новом пользователе в поля можно автоматизировать, однако подтверждение регистрации переходом из электронного письма по ссылке придется делать вручную. Таким образом, требуется смешанное тестирование. Вопрос занимает второе место в блоке.

19. Тестирование на некорректных входных данных может проводиться и вручную, и с применением автоматизации. Данный вопрос касается небольшой группы тестов, поэтому он на третьем месте.

20. Для тестирования логики необходим доступ к программному коду. Обычно сложность вызывает тестирование циклов. Рекомендуется разработать стратегию выделения маршрутов тестирования с указанием количества итераций циклов. В результате происходит приведение ПП к ациклическому типу. Далее тестирование отдельных моду-

лей автоматизируется, остальные проверяются вручную. Доля автоматических и ручных тестов варьируется в зависимости от индивидуальных особенностей ПП, поэтому вопрос поставлен на четвертое место в блоке.

Опросник с бинарными ответами (да — 1, нет — 0) передается в отдел тестирования, и ведущий тестировщик расставляет веса вопросов. Для мотивированного отличия и упрощения обработки рекомендуется набор весов {0,25; 0,5; 0,75; 1}. Вес будет мало различаться для ПП, принадлежащих одному классу программ, что позволит составлять и запоминать сценарии тестирования для типичных случаев. Уже с таким набором информации тестировщик может приступать к составлению плана тестирования, в котором он более обоснованно будет выбирать способ тестирования: автоматизированный, ручной, смешанный.

Процесс может быть формализован и далее — переходом к постановке и решению многокритериальной задачи [10].

Выводы. Свойства, определяющие полезность ПП, связаны с методом тестирования. Если требуется проверка функциональных возможностей и (или) надежности, рекомендуется применять смешанное (ручное и автоматизированное) тестирование. Если требуется проверка практичности и (или) сопровождаемости, рекомендуется применять ручное тестирование. Если требуется проверка эффективности и (или) мобильности, рекомендуется применять автоматизированное тестирование.

Предложенная в данной работе методика дает возможность инженеру-тестировщику принять решение о выборе подхода к тестированию ПП. В основе метода лежат характеристики ПП, имеющие статус стандарта. Предложенная методика подходит как для десктопных, так и для веб-приложений. После небольших уточнений в списке вопросов, она может быть применена и для тестирования мобильных приложений.

Библиографический список

1. Roebuck, K. System Development Life Cycle (SDLC). High-impact Strategies — What You Need to Know: Definitions, Adoptions, Impact, Benefits, Maturity, Vendors / K. Roebuck. — Brisbane : Emereo Pty Limited, 2011. — 530 p.

2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 9126–93. Информационная технология. Оценка программной продукции. Характеристики качества и руководства по их применению / Госстандарт России. — Москва : Изд-во стандартов, 2004. — 9 с.

3. Галимова, Е. Ю. Анализ алгоритма принятия решения об автоматизации тестирования программного продукта с применением свободного программного обеспечения Selenium / Е. Ю. Галимова // Теория и практика применения свободного программного обеспечения : сб. тр. Рос. молодеж. конф. с эл-тами науч. школы. — Магнитогорск : Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г. И. Носова, 2016. — 223 с.

4. Gundecha, U. Selenium Testing Tools Cookbook / U. Gundecha. — Birmingham : Pack Publishing, 2012. — 309 p.

5. ГОСТ 15971–90. Системы обработки информации. Термины и определения / Гос. комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. — Москва : Изд-во стандартов, 1991. — 13 с.

6. Галимова, Е. Ю. Автоматизация тестирования распределенных информационных систем / Е. Ю. Галимова // Информационные технологии и их применение : сб. тезисов докладов IV Всерос. интернет-конференции. — Иркутск : МГЛУ ЕАЛИ, 2016. — 210 с.

7. Галимова, Е. Ю. Преимущества ручного подхода к тестированию программного обеспечения / Е. Ю. Галимова // Наука в исследованиях молодых : мат-лы III Междунар. науч. форума студентов, магистрантов, аспирантов. — Новосибирск : Сибпринт, 2013. — 180 с.

8. ГОСТ 28806–90. Качество программных средств. Термины и определения / Гос. комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. — Москва : Изд-во стандартов, 1991. — 8 с.

9. Кошелева, Д. Л. Определение уровня языковой сложности текстов для изучающих польский язык как иностранный : выпускная квалификац. работа / Д. Л. Кошелева — Москва : Высшая школа экономики, 2015. — 73 с.

10. Галимова, Е. Ю. Применение алгоритма многокритериальной оптимизации при выборе между ручным и автоматизированным тестированием / Е. Ю. Галимова, А. Н. Коваленко // Молодежь. Наука. Инновации : сб. докладов 63-й Междунар. молодеж. науч.-техн. конф. — Владивосток : Изд-во Мор. гос. ун-та, 2015. — Т. 1. — 356 с.

References

1. Roebuck, K. System Development Life Cycle (SDLC). High-impact Strategies — What You Need to Know: Definitions, Adoptions, Impact, Benefits, Maturity, Vendors. Brisbane: Emereo Pty Limited, 2011, 530 p.

2. GOST R ISO/MEK 9126-93. Informatsionnaya tekhnologiya. Otsenka pro-grammnoy produktsii. Kharakteristiki kachestva i rukovodstva po ikh primeneniyu. [State Committee for the Russian Federation for Standardization and Metrology. GOST R ISO/MEK 9126–93. Information technology. Software product evaluation. Quality characteristics and guidelines for their use.] Moscow: Izdatel'stvo standartov, 2004, 9 p. (in Russian).

3. Galimova, E.Y. Analiz algoritma prinyatiya resheniya ob avtomatizatsii testirovaniya programmnogo produkta s primeneniem svobodnogo programmnogo obespecheniya Selenium. [Analysis of decision algorithm on test automation using Selenium free software.] Teoriya i praktika primeneniya svobodnogo programmnogo obespecheniya : sb. tr. Ros. molodezh.

konf. s el-tami nauch. shkoly. [Theory and practice of free software: Coll.of papers. Russian Youth Conf. with elements of sci. school.] Magnitogorsk: Nosov Magnitogorsk State Technical University Press, 2016, 223 p. (in Russian).

4. Gundecha, U. Selenium Testing Tools Cookbook. Birmingham: Pack Publishing, 2012, 309 p.

5. GOST 15971–90. Sistemy obrabotki informatsii. Terminy i opredeleniya. [GOST 15971–90. Information processing systems. Terms and definitions.] USSR State Committee on product Quality Control and Standards. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1991, 13 p. (in Russian).

6. Galimova, E.Y. Avtomatizatsiya testirovaniya raspredelennykh informatsionnykh system. [Test automation of distributed information systems.] Informatsionnye tekhnologii i ikh primenenie: sb. tezisov dokladov IV Vseros. internet-konferentsii. [Information technologies and their application: coll.of abstr.and reports IV All-Russian Internet Conference.] Irkutsk: MGLU EALI, 2016, 210 p. (in Russian).

7. Galimova, E.Y. Preimushchestva ruchnogo podkhoda k testirovaniyu programmnogo obespecheniya. [Advantages of manual approach to software testing.] Nauka v issledovaniyakh molodykh: mat-ly III Mezhdunar. nauch. foruma studentov, magistrantov, aspirantov.[Science in research of the young: Proc. III Int. Sci. Forum of students, graduate students and post-graduates.] Novosibirsk: Sibprint, 2013, 180 p. (in Russian).

8. GOST 28806–90. Kachestvo programmnykh sredstv. Terminy i opredeleniya. [GOST 28806-90. Software quality. Terms and definitions.] USSR State Committee on product Quality Control and Standards. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1991, 8 p. (in Russian).

9. Kosheleva, D.L. Opredelenie urovnya yazykovoy slozhnosti tekstov dlya izuchayushchikh pol'skiy yazyk kak inostrannyy: vypusknaya kvalifikats. rabota. [Determining the linguistic complexity level of texts for learners of Polish as a foreign language.] Moscow: Higher School of Economics, 2015, 73 p. (in Russian).

10. Galimova, E.Y., Kovalenko, A.N. Primenenie algoritma mnogokriterial'noy optimizatsii pri vybore mezhdu ruchnym i avtomatizirovannym testirovaniem. [Application of multi-criteria optimization algorithm in selecting between manual and automated testing.] Molodezh'. Nauka. Innovatsii: sb. dokladov 63-y Mezhdunar. molodezh. nauch.-tekhn. konf. [The Youth. Science. Innovations: Coll. of reports 63rd Int. Youth Sci.-Tech. Conf.] Vladivostok: Meritime State University Press, 2015, vol. 1, 356 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 21.06.2016
Сдана в редакцию 22.06.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 21.06.2016
Submitted 22.06.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.711 DOI 10.12737/22157

Применение раскрашенных временных сетей Петри для моделирования цементного производства[*]

И. А. Седых[1], Е. С. Аникеев[2]**

[1,2] Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация

Application of colored timed Petri nets for cement production simulation [***]

I. A. Sedykh[1], E. S. Anikeev[2]**

[1,2] Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation

Целью работы является создание модели сложного распределенного объекта — цементного производства на основе раскрашенных временных сетей Петри, ее анализ и оценка с точки зрения эффективности и достоверности. В работе рассмотрены различные виды сетей Петри, способы их задания и динамика работы. Для раскрашенных временных сетей Петри сформулирован алгоритм функционирования в матричной форме. На основе раскрашенных временных сетей построена математическая модель, позволяющая спрогнозировать объем цементного производства за определенный период. Модель реализована на языке программирования C++. Проведено сравнение результатов моделирования с фактическими данными. Установлено, что реализованная модель с достаточной точностью предсказывает объем выпуска продукции цементного производства. Разработанные методы работоспособны и применимы в моделировании производственных процессов в составе автоматизированной системы управления технологическими показателями.

Ключевые слова: модель, моделирование, раскрашенная временная сеть Петри, цементное производство, алгоритм, производственные процессы.

The work objective is to develop a special model of the complex distributed object – the cement production – on the basis of the colored timed Petri nets including its analysis and estimation of effectiveness and correctness. Various kinds of the Petri nets together with the methods of their determination and performance dynamics are considered. An operation algorithm is formulated in the matrix form for the colored timed Petri nets. On the basis of the colored timed nets, a mathematical model that allows predicting the cement production volume for a defined period is built. The discussed model is realized in the C++ language. The simulation results are compared to the factual data. It is found that the implemented model with a reasonable degree of accuracy predicts the output volume of the cement production. The developed methods are operable and applicable in the manufacturing process simulation as part of an automated control system of the technology parameters.

Keywords: model, simulation, colored timed Petri net, cement production, algorithm, production processes.

Введение. В работе рассмотрена методика создания модели на примере сложной распределенной системы — технологического процесса функционирования цементного производства. Процесс выпуска цемента является одним из примеров недетерминированных динамических параллельных производственных систем, проблема моделирования которых связана как с возможной хаотичностью системы, так и с необходимостью учитывать динамику подсистем.

Для описания и анализа таких систем могут применяться сети Петри [1–3] и их разновидности, например, нечеткие [4], временные [5–6], раскрашенные [7].

В [8–10] рассмотрены окрестностные модели обжига клинкера цементного производства. В [11] при моделировании процесса функционирования цементного производства использованы временные сети Петри, достоинствами которых являются динамическое отражение состояний моделируемой системы и возможность анализа свойств полученной модели.

[*] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-07-00-854).

[**] E-mail: sedykh-irina@yandex.ru, evgenij-anikeev@yandex.ru

[***] The research is done with the financial support from RFFI (project no. 16-07-00-854).

В работе рассмотрены раскрашенные временные сети Петри, являющиеся сетями более высокого уровня и позволяющие, по сравнению с обычными сетями Петри, анализировать дополнительные свойства моделируемых процессов без усложнения структуры сети.

Так, во временных сетях, в отличие от обычных сетей Петри, переходы срабатывают с некоторой задержкой, а маркеры находятся в позициях определенное время, что дает возможность моделирования не только последовательности событий, но и их привязку ко времени.

Раскрашенные сети Петри позволяют одновременно моделировать несколько параллельных потоков различных материалов или событий в процессе функционирования сложных систем. В аналогичных моделях на основе обычных сетей Петри приходится искусственно вводить дополнительные позиции, не являющиеся отображениями элементов процесса, служащие для упорядочения запусков переходов сети и разделения материалов или событий, что усложняет пространственную структуру модели и затрудняет ее интерпретацию.

Раскрашенные временные сети Петри, используемые в работе, объединяют в себе приведенные достоинства как раскрашенных, так и временных сетей.

В работе построен опытный образец модели расчёта объема выпуска продукции цементного производства по месяцам в течение одного года на основе раскрашенных временных сетей Петри.

Разработана программа на языке С++, позволяющая рассчитать производительность цементного производства за заданный период. Реализованная модель с достаточной точностью предсказывает объем выпуска продукции.

Способы задания и правила функционирования сетей Петри. Существует три эквивалентных способа задания сети Петри: графический, аналитический и матричный [3, 11].

Графически сети Петри представляются в виде двудольных графов. Множество вершин состоит из непересекающихся подмножеств позиций $P=\{p_i\},\ i=1,\ldots,n$ и переходов $T=\{t_j\},\ j=1,\ldots,m$, а множество дуг разделяется на два подмножества $\{(p_i,t_j)\}\subseteq P\times T$ и $\{(t_j,p_i)\}\subseteq T\times P$. В изображении графов, представляющих сети Петри, позиции обозначаются кружками, а переходы — планками.

Далее рассмотрим аналитическо-матричный способ задания сетей Петри [11]. Сеть Петри задается следующим набором $PN=(P,T,R^-,R^+,\mu_0)$, где:

– $P=\{p_1,p_2,\ldots,p_n\}$ — конечное непустое множество позиций;

– $T=\{t_1,t_2,\ldots,t_m\}$ — конечное непустое множество переходов (множества P и T не пересекаются: $P\bigcap T=\varnothing$);

– $R^-\in \mathrm{R}^{m\times n}$ — матрица инцидентности дуг, входящих в переходы;

– $R^+\in \mathrm{R}^{m\times n}$ — матрица инцидентности дуг, выходящих из переходов;

– $\mu_0=\{\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_n\}$ — вектор начальной маркировки сети Петри.

Приведем алгоритм функционирования сети Петри:

1. Текущая маркировка сети равна начальной $\mu=\mu_0$.

2. Переход t_j $(j=1,...,m)$ при текущей маркировке μ разрешен, если $\mu\ge e_j\cdot R^-$, где $e_j=[0,0,\ldots,1_j,\ldots,0]\in \mathrm{R}^m$ — строка, содержащая нули везде, за исключением *j*-го элемента. Заметим, что разрешенных переходов при текущей маркировке может быть несколько. Если нет разрешенных переходов, сеть достигла тупиковой маркировки, дальнейшее функционирование невозможно, конец алгоритма. Иначе переходим к пункту 3.

3. Случайным образом выбирается один из разрешенных переходов t_j $(j=1,...,m)$.

4. Маркеры перемещаются из входных позиций выбранного перехода t_j во все его выходные позиции по формуле $\mu=\mu+e_j\cdot R$, где $R=R^+-R^-$ — матрица инцидентности сети Петри.

Виды сетей Петри. Раскрашенная временная сеть Петри. Во временных сетях Петри [5] $PN_{pt}=(P,T,R^-,R^+,\mu_0,Z,S)$ вводятся в рассмотрение временные задержки маркеров в позициях и время срабатывания разрешенных переходов, где:

– $S=\{S_1,S_2,\ldots,S_n\}$ — вектор задержек маркеров в позициях;

– $Z=\{Z_1,Z_2,\ldots,Z_m\}$ — вектор времени срабатывания разрешенных переходов.

Раскрашенная сеть Петри [7] $PN_c = (P, T, C, \hat{R}^-, \hat{R}^+, \hat{\mu}_0)$ отличается от PN наличием цветов, матрицей, а не вектором, начальной маркировки и блочной структурой матриц инцидентности, где:

– $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_d\}$ — цвета сети;

– $R^- \in \mathrm{R}^{(d \cdot m) \times n}$ — блочная матрица инцидентности дуг, входящих в переходы;

$$R^- = \begin{bmatrix} R_1^- \\ R_2^- \\ \vdots \\ R_d^- \end{bmatrix}$$, где R_k^- — матрица инцидентности входящих дуг цвета C_k, $k = 1, \ldots, d$;

– $R^+ \in \mathrm{R}^{(d \cdot m) \times n}$ — блочная матрица инцидентности дуг, выходящих из переходов;

$$R^+ = \begin{bmatrix} R_1^+ \\ R_2^+ \\ \vdots \\ R_d^+ \end{bmatrix}$$, где R_k^+ — матрица инцидентности выходящих дуг цвета C_k;

– $\hat{\mu}_0 \in \mathrm{R}^{d \times n}$ — матрица начальной маркировки.

Обобщением временной и раскрашенной сети является раскрашенная временная сеть Петри $PN_{cpt} = (P, T, C, \hat{R}^-, \hat{R}^+, \hat{\mu}_0, Z, S)$.

Представление цементного производства посредством раскрашенных временных сетей Петри. Рассмотрим в данном пункте реализацию модели на примере сложного распределенного объекта — технологического процесса функционирования цементного производства ЗАО «Липецкцемент».

На рис. 1 изображен граф раскрашенной временной сети Петри, иллюстрирующий производственный цикл цементного производства.

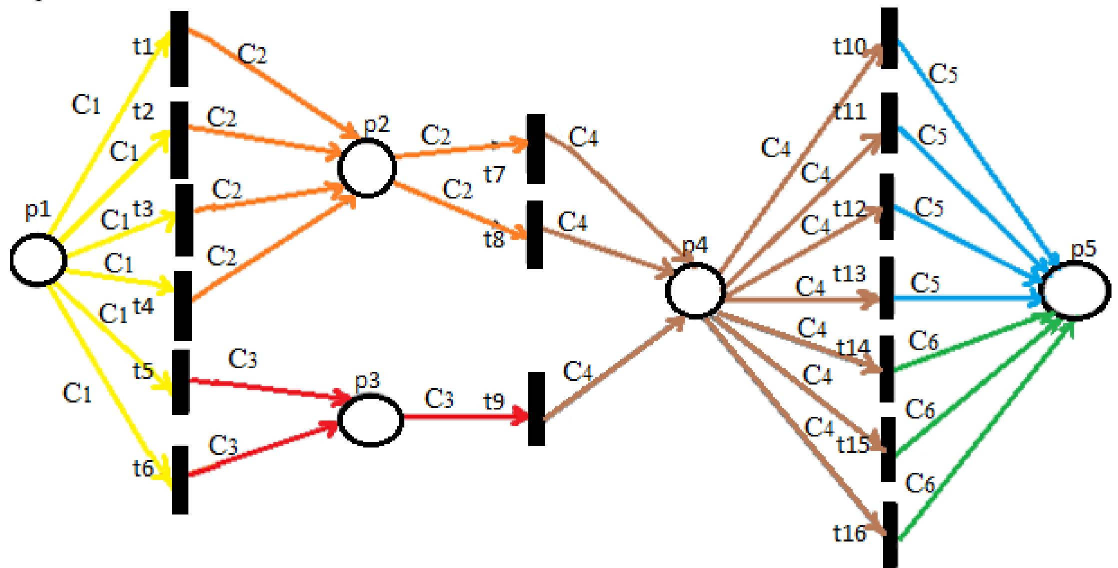


Рис. 1. Граф раскрашенной временной сети Петри цементного производства

Позиции $p_1 - p_5$ на рис. 1 соответствуют следующим складам:

– p_1 — склад сырья;

– p_2 — силос сырьевой муки;

– p_3 — силос сырьевой муки;

– p_4 — склад клинкера;

– p_5 — силос цемента.

Переходы $t_1 - t_{16}$ соответствуют агрегатам:

– $t_1 - t_4$ — сепараторные мельницы 3,2×8,5 м;

– $t_5 - t_6$ — трубные мельницы 4,2×10 м;

– $t_7 - t_8$ — вращающиеся печи 4×60 м;

– t_9 — вращающаяся печь 5×75 м;

– $t_{10} - t_{13}$ — цементные мельницы 3×14 м;

– $t_{14} - t_{16}$ — цементные мельницы 3,2×15 м.

Граф сети Петри имеет цвета $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6\}$ (рис. 1).

Блочные матрицы инцидентности входов и выходов переходов R^- и R^+ соответственно равны:

$$R^- = \begin{bmatrix} R_1^- \\ R_2^- \\ \vdots \\ R_6^- \end{bmatrix}, \quad R^+ = \begin{bmatrix} R_1^+ \\ R_2^+ \\ \vdots \\ R_6^+ \end{bmatrix}.$$

В частности, для цвета C_2 матрица R_2^- равна:

$$R_2^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{27}^{2-} & r_{28}^{2-} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

где r_{2j}^{2-} — количество сырья, поступающего со склада p_2 во вращающуюся печь t_j $(j = 7,\ 8)$. Остальные элементы матрицы R_2^- равны нулю, так как в графе сети Петри имеется только две входящие оранжевые дуги C_2, соответствующие переходам $t_7 - t_8$ и позиции p_2 (рис. 1).

Матрица R_2^+ равна:

$$R_2^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{21}^{2+} & r_{22}^{2+} & r_{23}^{2+} & r_{24}^{2+} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

где r_{2j}^{2+} — производительность сепараторной мельницы t_j $(j = 1,...,4)$. Другие элементы матрицы R_2^+ являются нулевыми, так как в графе имеется только четыре выходящие оранжевые дуги C_2, соответствующие переходам $t_1 - t_4$ и позиции p_2 (рис. 1).

Остальные матрицы R_k^-, R_k^+ $(k = 1,...,6)$ формируются аналогично.

Раскрашенная временная сеть Петри цементного производства функционирует по следующему алгоритму:

1. Начальное время функционирования сети $\tau = 0$; начальная маркировка μ_0 описывает количество материала на складах в начальный момент времени; время функционирования производства равно T часов. Все переходы сети Петри являются незаблокированными.

2. Незаблокированные переходы сети t_j, $j = 1,...,m'$ последовательно проверяются на разрешенность. Переход t_j при текущей маркировке μ_τ разрешен, если $\mu_\tau \geq e_j \otimes R^-$, где $e_j = [0, 0, \ldots, 1_j, \ldots, 0]$ — строка, содержащая нули везде, за исключением *j*-го элемента; операция $\otimes$ означает произведение строки e_j на каждую из матриц R_k^-, образующих блочную матрицу $R^- = \left[R_1^-, R_2^-, ..., R_d^-\right]^T$. Если нет разрешенных переходов, переход к п.4.

3. Маркеры перемещаются в разрешенный переход t_j. Результат начала запуска перехода t_j при текущей маркировке μ_τ записывается как $\mu_\tau' = \mu_\tau - e_j \otimes R^-$. Далее переход блокируется на время S_j выполнения операции.

Переход к п.2.

4. Сдвиг времени на $\tau = \tau + 1$ час. Если $\tau \geq T$, то алгоритм завершен. Маркеры переходят в выходные позиции разрешенных в п.3 незаблокированных в данный момент времени переходов t_j по следующей формуле $\mu_\tau = \mu'_\tau + e_j \otimes R^+$. Переход к п.2.

По данному алгоритму была разработана программа на языке С++, целью которой является моделирование динамики состояний системы и вычисление объема выпуска продукции цементного производства за определенный период.

Рассмотрено функционирование модели на основе реальных данных за 2012 год. Результаты, полученные в процессе моделирования, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Относительная ошибка выпуска продукции

Месяц	Относительная ошибка моделирования, %
январь	0,134940
февраль	0,480579
март	0,691856
апрель	0,080636
май	0,257613
июнь	0,099582
июль	0,235929
август	0,036875
сентябрь	0,076327
октябрь	0,407839
ноябрь	0,452516
декабрь	0,071766

Относительная ошибка найденного объема выпуска продукции вычисляется по формуле:

$$\delta P_i = \left|\frac{y_i - \tilde{y}_i}{y_i}\right| * 100\%,$$

где y_i — реальные данные выпуска продукции за i-ый месяц $(i = 1,...,12)$;

$\tilde{y}_i$ — модельные данные выпуска продукции за i-ый месяц.

Средняя относительная ошибка моделирования составляет 0,25% и является допустимой для применения предложенной модели при прогнозировании объема выпуска продукции цементного производства. Таким образом, проведенные расчеты свидетельствуют об адекватности разработанной модели.

Заключение. В работе реализовано представление раскрашенных временных сетей Петри в матричной форме, сформулирован алгоритм их функционирования.

Раскрашенные временные сети Петри применены в моделировании сложного распределенного объекта — цементного производства. В качестве приложения рассматривается ЗАО «Липецкцемент».

Разработано программное обеспечение на языке С++ для реализации модели функционирования цементного производства. Проведено сравнение результатов моделирования с фактическими данными. Оценена пригодность разработанной модели для прогнозирования производственных процессов на основе данных 2012 года.

Реализованная модель с достаточной точностью предсказывает объем выпуска продукции и может быть эффективно использована для прогноза и анализа динамики производственных процессов.

Библиографический список

1. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж Питерсон. — Москва : Мир, 1984. — 264 с.
2. Котов, В. Е. Сети Петри / В. Е. Котов. — Москва : Наука, 1984. — 160 с.
3. Васильев, В. В. Сети Петри: параллельные алгоритмы и модели мультипроцессорных систем / В.В. Васильев, В. В. Кузьмук. — Киев : Наукова думка, 1990. — 213 с.

4. Леоненков, А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. — Санкт Петербург : БХВ-Петербург, 2005. — 736 с.

5. Воевода, А. А. Временные сети Петри и диаграммы UML / А. А. Воевода // Науч. вестн. НГТУ. — 2009. — № 4(37). — С. 169–174.

6. Wang, J. Timed Petri Nets: Theory and Application / J. Wang. — Norwell : Kluwer Academic Publishers, 1998. — 296 p.

7. Ехлаков, Ю. П. Цветные сети Петри в моделировании социально-экономических систем / Ю. П. Ехлаков, В. Ф. Тарасенко, О. И. Жуковский // Доклады Том. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. — 2013. — №3 (29). — С. 83–92.

8. Шмырин, А. М. Наличие экстремумов параметрического уравнения печи обжига клинкера / А. М. Шмырин, И. А. Седых, А. П. Щербаков, А. Г. Ярцев // Вести высших учебных заведений Черноземья. — 2015. — №1(39). — С. 62–67.

9. Шмырин, А. М. Исследование окрестностной модели печи обжига клинкера с учетом допустимых значений параметров / А. М. Шмырин, И. А. Седых, А. П Щербаков, А. Г. Ярцев // Вестник Липецкого Государственного Технического университета. — 2015. — №2(24). — С. 11–14.

10. Шмырин, А. М. Алгоритмы идентификации и управления функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри / А. М. Шмырин, И. А. Седых // Управление большими системами. — 2009. — Вып. 24. — С. 18–33.

11. Блюмин, С. Л. Окрестностное моделирование сетей Петри / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, И. А. Седых, В. Ю. Филоненко. — Липецк : ЛЭГИ, 2010. — 124 с.

References

1. Peterson, J. Teoriya setey Petri i modelirovanie system. [Petri Net Theory and the Modeling of Systems.] Moscow: Mir, 1984, 264 p. (in Russian).

2. Kotov, V. E. Seti Petri. [Petri nets.] Moscow: Nauka, 1984, 160 p. (in Russian).

3. Vasiliev, V. V., Kuzmuk V. V. Seti Petri: parallel'nye algoritmy i modeli mul'tiprotsessornykh system. [Petri nets: parallel algorithms and models of multiprocessor systems.] Kiev: Naukova dumka, 1990, 213 p. (in Russian).

4. Leonenkov, A.V. Nechetkoe modelirovanie v srede MATLAB i fuzzyTECH. [Fuzzy modeling in MATLAB and fuzzyTECH software environment.] St.Petersburg: BKhV-Peterburg, 2005, 736 p. (in Russian).

5. Voyevoda, A. A. Vremennye seti Petri i diagrammy UML. [Timed Petri nets and UML activity diagrams.] Scientific Bulletin of NSTU, 2009, no. 4(37), pp. 169–174 (in Russian).

6. Wang, J. Timed Petri Nets: Theory and Application. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1998, 296 p.

7. Ekhlakov, Y. P., Tarasenko, V. F., Zhukovsky, O. I. Tsvetnye seti Petri v modelirovanii sotsial'no-ekonomicheskikh sistem. [Color Petri nets in modeling of socio-economic systems.] Proceedings of TUSUR University, 2013, no. 3 (29), pp. 83–92 (in Russian).

8. Shmyrin, A. M., Sedykh, I. A., Scherbakov, A. P., Yartsev, A. G. Nalichie ekstremumov parametricheskogo uravneniya pechi obzhiga klinkera. [The presence of clinker furnace parametric equation extrema.] News of Higher Educational Institutions of the Chernozem Region, 2015, no. 1(39), pp. 62–67 (in Russian).

9. Shmyrin, A. M., Sedykh, I. A., Scherbakov, A. P., Yartsev, A. G. Issledovanie okrestnostnoy modeli pechi obzhiga klinkera s uchetom dopustimykh znacheniy parametrov. [Research of a neighborhood model of a clinker kiln taking into account admissible parameter values.] Vestnik LSTU, 2015, no. 2(24), pp. 11–14 (in Russian).

10. Shmyrin, A. M., Sedykh I. A. Algoritmy identifikatsii i upravleniya funktsionirovaniem okrestnostnykh sistem, poluchennykh na osnove setey Petri. [Algorithms of identification and operational control of neighborhood systems built on the basis of Petri nets.] Large-scale Systems Control, 2009, iss. 24, pp. 18 – 33 (in Russian).

11. Blyumin, S.L., Shmyrin, A.M., Sedykh, I.A., Filonenko, V.Y. Okrestnostnoe modelirovanie setey Petri. [Neighborhood modeling of Petri nets.] Lipetsk: LEGI, 2010, 124 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 14.07.2016
Сдана в редакцию 14.07.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 14.07.2016
Submitted 14.07.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.6 DOI 10.12737/22155

О четырехслойной итерационной схеме*

Ю. В. Белова[1], А. Е. Чистяков[2], Е. А. Проценко[3]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Ростовский государственный экономический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

On four-layer iterative scheme***

Y. V. Belova[1], A. E. Chistyakov[2], E. A. Protsenko[3]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia
[3]Rostov State University of Economics, Rostov-on-Don, Russia

Целью работы является исследование скорости сходимости четырехслойной итерационной схемы. Рассматривается задача нахождения приближенного решения линейного операторного уравнения *Au = f*. Для решения такой задачи используются двухслойные и трехслойные итерационные методы. При этом трехслойные методы сопряженных направлений сходятся значительно быстрее, чем двухслойные градиентные методы. Задача исследования — установить, имеет ли четырехслойная схема преимущество в скорости сходимости по сравнению с трехслойной схемой. Для этого приводится четырехслойная итерационная схема решения сеточных уравнений, и рассчитываются ее параметры.
Доказано, что четырехслойная итерационная схема вариационного типа для решения сеточных уравнений выражается к трехслойной схеме.

The work objective is to study the four-layer scheme convergence rate. The problem of finding an approximate solution to the linear operator equation *Au = f* is considered. Two-layer and three-layer iterative methods are used to solve this problem. At that, the three-layer conjugate directions methods converge faster than the two-layer gradient methods. The research problem is to establish whether the four-layer scheme has a speed advantage as compared to the three-layer scheme. The four-layer scheme is constructed, and its parameters are calculated for this purpose. It is proved that the four-layer iterative scheme of a variational type for solving finite-difference equations downs to the three-layer scheme.

Ключевые слова: сеточные уравнения, трехслойная схема, четырехслойная схема, методы вариационного типа.

Keywords: finite-difference equations, three-layer scheme, four-layer scheme, variational methods.

Введение. Большинство прикладных задач таких, как задача транспорта веществ [1–3], гидродинамики мелководных водоемов [4–5], аэродинамики [6–7], динамики популяций [8] и других, сводятся к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для решения таких систем уравнений используются двух- и трехслойные итерационные схемы.

Рассмотрим задачу нахождения приближенного решения линейного операторного уравнения [9].

$$Au = f\,, \quad (1)$$

где A — симметричный положительно определенный оператор, действующий в вещественном гильбертовом пространстве H.

Для увеличения скорости сходимости вместо двухслойных итерационных методов используются трехслойные итерационные методы. Эти методы исследованы в работе [10]. Ниже приведено исследование четырехслойной итерационной схемы. Условия устойчивости такой схемы получены в работе [11].

Четырехслойная итерационная схема решения сеточных уравнений имеет вид

$$By_{k+1} = \beta_{k+1}\left(B - \tau_{k+1}A\right)y_k + \left(1-\alpha_{k+1}\right)By_{k-1} + \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right)By_{k-2} + \beta_{k+1}\tau_{k+1}f\,, \quad (2)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-08619), а также по Программе фундаментальных исследований Президиума РАН № 1.33П, проект 00-16-13
** E-mail: yvbelova@yandex.ru, cheese_05@mail.ru, eapros@rambler.ru
*** The research is done with the financial support from RFFI (grant no. 15-01-08619) and within the frame of the RAS Presidium Program of Fundamental Research no. 1.33P, project 00-16-13.

для $k = 2,3,\ldots$, $By_1 = \beta\left(B - \tau_1 A\right) y_0 + \tau_1 f$, $By_2 = \beta_2\left(B - \tau_2 A\right) y_1 + \left(1 - \alpha_2\right) By_0 + \beta_2 \tau_2 f$, $y_0 \in H$.

Необходимо найти параметры $\{\tau_k\}$, $\{\alpha_k\}$ и $\{\beta_k\}$, при которых норма эквивалентной погрешности $x_k = y_k - u$ была бы минимальной для любого k.

Расчет параметров схемы. Перепишем (2) в виде

$$B\frac{\left(y_{k+1} + \left(\alpha_{k+1} - 1\right) y_{k-1} + \left(\beta_{k+1} - \alpha_{k+1}\right) y_{k-2}\right) / \beta_{k+1} - y_k}{\tau_{k+1}} = f - Ay_k .$$

Действительно, для уравнения погрешности схемы (2)

$$\frac{x_{k+1} + \left(\alpha_{k+1} - 1\right) x_{k-1} + \left(\beta_{k+1} - \alpha_{k+1}\right) x_{k-2}}{\beta_{k+1}} - x_k = -\tau_{k+1} C x_k ,\ C = B^{-1} A .$$

Или $x_{k+1} = \beta_{k+1}\left(E - \tau_{k+1} C\right) x_k + \left(1 - \alpha_{k+1}\right) x_{k-1} + \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right) x_{k-2}$. (3)

Для минимизации нормы x_k в H ($n \ge 1$) необходимо и достаточно, чтобы

$\left(x_{k+1}, Cx_j\right) = 0$, $j = \overline{0,k}$, (4)

или $\left(x_{k+1}, Cx_j\right) = -\beta_{k+1}\tau_{k+1}\left(Cx_k, Cx_j\right) = 0$.

При $k = j$ получим $\left(x_{k+1}, Cx_k\right) = -\beta_{k+1}\tau_{k+1}\left(Cx_k, Cx_k\right) = 0$.

Из (3), (4) следует

$$\left(Cx_{k-2}, x_{k+1}\right) = \beta_{k+1}\left(Cx_{k-2}, \left(E - \tau_{k+1} C\right) x_k\right) + \left(1 - \alpha_{k+1}\right)\left(Cx_{k-2}, x_{k-1}\right) +$$
$$+ \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right)\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right),$$
$$\left(Cx_{k-1}, x_{k+1}\right) = \beta_{k+1}\left(Cx_{k-1}, \left(E - \tau_{k+1} C\right) x_k\right) + \left(1 - \alpha_{k+1}\right)\left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right) +$$
$$+ \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right)\left(Cx_{k-1}, x_{k-2}\right),$$
$$\left(Cx_k, x_{k+1}\right) = \beta_{k+1}\left(Cx_k, \left(E - \tau_{k+1} C\right) x_k\right) + \left(1 - \alpha_{k+1}\right)\left(Cx_k, x_{k-1}\right) + \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right)\left(Cx_k, x_{k-2}\right).$$

Запишем систему для расчета $\{\tau_k\}$, $\{\alpha_k\}$ и $\{\beta_k\}$

$$\begin{cases} -\tau_{k+1}\beta_{k+1}\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right) + \left(\alpha_{k+1} - \beta_{k+1}\right)\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right) = 0, \\ -\tau_{k+1}\beta_{k+1}\left(Cx_{k-1}, Cx_k\right) + \left(1 - \alpha_{k+1}\right)\left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right) = 0, \\ \left(Cx_k, x_k\right) - \tau_{k+1}\left(Cx_k, Cx_k\right) = 0. \end{cases}$$

Преобразуем систему уравнений

$$\begin{cases} \beta_{k+1} = \alpha_{k+1}\dfrac{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right)}{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right) + \tau_{k+1}\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right)}, \\ \tau_{k+1}\alpha_{k+1}\dfrac{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right)\left(Cx_{k-1}, Cx_k\right)}{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right) + \tau_{k+1}\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right)} + \alpha_{k+1}\left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right) = \left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right), \\ \tau_{k+1} = \dfrac{\left(Cx_k, x_k\right)}{\left(Cx_k, Cx_k\right)}. \end{cases}$$

Введем обозначение

$$\phi_{k+1} = \frac{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right)}{\left(Cx_{k-2}, x_{k-2}\right) + \tau_{k+1}\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right)},$$ тогда

$$\tau_{k+1} = \frac{\left(Cx_k, x_k\right)}{\left(Cx_k, Cx_k\right)},\ \alpha_{k+1} = \frac{\left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right)}{\left(Cx_{k-1}, x_{k-1}\right) + \tau_{k+1}\phi_{k+1}\left(Cx_{k-1}, Cx_k\right)},$$

$\beta_{k+1} = \alpha_{k+1}\phi_{k+1}$.

Преобразуем выражение (3)

$$Cx_{k-2} = \left(-x_{k-1} + \beta_{k-1} x_{k-2} + \left(1 - \alpha_{k-1}\right) x_{k-3} + \left(\alpha_{k-1} - \beta_{k-1}\right) x_{k-4}\right) / \left(\tau_{k-1}\beta_{k-1}\right).$$

Запишем выражение $\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right)$ с учетом полученного выражения

$$\left(Cx_{k-2}, Cx_k\right) = \left(\left(-x_{k-1} + \beta_{k-1} x_{k-2} + \left(1 - \alpha_{k-1}\right) x_{k-3} + \left(\alpha_{k-1} - \beta_{k-1}\right) x_{k-4}\right) / \left(\tau_{k-1}\beta_{k-1}\right), Cx_k\right) = 0 .$$

Таким образом, получим $\phi_{k+1} = 1$. Следовательно, $\beta_{k+1} \equiv \alpha_{k+1}$.

В итоге выражение (3) преобразуется к виду

$$x_{k+1} = \alpha_{k+1}\left(E - \tau_{k+1}C\right)x_k + \left(1 - \alpha_{k+1}\right)x_{k-1}.$$

Выводы. В итоге получили, что x_{k+1} зависит только от x_k, x_{k-1} и не зависит от x_n, $n = \overline{0, k-2}$. Другими словами, доказано, что четырехслойная итерационная схема решения сеточных уравнений преобразуется к трехслойной схеме, поэтому использование первой не дает увеличения скорости сходимости по сравнению со второй.

Библиографический список

1. Сухинов, А. И. Параллельная реализация трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов на супервычислительной системе / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков // Вычислительные методы и программирование : Новые вычислительные технологии. — 2012. — Т.13. — С. 290–297.
2. Параллельная реализация задач транспорта веществ и восстановления донной поверхности на основе схем повышенного порядка точности / А. И. Сухинов [и др.] // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2015). Труды международной научной конференции. — 2015. — С. 285–296.
3. Sukhinov, A. I., Chistyakov, A. E., Protsenko, E. A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs. Mathematical Models and Computer Simulations, 2014, vol. 6, no. 4, pp. 351–363.
4. Сухинов, А. И. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, Е. В. Алексеенко // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, № 3. — С. 3–21.
5. Сухинов, А. И. Математическая модель трансформации форм фосфора, азота и кремния в движущейся турбулентной водной среде в задачах динамики планктонных популяций / А. И. Сухинов, Ю. В. Белова // Инженерный вестник Дона. — 2015. — Т. 37, № 3. — С. 50.
6. Sukhinov, A. I., Khachunts, D. S., Chistyakov, A. E. A mathematical model of pollutant propagation in near-ground atmospheric layer of a coastal region and its software implementation. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2015, vol. 55, no. 7, pp. 1216–1231.
7. Сухинов, А. И. Математическая модель распространения примеси в приземном слое атмосферы и ее программная реализация на многопроцессорной вычислительной системе / А. И. Сухинов, Д. С. Хачунц, А. Е. Чистяков // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. — 2015. — Т. 19, № 1. — С. 185–195.
8. Сухинов, А. И. Моделирование сценария биологической реабилитации Азовского моря / А. И. Сухинов, А. В. Никитина, А. Е. Чистяков // Математическое моделирование. — 2012. — Т. 24, № 9. — С. 3–21.
9. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. — Москва : Наука, 1989. — 656 с.
10. Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — Москва : Наука, 1989. — 432 с.
11. Самарский, А. А. Устойчивость разностных схем / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — Москва : Наука, 1973. — 415 с.

References

1. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E. Parallel'naya realizatsiya trekhmernoy modeli gidrodinamiki melkovodnykh vodoemov na supervychislitel'noy sisteme. [Parallel implementation of a three-dimensional hydrodynamic model of shallow water basins on supercomputing systems.] Numerical Methods and Programming, 2012, vol.13, pp. 290-297 (in Russian).
2. Sukhinov, A.I., et al. Parallel'naya realizatsiya zadach transporta veshchestv i vosstanovleniya donnoy poverkhnosti na osnove skhem povyshennogo poryadka tochnosti. [Parallel implementation of transport tasks substances and restore the bottom surface on the basis of high order schemes.] Parallel'nye vychislitel'nye tekhnologii (PaVT'2015). Trudy mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii. [Parallel Computing Technologies (PaVT'2015). Proc. Int. Sci. Conf.] 2015, pp. 285-296 (in Russian).
3. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Protsenko, E.A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs. Mathematical Models and Computer Simulations, 2014, vol. 6, no. 4, pp. 351-363.
4. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Alekseenko, E.V. Chislennaya realizatsiya trekhmernoy modeli gidrodinamiki dlya melkovodnykh vodoemov na supervychislitel'noy sisteme. [Numerical realization of three-dimensional hydrodynamic model for shallow water basins on supercomputing system.] Mathematical Models and Computer Simulations, 2011, vol. 23, no. 3, pp. 3-21 (in Russian).
5. Sukhinov, A.I., Belova, Y.V. Matematicheskaya model' transformatsii form fosfora, azota i kremniya v dvizhushcheysya turbulentnoy vodnoy srede v zadachakh dinamiki planktonnykh populyatsiy. [Mathematical model of phosphorus, nitrogen and silicon forms transformation in moving turbulent water environment in problems of plankton population dynamics.] Engineering Journal of Don, 2015, vol. 37, no. 3, pp. 50 (in Russian).

6. Sukhinov, A.I., Khachunts, D.S., Chistyakov, A.E. A mathematical model of pollutant propagation in near-ground atmospheric layer of a coastal region and its software implementation. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2015, vol. 55, no. 7, pp. 1216-1231.

7. Sukhinov, A.I., Khachunts, D.S., Chistyakov, A.E. Matematicheskaya model' rasprostraneniya primesi v prizemnom sloe atmosfery i ee programmnaya realizatsiya na mnogoprotsessornoy vychislitel'noy sisteme. [Mathematical model of impurities in the atmospheric boundary layer and its program implementation on a multiprocessor computer system.] Vestnik UGATU, 2015, vol. 19, no. 1, pp. 185-195 (in Russian).

8. Sukhinov, A.I., Nikitina, A.V., Chistyakov, A.E. Modelirovanie stsenariya biologicheskoy reabilitatsii azovskogo morya. [Numerical simulation of biological remediation Azov Sea.] Mathematical Models and Computer Simulations, 2012, vol. 24, no. 9, pp. 3-21 (in Russian).

9. Samarskiy, A.A. Teoriya raznostnykh skhem. [Theory of difference schemes.] Moscow: Nauka, 1989, 656 p. (in Russian).

10. Samarskiy, A.A., Gulin, A.V. Chislennye metody. [Numerical methods.] Moscow: Nauka, 1989, 432 p. (in Russian).

11. Samarskiy, A.A., Gulin, A.V. Ustoychivost' raznostnykh skhem. [Stability of difference schemes.] Moscow: Nauka, 1973, 415 p (in Russian).

Поступила в редакцию 29.07.2016
Сдана в редакцию 29.07.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 29.07.2016
Submitted 29.07.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 621.39 DOI 10.12737/22153

Моделирование процесса стабилизации частоты генераторов в инфокоммуникационных системах*

О. А. Сафарьян**
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Simulation of generator frequency stabilization in infocommunication systems***

O. A. Safaryan**
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью исследования является моделирование процесса стабилизации частоты генераторов на примере составной части системы сотовой связи «центр коммутации — базовые станции». Задача данной работы — установление зависимостей между параметрами генераторов (число, рабочие частоты и относительные нестабильности) и стабильностью частоты генераторов. В основе исследования — применение численно-аналитической модели сигналов генераторов, формирование функции правдоподобия, из условия максимума которой определяются несмещенные, асимптотически эффективные и состоятельные оценки частоты каждого генератора. Результаты изысканий позволяют утверждать следующее. При совместной обработке измеренных значений фаз сигналов одновременно и независимо функционирующих генераторов можно получать несмещенные, асимптотически эффективные и состоятельные оценки частоты генераторов. Таким образом обеспечивается повышение стабильности частоты. Использование численного моделирования позволило оценить выигрыш в снижении относительной нестабильности частоты сигналов в зависимости от таких параметров инфокоммуникационной системы, как число генераторов и их относительные нестабильности.

The investigation objective is to simulate the process of generator frequency stabilization as in the case of a component of the cellular system “switching centre — base station”. The aim of the work is to establish dependences between the generator parameters (a number of generators, operation frequencies, and relative instability of frequencies) and the generator frequency stability. The study is based on the application of the numerical analytic model of the generator signals, and on the construction of the plausibility function when the unbiased, asymptotically efficient and consistent estimates of each generator are specified from the maximum condition. The research suggests the following results. Under the cooperative processing of the measured values of the signal phases of the simultaneously and independently operating generators, the unbiased, asymptotically efficient and consistent estimates of the generator frequencies may be obtained. This ensures the frequency stability augmentation. The use of the numerical simulation allows estimating gain in reducing the relative instability of the frequency signals depending on such infocommunication system parameters as a number of generators and their relative instability.

Ключевые слова: инфокоммуникационные системы, помехоустойчивость системы цифровых каналов связи, моделирование случайных процессов, стабильность частоты, вероятность битовой ошибки.

Keywords: infocommunication systems, interference immunity of digital channel system, stochastic process simulation, frequency stability, bit error probability.

Введение. Существующие инфокоммуникационные системы, в которых циркулируют большие объемы информации и данных, по своей структуре являются распределенными системами, содержащими значительное число функционально однотипных элементов. В дальнейшем с развитием нанотехнологий тенденция повышения сложности инфокоммуникационных систем и их интегрированности будут только возрастать. В качестве примера можно привести систему сотовой связи в целом и ее части — такие, как центр коммутации и совокупность подключенных к нему базовых станций. Еще одной особенностью современных инфокоммуникационных систем является практически полный переход на цифровые методы передачи и обработки информации [1–5].

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: safari_2006@mail.ru
*** The research is done within the frame of independent R&D.

Высокая стабильность частоты и фазы цифровых сигналов, формируемых на основе сложных многопозиционных кодов, неразрывно связана со стабилизацией частоты генераторов и определяет высокую эффективность инфокоммуникационных систем [1, 3, 6]. Такая эффективность предполагает высокую скорость и точность передачи больших цифровых потоков, точность измерения параметров положения и движения объектов.

В настоящее время для стабилизации частоты генераторов наиболее широко применяется метод фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) [6–13]. В то же время в [12] предложен, а в [13–15] получил дальнейшее развитие метод, основанный на совместной обработке фаз формируемых сигналов. Его применение значительно повышает частоту формируемых сигналов. При этом повышение стабильности частоты возрастает с увеличением числа одновременно и независимо функционирующих генераторов, что наиболее актуально для инфокоммуникационных систем.

Целью данного исследования является разработка модели и собственно моделирование процесса стабилизации частоты генераторов на примере составной части системы сотовой связи «центр коммутации — базовые станции».

Постановка задачи. Рассмотрим совокупность K одновременно и независимо работающих генераторов в составе фрагмента системы сотовой связи «центр коммутации — K базовых станций». Каждый генератор характеризуется номинальной частотой f_{0k} формируемого сигнала ($k=1,...,K$). Однако из-за воздействия различных факторов [1, 5, 6, 11–14] частота формируемого k-м генератором сигнала отличается от номинальной на величину Δf_k, подчиняющуюся нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D_k, связанной с относительной нестабильностью генератора соотношением $D_k=\sigma_k^2$ ($k=1,...,K$).

Основная часть. Процесс стабилизации частоты генератора определяется выполнением следующих операций.

1. В течение интервала длительности t, к точности реализации которого по отношению к номинальной длительности t_0 не предъявляется специальных требований, производится измерение фазы φ_k сигнала, формируемого каждым генератором ($k=1,...,K$).

2. С использованием соотношения $\Delta\varphi_k=\varphi_k-f_{0k}t_0$ определяется отклонение фазы $\Delta\varphi_k$ формируемого сигнала от номинального значения ($k=1,...,K$).

3. На основании полученных значений отклонений фазы сигналов, формируемых генераторами, с использованием известных параметров генераторов (номинальной частоты и относительной нестабильности) определяется функция правдоподобия:

$$L(\Delta t)=\prod_{k=1}^{K}\left[\left(\frac{1}{\sigma_k\sqrt{2\pi}}\right)^{m_k}\exp\left(-\frac{m_k\left(\Delta f_k-\Delta f_{0k}\right)^2}{2\sigma_k^2 f_{0k}^2}\right)\right]. \qquad (1)$$

4. Из условия достижения максимума функции правдоподобия определяется оценка отклонения частоты каждого генератора от номинального значения на указанном интервале измерений

$$\Delta\hat{f}_k=t_0^{-1}\left(\Delta\varphi_k-2\pi f_{0k}\left(\sum_{p=1}^{K}\sigma_p^{-2}\right)^{-1}\sum_{p=1}^{K}\left(\Delta\varphi_p-2\pi f_{0p}t_0\right)\sigma_p^{-2}f_{0p}^{-1}\right),\ (k=1,...,K). \qquad (2)$$

На основе полученной оценки формируется сигнал управления для коррекции частоты генератора.

В частном случае совокупности K генераторов, имеющих одинаковые параметры (номинальную рабочую частоту, относительную нестабильность частоты), использование соотношения (2) позволяет получить следующий результат:

$$\sigma_{\Delta\hat{f}_k}=\frac{\sigma_{\Delta f_k}}{\sqrt{K}},\ (k=1,...,K). \qquad (3)$$

Таким образом, использование данного алгоритма обработки сигналов позволяет в случае системы генераторов с одинаковыми параметрами уменьшить относительную нестабильность частоты генераторов в $\sqrt{K}$ раз. При этом, как показывают приведенные в [12–14] результаты, получаемые оценки являются несмещенными, асимптотически эффективными и состоятельными.

Сформулированный алгоритм позволил разработать устройство стабилизации частоты генераторов и вычислительные программы в среде *MathCad* 15.0. С их помощью смоделирован процесс стабилизации и получены оценки достигаемого повышения стабильности частоты генераторов в информационной системе. Отмеченные свойства оценок использовались при тестировании и верификации разработанной вычислительной программы [16], моделирующей указанный алгоритм с использованием процедур, описанных в [17]. В частности, определялись математическое

ожидание и дисперсия частоты каждого генератора, получаемые при разном количестве рассматриваемых в системе генераторов и задаваемом числе реализаций случайного процесса. Получаемые значения сравнивались для частного случая совокупности генераторов с одинаковыми параметрами с результатом, найденным на основе соотношения (3). Рассмотрим пример, когда произведение количества генераторов и числа реализаций случайного процесса превышает 10000. Определим с использованием численного моделирования вероятность отклонения получаемого значения нестабильности генераторов от теоретической величины больше чем на 0,01. Результаты показывают, что с учетом асимптотической эффективности полученных оценок частоты всех генераторов указанная вероятность не превышает 0,011.

Результаты исследований для случая десяти генераторов $K = 10$, имеющих различные номинальные частоты и относительные нестабильности, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Оценки отклонений частоты генераторов

Номинальные значения f_{0k}, ГГц	Действительные значения f_k, ГГц	Ошибка определения частоты генератора σf_{0k}, кГц
5,000000	5,00001	–0,966
6,000000	5,99999	–1,159
7,000000	6,99997	–1,352
8,000000	7,999996	–1,546
9,000000	9,00001	–1,739
10,000000	9,999998	–1,932
11,000000	11,00001	–2,126
12,000000	12,00001	–2,319
13,000000	13,00001	–2,512
14,000000	14,00001	–2,705

На рис. 1 приведены результаты моделирования, полученные с использованием вычислительной программы [16], представляющие отношения отклонения частоты стабилизируемого генератора к отклонению частоты одиночного генератора без использования стабилизации.

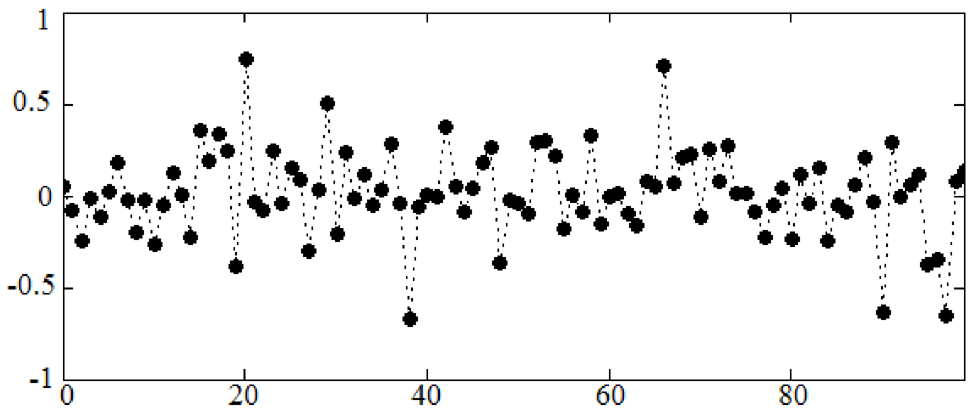


Рис. 1. Статистическое распределение нормированной величины отклонения частоты стабилизируемого генератора к величине отклонения частоты нестабилизируемого генератора

Приведенные результаты показывают, что ошибка оценки отклонения частоты генератора от номинального значения значительно меньше величины самого отклонения, что свидетельствует о повышении точности оценивания частот при использовании предложенного метода. При этом необходимо отметить, что при увеличении длины выборки, т. е. числа генераторов в системе, расхождение оценки с истинным значением будет уменьшаться. Таким образом, данный метод позволяет повысить точность оценивания частот одновременно и независимо работающих генераторов и тем самым при необходимости — стабильность частоты данных генераторов.

Выводы. Математическая модель процесса стабилизации частоты генераторов разработана с учетом нормального закона распределения отклонения частоты генераторов от номинального значения. Указанная модель реализуется при:

— совместной обработке результатов измерений фаз, создаваемых различными генераторами сигналов;

— формировании на основе этих измерений оценок отклонения частоты генераторов путем обеспечения максимума функции правдоподобия.

Получаемые в частных случаях с использованием разработанной модели данные позволяют верифицировать результаты численного моделирования.

Таким образом, возможно определить повышение стабильности частоты формируемых сигналов при различных параметрах генераторов (количество, номинальная частота и относительная нестабильность).

Библиографический список

1. Деундяк, В. М. Имитационная модель цифрового канала передачи данных и алгебраические методы помехоустойчивого кодирования / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — № 1. — С. 98–105.

2. Сумбатян, М. А. Алгоритм цифровой обработки акустических сигналов аудиофайлов и их распознавание на основе объективных критериев / М. А. Сумбатян, С. Е. Шевцов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2008. — № 3. — С. 238–245.

3. Васильев, А. Ф. Программируемый цифровой преселектор для систем радиосвязи двойного назначения / А. Ф. Васильев, Е. А. Меркулов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — № 2. — С. 5–11.

4. Enhancements to GPS Operations and Clock Evaluations Using a “Total” Hadamard Deviation / D.-A. Howe [et al.] // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. — 2005. — Vol. 52, № 8. — P. 1253–1261.

5. Bregni, S. Generation of Pseudo-Random Power-Law Noise Sequences by Spectral Shaping / S. Bregni // Communications World / ed. N. Mastorakis. — Geneva : WSES Press, 2004. — P. 142–150.

6. Riley, W.-J. Handbook of Frequencies Stability Analysis / W.-J. Riley ; NIST National Institute of Standards and Technology ; US Department of Commerce. — Washington : U. S. Government Printing office, 2008. — P. 338–357.

7. Allan, D.-W. Characterization of Precision Clocks and Oscillators / D.-W. Allan // Proc. 5th European Frequency and Time Forum. — Stellenbosch, March 1991. — P. 1–9.

8. Riley, W.-J. Techniques for Frequency Stability Analysis / W.-J. Riley // IEEE International Frequency Control Symposium. — Tampa, May 2003. — P. 329–334.

9. Howe, D.-A. Interpreting Oscillatory Frequency Stability Plots / D.-A. Howe // IEEE International Frequency Control Symposium. — Newport Beach, May 2002. — P. 725–732.

10. Howe, D.-A. TeoH Bias-Removal Method / D.-A. Howe, J. McGee-Taylor, T. Tasset // IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control Symposium. — New Delhi, June 2006. — Vol. 56, № 7. — P. 788–792.

12. Способ стабилизации частоты генератора : патент 2197060 Рос. Федерация : H03L7/00 ; G01R23/12 / Д. Д. Габриэльян [и др.]. — № 2000128423/09 ; заявл. 13.11.2000 ; опубл. 20.12.2003, Бюл. № 35. — С. 1–20.

13. Методы высокоточных измерений и воспроизведения физических величин / Габриэльян [и др.] // Физические основы приборостроения. — 2012. — Т. 1, № 2. — С. 72–77.

14. Сафарьян, О. А. Метод статистической стабилизации частоты независимо работающих генераторов в инфокоммуникационных системах : дис. … канд. техн. наук / О. А. Сафарьян. — Ростов-на-Дону, 2014. —151 с.

15. Устройство стабилизации частоты генераторов : патент 144228 Рос. Федерация ; H03L7/00 / О. А. Сафарьян, Д. Д. Габриэльян, В. В. Шацкий ; ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет». — № 2014111456/08 ; заявл. 25.03.2014 ; опубл. 10.08.2014, Бюл. № 22. — С. 1–2.

16. Сафарьян, О. А. Моделирование метода стабилизации частот генераторов : св-во о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2013661291 / О. А. Сафарьян, Д. Д. Габриэльян ; ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет». — № 2013619498 ; заявл. 21.10.2013 ; зарегистр. 05.12.13. — 1 с.

17. Нейдорф, Р. А. Аппроксимационное построение математических моделей по точечным экспериментальным данным методом «cut-glue» / Р. А. Нейдорф // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). — С. 45–59.

References

1. Deundyak, V.M., Mogilevskaya, N.S. Imitatsionnaya model' tsifrovogo kanala peredachi dannykh i algebraicheskie metody pomekhoustoychivogo kodirovaniya. [The simulation model of the digital data channel and algebraic methods of error control coding.] Vestnik of DSTU, 2001, no. 1, pp. 98–105 (in Russian).

2. Sumbatyan, M.A., Shevtsov, S.E. Algoritm tsifrovoy obrabotki akusticheskikh signalov audiofaylov i ikh raspoznavanie na osnove ob"ektivnykh kriteriev. [The algorithm of digital processing for acoustic signals of audio files and their recognition the basis of some objective criteria.] Vestnik of DSTU, 2008, no. 3, pp. 238–245 (in Russian).

3. Vasilyev, A.F., Merkulov, E.A. Programmiruemyy tsifrovoy preselektor dlya sistem radiosvyazi dvoynogo naznacheniya. [Programmable digital preselector for dual-purpose radio communication systems.] Vestnik of DSTU, 2012, iss. 1, no. 2, pp. 5–11 (in Russian).

4. Howe, D.-A., et al. Enhancements to GPS Operations and Clock Evaluations Using a “Total” Hadamard Deviation . IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2005, vol. 52, no. 8, pp. 1253–1261.

5. Bregni, S. Generation of Pseudo-Random Power-Law Noise Sequences by Spectral Shaping. N. Mastorakis, ed. Communications World, Geneva: WSES Press, 2004, pp. 142–150.

6. Riley, W.-J. Handbook of Frequencies Stability Analysis. NIST National Institute of Standards and Technology; US Department of Commerce. Washington U.S. Government Printing office, 2008, pp. 338–357.

7. Allan, D.-W. Characterization of Precision Clocks and Oscillators. Proc. 5th European Frequency and Time Forum. Stellenbosch, March 1991, pp. 1–9.

8. Riley, W.-J. Techniques for Frequency Stability Analysis. IEEE International Frequency Control Symposium. Tampa, May 2003, pp. 329–334.

9. Howe, D.-A. Interpreting Oscillatory Frequency Stability Plots. IEEE International Frequency Control Symposium. Newport Beach, May 2002, pp. 725–732.

10. Howe, D.-A., McGee-Taylor, J., Tasset, T. TeoH Bias-Removal Method. IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control Symposium. New Delhi, June 2006, vol. 56, no. 7, pp. 788–792.

12. Gabrielyan, D.D., et al. Sposob stabilizatsii chastoty generatora: patent 2197060 Ros. Federatsiya: H03L7/00; G01R23/12. [Methods of oscillator frequency stabilization.] Patent RF, no. 2197060, 2003 (in Russian).

13. Gabrielyan, D.D., et al. Metody vysokotochnykh izmereniy i vosproizvedeniya fizicheskikh velichin. [Method of estimating frequency generator system.] Physical Bases of Instrumentation, 2012, vol. 1, no. 2, pp. 72–77 (in Russian).

14. Safaryan, O.A. Metod statisticheskoy stabilizatsii chastoty nezavisimo rabotayushchikh generatorov v infokommunikatsionnykh sistemakh: dis. … kand. tekhn. nauk . [Method of statistical frequency stabilization of independent operating generators in the info-communication systems: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2014, 151 p. (in Russian).

15. Safaryan, O.A ., Gabrielyan, D.D., Shatskiy, V.V. Ustroystvo stabilizatsii chastoty generatorov: patent 144228 Ros. Federatsiya; H03L7/00. [Device of generator frequency stabilization.] Patent RF, no. 144228, 2014 (in Russian).

16. Safaryan, O.A., Gabrielyan, D.D. Modelirovanie metoda stabilizatsii chastot generatorov: sv-vo o gos. registratsii programm dlya EVM № 2013661291. [Modeling method of stabilization of frequency generators: State Registration Certificate of computer programs no. 2013661291] DSTU, 2013 (in Russian).

17. Neydorf, R. A. Approksimatsionnoe postroenie matematicheskikh modeley po tochechnym eksperimental'nym dannym metodom «cut-glue». [Approximating mathematical model development according to point experimental data through “cut-glue” method.] Vestnik of DSTU, 2014, no.1 (76), pp. 45–59 (in Russian).

Поступила в редакцию 15.09.2016
Сдана в редакцию 15.09.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 15.09.2016
Submitted 15.09.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ
PROCESSES AND MACHINES OF AGRO - ENGINEERING SYSTEMS



УДК 631.31:681.2.083:631.421 DOI 10.12737/22165

Использование метода подачи воздуха под давлением в почву для определения силы сопротивления проникновению при различной влажности*

И. Р. Антибас[1], А. Г. Дьяченко[2]**
[1, 2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Using the technique of air injection into soil to determine penetration resistance force at different humidity ***

I. R. Antypas[1], A. G. Dyachenko[2]**
[1, 2]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью данной работы является установление зависимости между такими параметрами почвы, как влажность (ВП), сила сопротивления проникновению (ЕК) и время сброса сжатого воздуха. При проведении исследований решались следующие задачи: выявление влияния влажности на воздухопроницаемость различных видов почв; установление зависимости между силой сопротивления почвы проникновению и воздухопроницаемостью исследуемых видов почв; наработка опыта применения пенетрометра для измерения силы сопротивления проникновению различных видов почв. Доказано наличие связи между влажностью и силой сопротивления почвы проникновению. При этом наибольший коэффициент корреляции отмечен у известняка, наименьший — у глинозема и суглинка. Определена взаимосвязь между содержанием пор, заполненных воздухом, и воздухопроницаемостью почвы. Количество пор, заполненных воздухом (Y), увеличивается при снижении количества пор, заполненных водой. При этом время сброса сжатого воздуха (x) уменьшается по амплитуде натурального логарифма: $Y = a\ln(x) + b$.

Ключевые слова: влажность почвы, сила сопротивления почвы проникновению, воздухопроницаемость, сопротивление сдавливанию, почвы, содержание пор, заполненных воздухом.

The work objective is to establish the relationship of such soil parameters as soil moisture (SM), penetration resistance force (PRF), and time of the compressed air release. During the investigation, the following tasks are solved: identifying the impact of humidity on the air permeability of various types of soil; establishing the relationship between the soil PRF and the air permeability of the soil types under study; gain in experience of using a penetrometer for measuring the penetration resistance force of different types of soils. The connectivity between humidity and soil penetration resistance force is proved. At that, the highest correlation coefficient is observed in limestone, and the lowest – in alumina and sandy loam. The relationship between the content of pores filled with air, and the air permeability of the soil is determined. The number of pores filled with air (Y) increases with the decreasing of the number of pores filled with water. Whereas the compressed air release time (x) decreases over the natural logarithm amplitude: $Y = a\ln(x) + b$.

Keywords: soil moisture, soil penetration resistance force, air permeability, resistance to compression, content of pores filled with air.

Введение. Когерентность почвенных частиц значительно ограничивает распространение корней растений — как в поверхностном слое, так и в подпахотном горизонте. Механическая прочность связей между компонентами почвы является одним из важнейших факторов, влияющих на рост корней и на движение воды в почве. Кроме того, оказывается существенное влияние на физические свойства почвы, учитываемые при сельскохозяйственных работах: плотность, содержание влаги, структурный состав почвы, стабильность почвенных агрегатов и сил сцепления и др. [1].

Сопротивление почвы проникновению зависит от таких факторов, как: структурный состав почвы, ее плотность, содержание органических веществ, глины и влаги [2, 3]. Кроме того, имеют значение методы обработки почвы (в частности, применяемая техника), распространение корней, тип возделываемых культур, а также гранулометрический состав [4].

Доказано, что сила сопротивления почвы проникновению корней и различных почвообрабатывающих орудий увеличивается с уменьшением содержания в ней влаги. Экспериментальные исследования [5] показали, что сила со-

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: imad.antypas@mail.ru, Dyachenko_aleshka@bk.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

противления почвы проникновению будет более заметна в том случае, когда ее влажность понижается до 70 % от общей влагоемкости почвы.

С другой стороны, обнаружено, что в связи с изменяющимся содержанием влаги в почве (в зависимости от места и времени), представляется весьма затруднительным объяснить степень ее уплотнения. Кроме того, интерпретация самих результатов исследования также представляет собой известную сложность. Поскольку влажность и плотность не замеряют в одном и том же месте и в то же самое время, сопротивляемость почвы проникновению будет разной.

Цель и задачи исследования. В рамках данной работы изучено влияние влажности почвы (ВП) на сопротивление проникновению (ЕК) и сжатие. Использовался метод сброса сжатого воздуха в различных типах почв. Выявлялись связи между количеством воздушных пор и временем сброса сжатого воздуха в почвах с различными характеристиками. Опыты проводились на специализированных полях и в лабораториях университета г. Алеппо Сирийской Арабской Республики.

Образцы отбирали в полиэтиленовые цилиндры диаметром 7 см и высотой 15 см.

Пробы брали в различных видах почв с глубины 0–30 см и 30–60 см. Для оценки сопротивления проникновению пробы почвы брали при трех уровнях влажности:

— 1-й ($L1$) — содержание влаги до достижения точки полевой влагоемкости;

— 2-й ($L2$) — после недели полива;

— 3-й ($L3$) — после двух недель полива.

Было измерено время сброса сжатого воздуха в почве на двух глубинах при разных уровнях влажности $L1$, $L2$ и $L3$. Для этого использовался зонд с конусной насадкой (главный угол конуса — 30^0, радиус основания конуса — 7 мм, давление нажатия — 6 бар) [6].

Все измерения по определению сопротивления почвы проникновению проводились с использованием пенетрометра в специализированной лаборатории.

Образцы, отобранные на вспаханных почвах, просеивали ситами с диаметром ячеек 2 мм. Затем оценивали влажность почвы, нагревая в сушильной камере при 105 ^{0}С до постоянного веса. Дисперсность почвы оценивали по стандартной методике, разделяя основные компоненты с помощью гидрометра [7]. Для оценки процентного содержания карбоната кальция в почве ($CaCO_3$) использовался кальциметр. Кроме того, при помощи ацетона методом осаждения определялось содержание гипса в известняке [8]. Общее содержание органических веществ оценивалось методом быстрой калибровки после окисления бихроматом калия ($K_2Cr_2O_7$), проведенного способом мокрого окисления [9].

В табл. 1 представлены результаты по кислотности (pH), электропроводности и плотности почвы (определена вдавливанием цилиндров согласно методике, приведенной в [7]). В опытах использовались алюминиевые цилиндры диаметром 5 см и длиной 5 см.

Таблица 1

Механический состав и физико-химические свойства почв

Тип почвы	Глинозем		Известняк		Суглинок	
Глубина, см	0–30	30–60	0–30	30–60	0–30	30–60
Глина, %	58,66	59,72	34,89	32,19	25,55	22,24
Ил, %	21,23	16,56	31,65	33,54	38,15	39,25
Тонкий песок, %	14,25	20,50	11,22	12,01	14,64	13,44
Грубый песок, %	5,86	3,22	22,24	22,26	21,66	25,07
Влага, %	9,1	8,8	4,3	4,2	7,4	10,2
Плотность почвы, г/см^3	0,92	1,39	1,10	1,36	1,15	1,49
Плотность твердой фазы, г/см^3	2,68	2,64	2,71	2,57	2,61	2,58
Пустоты в общем объеме почвы при ПВ, %	65,67	47,35	59,41	47,08	55,94	42,25
$CaCO_3$, %	6,30	4,80	23,60	17,64	4,31	3,52
Гипс, %	–	–	4,21	6,33	18,62	39,68
Органические вещества, %	0,51	0,39	031	0,15	0,21	0,11
Удельная электропроводность, См/м	0,56	0,49	7,90	1,22	1,80	2,21
Кислотность (pH)	7,69	7,65	8,17	8,10	8,12	7,51

Взятые с одних и тех же глубин образцы были изучены и оценена их плотность. Общая пористость определялась по формуле [10]:

$$f = \left(1 - \frac{\rho_b}{\rho_r}\right) \times 100, \quad (1)$$

где ρ_b — плотность почвы, г/см^3; ρ_r — плотность твердой фазы почвы, г/см^3.

Производилась оценка объема воздуха V_a по отношениям:

$$V_a = V_v - V_w, \quad (2)$$

$$A_v = {V_a}/{V_v} \times 100, \quad (3)$$

где: V_a — объем воздушного пространства; V_v — общий объем почвы; V_w — объем пор, заполненных водой; A_v — объем воздуха к общему объему.

Содержание влаги — один из наиболее важных факторов, определяющих сцепление агрегатов почвы. В табл. 2 показано содержание влаги в глиноземе, известняке и суглинке.

Таблица 2

Содержание влаги в почве исследованных образцов, взятых при трех уровнях полива

Тип почвы	Глубина, см	Влажность почвы, %		
		*L*1	*L*2	*L*3
		Полевая влагоемкость	После одной недели полива	После двух недель полива
Глинозем	0–30	65,82	42,31	33,23
	30–60	45,64	36,04	27,25
Известняк	0–30	36,21	31,41	26,54
	30–60	32,18	27,08	23,22
Суглинок	0–30	37,01	28,83	20,04
	30–60	25,53	19,23	15,85

Известно, что при насыщении почвы влагой со временем происходит ее переувлажнение до степени пластичности. Этот уровень, на котором предел пластичности представляет собой предел разрушаемости почвенной структуры, делает почву гиперчувствительной к сжимаемости и ухудшает ее структуру. Далее плотность почвы увеличивается, что играет важную роль при определении влажности. По соотношению крупных пор к мелким было найдено значение пористости почвенного образца.

В табл. 3 показаны:

— объемы воздушного пространства V_a при уровнях влажности *L*1, *L*2, *L*3;

— содержание воздуха в порах поверхностного слоя почвы по сравнению с подповерхностным в глиноземе.

Таблица 3

Процент содержания воздушных пор в почве при различных уровнях увлажнения

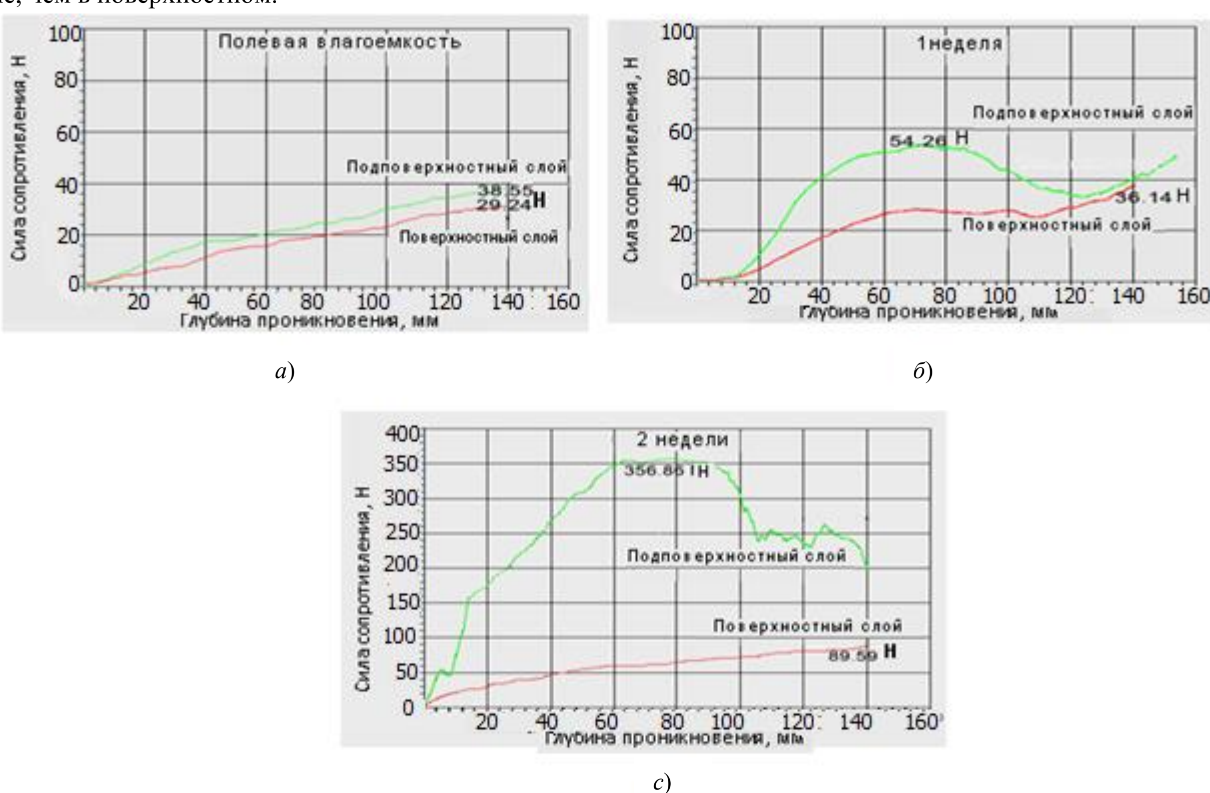
Тип почвы	Глубина, см	Содержание пор, заполненных воздухом, A_v		
		Полевая влагоемкость (*L*1)	После одной недели полива (*L*2)	После двух недель полива (*L*3)
Глинозем	0–30	5,12	26,74	35,10
	30–60	0	0	9,47
Известняк	0–30	19,58	24,86	30,22
	30–60	3 ,31	10,25	20,94
Суглинок	0–30	13,38	22,79	32,89
	30–60	4,21	13,60	19,04

Кроме того, отмечено, что плотность почвы увеличивается с увеличением процентного содержания глины. Об этом свидетельствуют и данные табл. 1, где показаны некоторые механические, физические и химические свойства исследуемых типов почв. В поверхностном и подповерхностном слое процент глины составляет: в глиноземе >58%, в суглинке < 35%, в известняке <30%.

Устойчивость к проникновению на трех уровнях влажности (*L*1, *L*2, *L*3) определялась содержанием влаги (ВП) в глиноземе (см. табл. 2). Так, в его поверхностном слое уровень влажности достигал 65,82 %. После двух недель орошения содержание влаги в образце понижалась до 33,23 %, что составило около 50 % от общей влажности.

При исследовании известняка было выяснено, что после двух недель орошения поверхностный слой потерял около 70 % влаги. Следовательно, влага лучше сохраняется в глиноземе. Это логично, т. к. почва с высоким содержанием глины является более влагонасыщенной, чем известковая. В другом случае выяснилось, что глинозем теряет около 54 % своей влаги, даже если он не содержит большого количества глины [11, 12].

На рис. 1, 2 и 3 показана устойчивость почвы к проникновению для трех видов почв (глинозем, известняк и суглинок) при трех уровнях увлажнения (*L*1, *L*2, *L*3). Эти данные прямо указывают, что в любой почве сопротивление проникновению уменьшается с повышением влажности, и сила сопротивления проникновению в подпочвенном слое больше, чем в поверхностном.



а) *б*)

с)

Рис. 1. Влияние влажности на силу сопротивления проникновению в глино-зём:
а) полевая влагоемкость; б) первая неделя; с) вторая неделя.

Рассмотрим случай, когда частицы почвы в подповерхностном слое склеиваются и уплотняются. Обычно это происходит при прохождении сельскохозяйственной техники. Существенное уплотнение почвы приводит к значительной перестройке ее структуры: повышаются значения объемной плотности, уменьшается содержание воды и газообмен с окружающей средой. При этом сопротивляемость почвы проникновению увеличивается.

Из рис. 1 видно, что сопротивление глинозема проникновению при влажности *L*1 увеличилось до 38,55 Н; при *L*2 (после недели орошения) — до 54,26 Н; при *L*3 (после двухнедельного орошения) — до 356,86 Н. Это означает, что устойчивость почвы к проникновению увеличилась примерно в 7 раз при уменьшении ее весовой влажности с 36,04 % (при *L*2) до 27,25 % (при *L*3) (см. табл. 2). Показательно, что силы связи между частицами глинозема в подповерхностном слое оказались выше, чем в поверхностном. При этом в глиноземе увеличилась пластичность мелкодисперсной структуры глины. Такая пластичность определяет следующие параметры почвы: связанность, набухание и усадка. На пластичность глинозема существенное влияние оказывает тип преобладающих в нем обменных катионов. Особенно, когда содержание глины к общему объему почвы составляет 2:1 (см. табл. 1).

Это можно проследить на примере состояния структуры глинозема в поверхностном и подповерхностном слое. Было выяснено, что поверхностный слой имеет лучшую структуру за счет увлажнения почвы. Образующиеся почвенные структуры играют значительную роль в увеличении доли пор. Этим объясняется и отсутствие случаев усадки почвы, которые имелись в подповерхностном слое. В табл. 1 представлены данные о состоянии поверхностного слоя глинозема, значение плотности в котором составляет 0,92 г/см^3, а общая пористость — 65,67 %.

Из данных графиков следует, что устойчивость почвы проникновению увеличивается не более чем в 3 раза при переходе от одного уровня влажности (*L*1) к другому (*L*3). При этом на графике сопротивления проникновению для известняковых почв (рис. 2) видно примерно 4–5-кратное увеличение устойчивости проникновению от поверхностного слоя в подповерхностный и от одного уровня влажности (*L*2) к другому (*L*3).

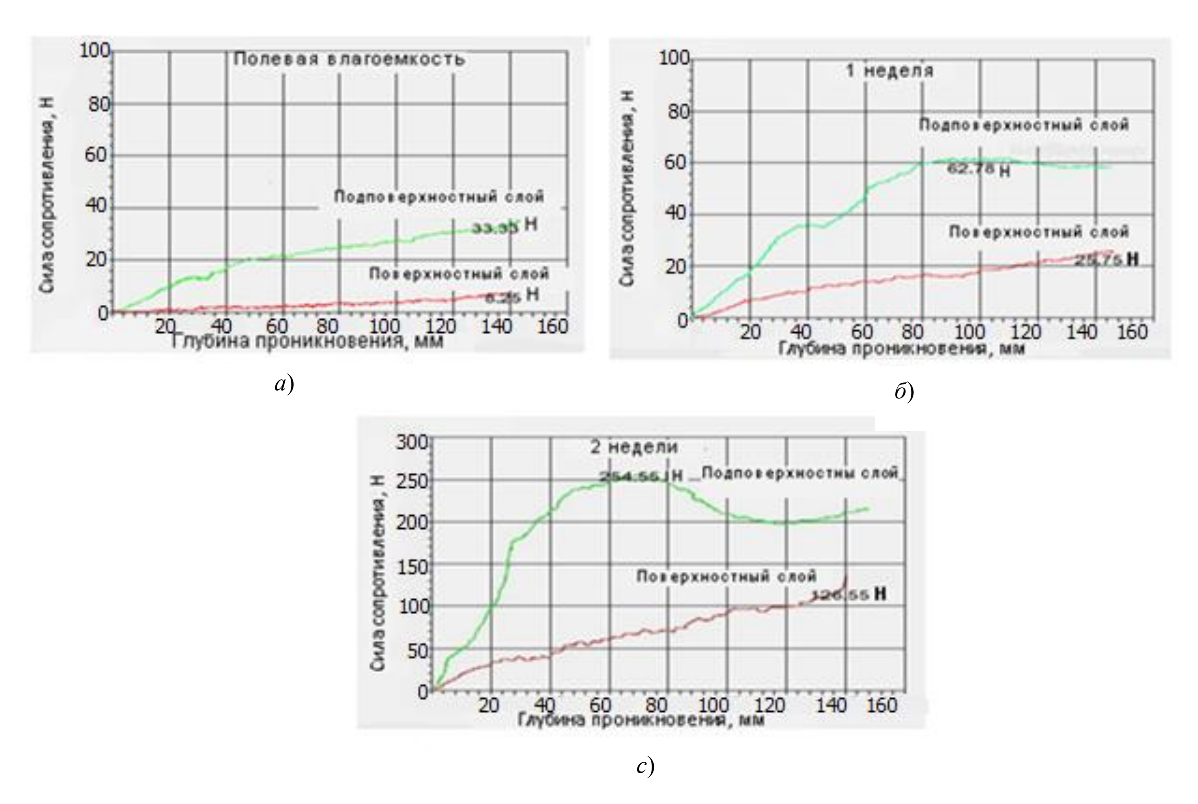


Рис. 2. Влияние влажности на силу сопротивления проникновению в известняк:
а) полевая влагоемкость; б) первая неделя; с) вторая неделя.

При понижении содержания глины (<35 %) высокую устойчивость проникновению можно объяснить значительным содержанием в почве карбоната кальция ($CaCO3$). В поверхностном слое почвы оно достигало 23,6 %, а в подповерхностном — 17,64 %. Это означает, что наличие карбоната кальция способствует проникновению в почву корневой системы растений или сельскохозяйственных орудий, особенно при низких уровнях влажности и в случаях, когда почвенные слои упрочняются и на поверхности карбонатных почв появляется твердая корка.

На рис. 3 показано влияние влажности и содержания неорганических компонентов на силу сопротивляемости суглинка проникновению.

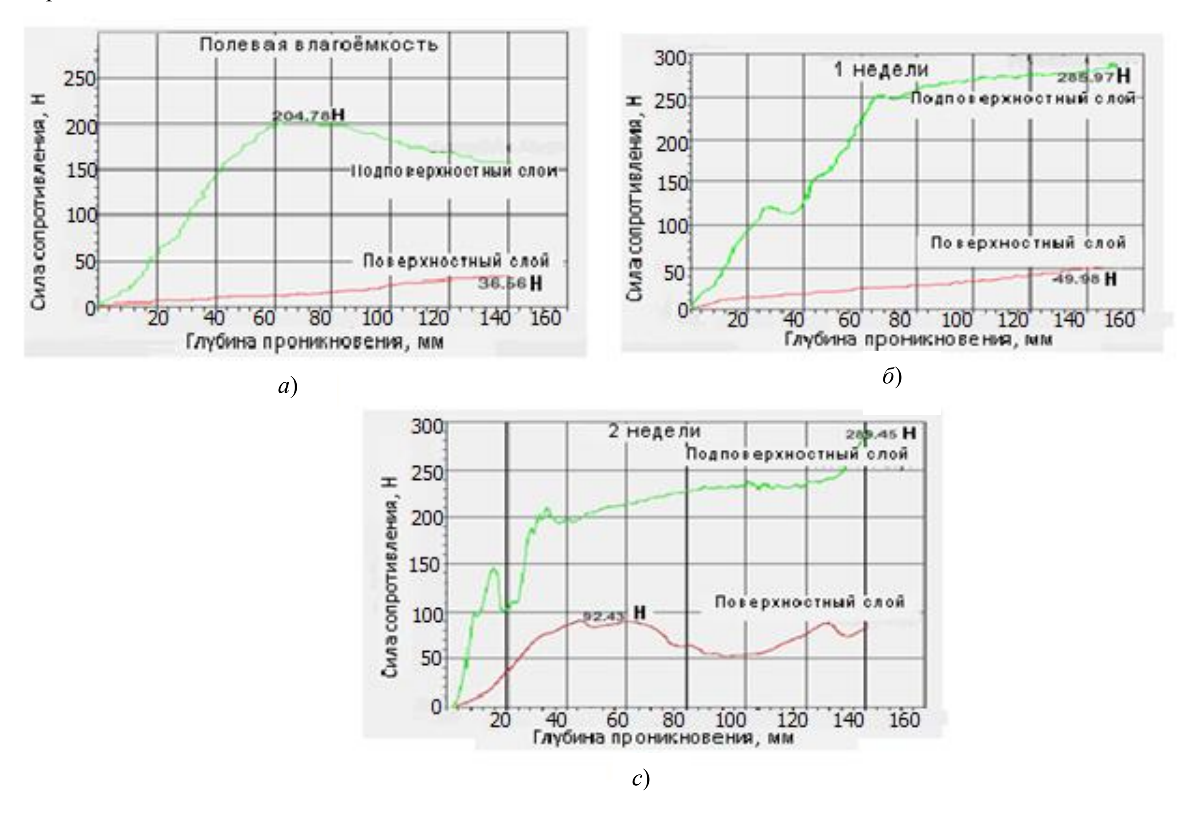


Рис. 3. Влияние влажности на силу сопротивления проникновению в сугли-нок:
а) полевая влагоемкость; б) первая неделя; с) вторая неделя.

Из графиков видно, что в подповерхностном слое почвы содержание влаги не оказывает никакого влияния на силу сопротивляемости проникновению, потому что содержание гипса в почве было 39,68 % (см. табл. 1). Это объясняется тем, что гипс в почве находится в виде каменистой структуры. В поверхностном слое содержание гипса доходило до 18,62 %. Здесь гипс имеет более мягкую порошковую структуру и перемешан с частицами почвы. Сила сопротивляемости проникновению оказалась выше 20 Н при всех уровнях влажности. Это подтверждают данные рис. 4, где также показана взаимосвязь между устойчивостью к проникновению и содержанием взвешенной влаги (% ВП) в известняке. Коэффициент корреляции для суглинка (гипсовая почва) уменьшался до $R^2 = 0,76$; для известняка (кальциевая почва) увеличивался до $R^2 = 0,95$; для глинозема в среднем составил $R^2 = 0,78$. Это происходит, вероятно, из-за того, что подповерхностные слои сжаты значительно сильнее, чем поверхностные.

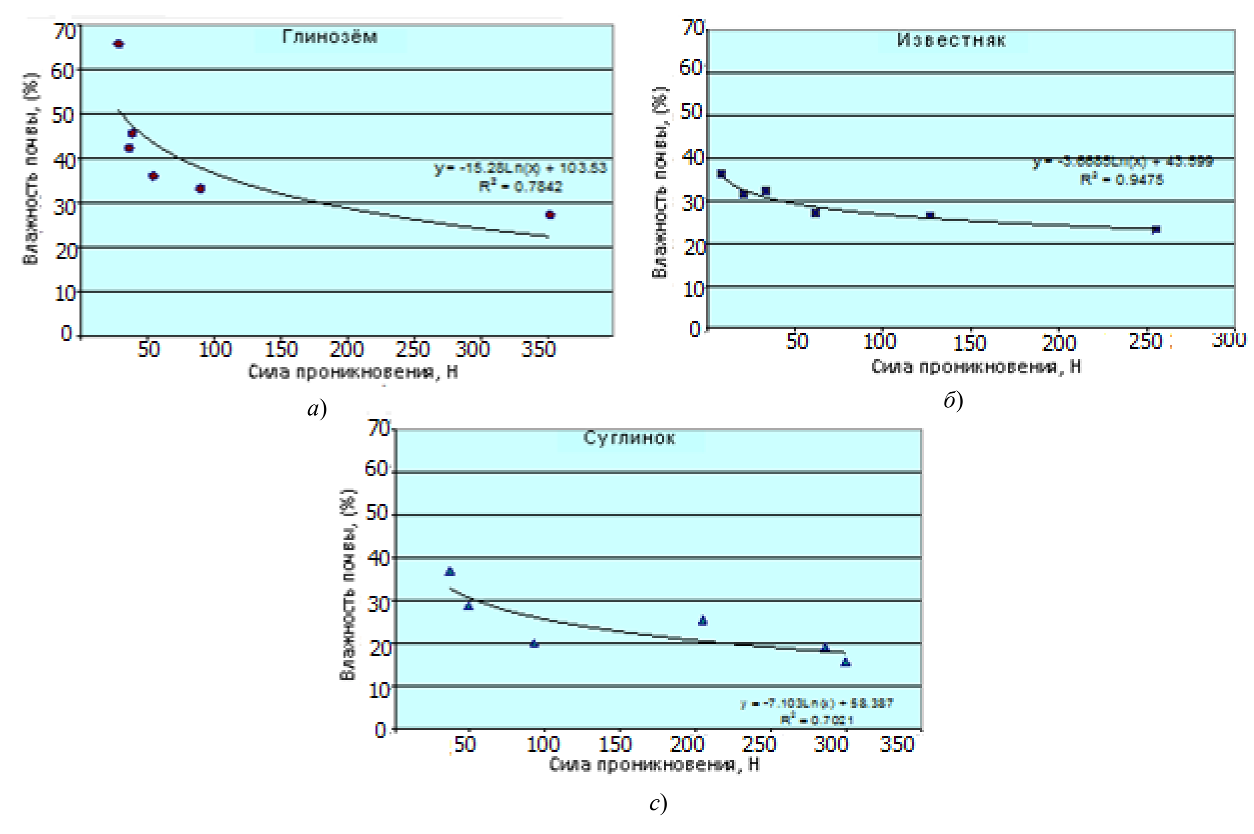


Рис. 4. Зависимость между сопротивлением проникновению (Н) и со-держанием влаги (%):

а) глинозёма; б) суглинка; с) известняка.

На рис. 4 показано, что зависимость между силой сопротивления проникновению и влажностью почвы является относительной и согласуется с выводами многих исследователей [1, 6, 7]. При этом увеличение сопротивления проникновению можно определить:

— для глинозема: $$Y_в = -15,26\ln 9(x_в) + 103,53\,; \tag{4}$$

— для известняка: $$Y_в = -3,66\ln(x_в) + 43,59\,; \tag{5}$$

— для суглинка: $$Y_в = -7,1\ln 9(x_в) + 58,38\,. \tag{6}$$

Здесь $Y_в$ — содержание влаги в %; $x_в$ — устойчивость почвы проникновению в Н.

Грунтовые воды постоянно подпитывают почву, при этом содержание влаги в определенном месте с течением времени меняется. Это объясняет некоторую сложность увязывания результатов, полученных при измерении сопротивляемости почвы проникновению и ее влажности.

В этой связи обращает на себя внимание метод исследования сжатым воздухом [3], предназначенный для выяснения содержания влаги в почве и размеров пор, заполненных воздухом. Использование данного метода позволяет установить, что вода в порах представляет собой несжимаемую жидкость, а воздух вытесняется в том месте, где были взяты образцы почвы для оценки содержания влаги. Предполагаемый процент пор, заполненных воздухом, определяется по следующему отношению [12]:

$$A_v = \frac{V_a}{V_v}100\% = \frac{(V_v - V_w)}{V_v}100\%\,, \tag{7}$$

где A_v — объем воздуха к общему объему; V_a — объем воздушного пространства; V_w — объем пор, заполненных водой; V_v — объем пустот в почве.

При уровнях влажности *L*1 и *L*2 (см. табл. 3) отмечается отсутствие воздушных пустот в почве. Данный результат согласуется со свойствами глинозема, который показал высокую степень сжимаемости. В дополнение следует отметить, что при данных уровнях увлажнения происходит процесс набухания почвы. Поскольку поры увеличиваются в объеме, то возникает переувлажненность почвы, которая понижает значения V_a .

Измерения показали, что доля пор воздуха уменьшалась в точке влагоемкости в поверхностном слое до 7,79 %, в то время как после двухнедельного орошения этот показатель увеличивается примерно до 53,45 %. Это объясняется зернистостью поверхностного слоя.

В поверхностном слое количество пор, заполненных воздухом, составляет 20,01 %. Это не больше, чем при влажности третьего уровня (*L*3).

На рис. 5 графически представлена взаимосвязь между временем сброса сжатого воздуха и содержанием воздушных пор.

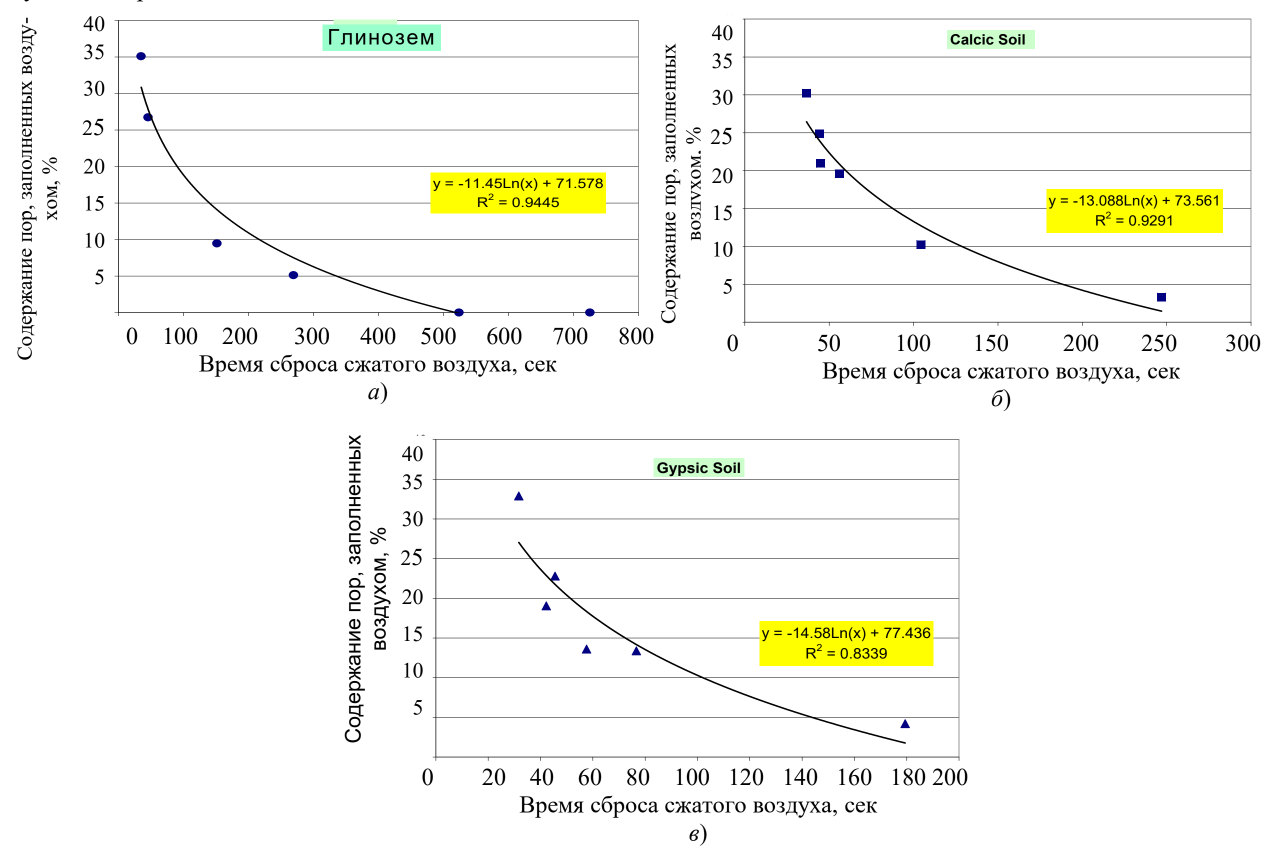


Рис. 5. Зависимость между временем сброса сжатого воздуха и процентом пор, заполненных воздухом в глиноземе (*а*), известняке (*б*) и суглинке (*в*)

Здесь показано, каким образом увеличение времени подачи воздуха в подповерхностный слой зависит от времени выпуска воздуха из почвы. Поры, заполненные водой, препятствуют прохождению воздуха наружу, и это приводит к увеличению времени разгрузки. Данные результаты ясно отражены в виде коэффициента корреляции *R* между:

— количеством пор во влажных зонах исследованных почв;

— временем сброса сжатого воздуха.

Значения коэффициента корреляции увеличивались и составили: $R = 0{,}971$ для глинозема, $R = 0{,}963$ для суглинка и $R = 0{,}913$ для известняка.

Графики (см. рис. 5) подтверждают полученные данные о том, что увеличение содержания в почве пор, заполненных воздухом (*Y*), достигается за счет уменьшения доли пор, заполненных водой. При этом время сброса сжатого воздуха (*x*) уменьшается по амплитуде в соответствии с соотношением [13]:

$$Y = a\ln(x) + b\,. \quad (8)$$

Здесь a, b — параметры, связанные с типом почвы. Для глинозема $a = -11{,}45$; $b = 71{,}578$. Для суглинка $a = -13{,}88$; $b = 73{,}561$. Для известняка $a = -77{,}436$; $b = 14{,}58$.

Выводы

1. Увеличению влажности способствует высокое содержание в грунте глины, что связано с адгезией частиц почвы, а также молекул воды в поверхностных слоях. С другой стороны, заполнение водой пустот между частицами глины позволяет значительно снизить сопротивление силы трения при воздействии конусной насадки пенетрометра на поверхность поля.

2. Как выяснилось в результате исследования, давление выше в подповерхностных слоях, что способствует их уплотнению и понижению пористости.

3. Выявлена зависимость между содержанием пор, заполненных воздухом, и воздухопроницаемостью. Выяснилось, что увеличение количества пор, заполненных воздухом, достигается за счет снижения числа пор, заполненных водой. При этом сброс сжатого воздуха уменьшается по амплитуде натурального логарифма, что может быть описано формулой.

Библиографический список

1. Bradford, J.-L. Penetrability / J.-L. Bradford // Methods of Soil Analysis. Part 1. Physical and Mineralogical Methods. — Madison : ASA ; SSSA, 1986. — P. 463–478.

2. Correction of cone index for soil water content differences in a coastal plain soil / W.-J. Bussher [et al.] // Soil & Tillage Research. — 1997. — № 43. — P. 205–217.

3. Combination cone penetration resistance/water content instrumentation to evaluate cone penetration-water content relationships in tillage research / D.-R. Lapen [et al.] // Soil & Tillage Research. — 2003. — № 58. — P. 193–206.

4. Soil Penetrometer resistance and bulk density relationships after long-term no tillage / L. Vasquez [et al.] // Communications in Soil Science and Plant Analysis. — 1991. — № 22. — P. 2101–2117.

5. Hendersen, C. The effects of soil water content and bulk density on the compactibility of some western Australian sandy soils / C. Hendersen, A. Levett, D. Lisle // Australian Journal of Soil Research. — 1988. — № 26. — P. 391–400.

6. Salloum, W. Design of Penetrometer Cone for Measuring Soil Penetration Resistance and Determine Soil Porosity / W. Salloum, H. Bahlawan // Research Journal of Aleppo university. — 2009. — № 76. — P. 40–57. — (Engineering Science Series).

7. Methods of Soil Analysis / ed. A. L. Page ; American Society of Agronomy ; Soil Science Society of America. — Wisconsin : Madison, 1982. — 1143 p.

8. Hesse, P.-R. A text book of soil chemical analysis / P.-R. Hesse. — New York : Chemical publishing, 1971. — 520 p.

9. Jackson, M.-L. Soil Chemical analysis. An advanced course. 2nd ed. / M.-L. Jackson. — Wisconsin : Madison, 1969. — 895 p.

10. Шеин, Е. В. Курс физики почв / Е. В. Шеин. — Москва : Изд-во Московского ун-та, 2005. — 432 с.

11. Антибас, И. Р. Исследование зависимости силы сопротивляемости проникновению и размеров пор некоторых видов почв методом сжатого воздуха при различных влажностях / И. Р. Антибас, А. Г. Дьяченко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 8-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 18-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2015». — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 81–84.

12. Антибас, И. Р. Обоснование способа измерения силы сопротивления почвы проникновению / И. Р. Антибас, А. Г. Дьяченко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 7-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 17-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2014». — Ростов-на-Дону, 2014. — С. 67–70.

References

1. Bradford, J.-L. Penetrability. Methods of Soil Analysis. Part 1. Physical and Mineralogical Methods. Madison: ASA; SSSA, 1986, pp. 463–478.

2. Bussher, W.-J., et al. Correction of cone index for soil water content differences in a coastal plain soil. Soil & Tillage Research, 1997, no. 43, pp. 205–217.

3. Lapen, D.-R., et al. Combination cone penetration resistance/water content instrumentation to evaluate cone penetration-water content relationships in tillage research. Soil & Tillage Research, 2003, no. 58, pp. 193–206.

4. Vasquez, L., et al. Soil Penetrometer resistance and bulk density relationships after long-term no tillage. Communications in Soil Science and Plant Analysis, 1991, no. 22, pp. 2101–2117.

5. Hendersen, C., Levett, A., Lisle, D. The effects of soil water content and bulk density on the compactibility of some western Australian sandy soils. Australian Journal of Soil Research, 1988, no. 26, pp. 391–400.

6. Salloum, W., Bahlawan, H. Design of Penetrometer Cone for Measuring Soil Penetration Resistance and Determine Soil Porosity. Research Journal of Aleppo University, 2009, no. 76, pp. 40–57 (Engineering Science Series).

7. Page, A.L., ed. Methods of Soil Analysis. American Society of Agronomy; Soil Science Society of America. Wisconsin: Madison, 1982, 1143 p.

8. Hesse, P.-R. A text book of soil chemical analysis. New York: Chemical Publishing, 1971, 520 p.

9. Jackson, M.-L. Soil Chemical analysis. An advanced course. 2nd ed. Wisconsin: Madison, 1969, 895 p.

10. Shein, E.V. Kurs fiziki pochv. [Soil Physics Course.] Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 2005, 432 p. (in Russian).

11. Antybas, I.R., Dyachenko, A.G. Issledovanie zavisimosti sily soprotivlyaemosti proniknoveniyu i razmerov por nekotorykh vidov pochv metodom szhatogo vozdukha pri razlichnykh vlazhnostyakh. [Study on dependence of penetration resistance force and pore sizes of some kinds of soil at different humidities by compressed air technique.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 8-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 18-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2015». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 8th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 18th Int. Agroindustrial Exhibition "Interagromash-2015".] Rostov-on-Don, 2015, pp. 81–84 (in Russian).

12. Antybas, I.R., Dyachenko, A.G. Obosnovanie sposoba izmereniya sily soprotivleniya pochvy proniknoveniyu. [Substantiation of technique of measuring soil penetration resistance force.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 7-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 17-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2014». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 7th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 17th Int. Agroindustrial Exhibition "Interagromash-2015".] Rostov-on-Don, 2014, pp. 67–70 (in Russian).

Поступила в редакцию 10.03.2016
Сдана в редакцию 14.03.2016
Запланирована в номер 30.09.2016

Received 10.03.2016
Submitted 14.03.2016
Scheduled in the issue 30.09.2016

Сведения об авторах

Айзикович, Сергей Михайлович, saizikovich@gmail.com	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Аникеев, Евгений Сергеевич, evgenij-anikeev@yandex.ru	Липецкий государственный технический университет, Российская Федерация
Антибас, Имад Ризакалла, imad.antypas@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Ахвердиев, Камил Самедович, vm@rgups.ru	Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация
Белова, Юлия Валериевна, yvbelova@yandex.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Бондарь, Игорь Михайлович, bondar2822007@rambler.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Борисова, Людмила Викторовна, borisovalv09@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Васильев, Андрей Сергеевич, andre.vasiliev@gmail.com	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Волков, Сергей Сергеевич, fenix_rsu@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Волошин, Роман Николаевич, voloshin2909@gmail.com	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Галимова, Екатерина Юрьевна, Galim81@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Голосной, Сергей Владимирович, nanorcsm@mail.ru	Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
Давидян, Левон Варужанович, davidyan_90@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Димитрова, Любовь Азатовна, kaf-qm@donstu.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Домбровский, Юрий Маркович, yurimd@mail.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Дударев, Константин Геннадиевич, mark8188@yandex.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Дьяченко, Алексей Геннадиевич, Dyachenko_aleshka@bk.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация
Елисеев, Андрей Владимирович, eavsh@ya.ru	Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация
Елисеев, Сергей Викторович, eliseev_s@inbox.ru	Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация
Желонкина, Елена Сергеевна, elena-simonenko@indox.ru	Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Зеленцов, Владимир Борисович,
vbzelen@gmail.com
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Кашуба, Владимир Богданович,
nauka@brstu.ru
Братский государственный университет,, Российская Федерация

Кинаш, Никита Жданович,
n.kinash@icloud.com
Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Князев, Сергей Юрьевич,
ksy@donpac.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Коваленко, Александр Николаевич,
akovalenko@uprint.spb.ru
Северо-Кавказский федеральный университет, Российская Федерация

Лагунова, Елена Олеговна,
lagunova@rambler.ru
Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Литвиненко, Александр Николаевич,
litva@sfedu.ru
Южный федеральный университет, Российская Федерация

Лыков, Евгений Васильевич,
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Маньшин, Юрий Павлович,
manshin@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Маньшина, Елена Юрьевна,
elemans@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Мирошниченко, Игорь Павлович,
ipmir@rambler.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Митрин, Борис Игоревич,
bmitrin@dstu.edu.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Моисеев, Денис Витальевич,
denisey2003@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Нурутдинова, Инна Николаевна,
nurut.inna@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Олейникова, Юлия Анатольевна,
u_oley@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Подуст, Сергей Владимирович,
PodustSS@nevz.com
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Полетаев, Валерий Юрьевич,
afshor@mail.ru
ООО «АВАЛОН-ВИДИО», Российская Федерация

Полетаев, Юрий Вениаминович,
Anclav51@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Проценко, Елена Анатольевна,
jultro@rambler.ru
Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) «РГЭУ (РИНХ)», Российская Федерация

Романов, Виктор Викторович,
romanov.victor33@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Рыжкин, Анатолий Андреевич,
ryzhkin.anatolia@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Садырин, Евгений Валерьевич,
litva@rsu.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Сафарьян, Ольга Александровна,
safari_2006@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Сахарова, Людмила Викторовна,
L_Sakharova@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Седых, Ирина Александровна,
sedykh-irina@yandex.ru
Липецкий государственный технический университет, Российская Федерация

Сизов, Валерий Павлович,
ipmir2011@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Солоп, Константин Сергеевич,
vm@rgups.ru
Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Степанов, Макар Степанович,
stepanovms@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Тугенгольд, Андрей Кириллович,
akt0@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Фоминов, Евгений Валерьевич,
fominoff83@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Чистяков, Александр Евгеньевич,
cheese_05@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Чукарин, Александр Николаевич,
a.chukarin@inbox.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Щербакова, Елена Евгеньевна,
Sherbakovaee@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Index

Aizikovich Sergey M. Don State Technical University, Russian Federation
saizikovich@gmail.com
Akhverdiev, Kamill S. Rostov State Transport University, Russian Federation
vm@rgups.ru
Anikeev, Eugeny S. Lipetsk State Technical University, Russian Federation
evgenij-anikeev@yandex.ru
Antypas, Imad Rezakalla Don State Technical University, Russian Federation
Imad.antypas@mail.ru
Belova, Yulia V. Don State Technical University, Russian Federation
yvbelova@yandex.ru
Bondar, Igor M. Don State Technical University, Russian Federation
bondar2822007@rambler.ru
Borisova, Lyudmila V. Don State Technical University, Russian Federation
borisovalv09@mail.ru
Chistyakov, Alexander E. Don State Technical University, Russian Federation
cheese_05@mail.ru
Chukarin, Alexander N. Don State Technical University, Russian Federation
dkozyrev@dstu.ru
Davidyan, Levon V. Don State Technical University, Russian Federation
davidyan_90@mail.ru
Dimitrova, Lyubov A. Don State Technical University, Russian Federation
kaf-qm@donstu.ru
Dombrovskiy, Yuriy M. Don State Technical University, Russian Federation
yurimd@mail.ru
Dudarev, Konstantin G. Don State Technical University, Russian Federation
mark8188@yandex.ru
Dyachenko, Alexey G. Don State Technical University, Russian Federation
Dyachenko_aleshka@bk.ru
Eliseev, Andrey V. Irkutsk State Transport University, Russian Federation
eavsh@ya.ru
Eliseev, Sergey V. Irkutsk State Transport University, Russian Federation
eliseev_s@inbox.ru
Fominov, Evgeniy V. Don State Technical University, Russian Federation
fominoff83@mail.ru
Galimova, EkaterinaY. Don State Technical University, Russian Federation
Galim81@mail.ru
Golosnoy, Sergey V. Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation
nanorcsm@mail.ru
Kashuba, Vladimir B. Bratsk State University, Russian Federation
m.keyran@gmail.com
Kinash, Nikita Z. Irkutsk State Transport University, Russian Federation
n.kinash@icloud.com
Knyazev, Sergey Yu. Don State Technical University, Russian Federation
ksy@donpac.ru
Kovalenko, Alexander N. Don State Technical University, Russian Federation
akovalenko@uprint.spb.ru
Lagunova, Elena O. Rostov State Transport University , Russian Federation
lagunova@rambler.ru
Litvinenko, Alexander N. Southern Federal University, Russian Federation
litva@sfedu.ru
Lykov, Evgeny V. Don State Technical University, Russian Federation

Manshin, Yury P. Don State Technical University, Russian Federation
manshin@mail.ru
Manshina, Elena Y. Don State Technical University, Russian Federation
elemans@mail.ru
Miroshnichenko, Igor P. Don State Technical University, Russian Federation
Ipmir@rambler.ru
Mitrin Boris I. Don State Technical University, Russian Federation
boris.mitrin@gmail.com
Moiseev, Denis V. Don State Technical University, Russian Federation
denisey2003@mail.ru
Nurutdinova, Inna N. Don State Technical University, Russian Federation
nurut.inna@yandex.ru
Olejnikova, Juliya A. Don State Technical University, Russian Federation
u_oley@mail.ru
Podust, Sergey F. Don State Technical University, Russian Federation
PodustSS@nevz.com
Poletaev, Valery Yu. Don State Technical University, Russian Federation
afshor@mail.ru
Poletaev, Yuri V. Don State Technical University, Russian Federation
Anclav51@mail.ru
Protsenko, Elena A. Rostov State University of Economics, Russian
jultro@rambler.ru
Romanov, Victor V. Don State Technical University, Russian Federation
romanov.victor33@mail.ru
Ryzhkin, Anatoliy A. Don State Technical University, Russian Federation
ryzhkin.anatolia@yandex.ru
Sadyrin, Evgeny V. Don State Technical University, Russian Federation
evgeniy.sadyrin@gmail.com
Safaryan, Olga A. Don State Technical University, Russian Federation
safari_2006@mail.ru
Sakharova, Ludmila V. Don State Technical University, Russian Federation
L_Sakharova@mail.ru
Sedykh, Irina A. Lipetsk State Technical University, Russian Federation
sedykh-irina@yandex.ru
Shcherbakova, Elena E. Don State Technical University, Russian Federation
Sherbakovaee@mail.ru
Sizov, Valery P. Don State Technical University, Russian Federation
ipmir2011@yandex.ru
Solop, Konstantin S. Rostov State Transport University , Russian Federation
vm@rgups.ru
Stepanov, Makar S. Don State Technical University, Russian Federation
stepanovms@yandex.ru
Tugengold, Andrew K. Don State Technical University, Russian Federation
akt0@yandex.ru
Vasiliev, Andrey S. Don State Technical University, Russian Federation
andre.vasiliev@gmail.com
Volkov, Sergey S. Don State Technical University, Russian Federation
fenix_rsu@mail.ru
Voloshin, Roman N. Don State Technical University, Russian Federation
r.voloshin2909@gmail.com
Zelentsov Vladimir B. Don State Technical University, Russian Federation
vbzelen@gmail.com
Zhelonkina, Elena S. Don State Technical University, Russian Federation
elena-simonenko@indox.ru